

فصل هفتم

سفارشات دوره ای - مدل های معین

Www.iepnu.ir



✓مقدمه

✓فرضیات لازم

✓روش های ابتکاری

✓روش حداقل هزینه کل

✓روش سیلور میل

✓روش واکنر ویتین

✓روش فوردیسی وبستر

فصل هفتم : سفارشات دوره ای – مدل های معین

در این فصل به تشریح مدل هایی از موجودی می پردازیم که در آنها برای چند دوره آینده مقادیر مصرف معین می باشند، ولی این مقادیر الزاماً مساوی نمی باشند.

مدل های مورد بحث در این فصل به دستیابی ترکیب های مناسب و اقتصادی برای سفارشات و نگهداری کالا و قطعات در این شرایط می پردازند.

یک افق برنامه ریزی، شامل N دوره آینده را با نمادهای زیر در نظر میگیریم:

N = تعداد دوره های افق برنامه ریزی

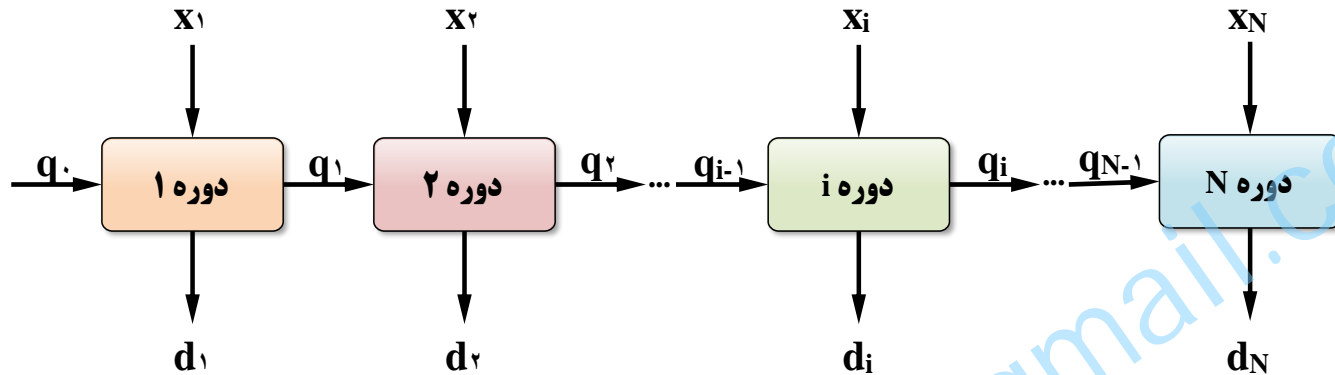
i = شماره دوره ($i=1, 2, \dots, N$)

d_i = مقدار مصرف تعیین شده (یا پیش بینی شده) برای دوره i

x_i = مقدار کالایی که در دوره i براساس سفارش به انبار می رسد.

q_i = مقدار کالای مانده در دوره i که از ابتدای دوره $i+1$ جزء موجودی این دوره منظور می شود.

مدل عمومی سفارشات دوره ای با مصرف معین



بدیهی است براساس اصل بقاء ماده، همواره رابطه روبرو بین مقادیر بالا برقرار است: $q_i = q_{i-1} + x_i - d_i$

در صورتیکه فرض کنیم که مقدار سفارش شده برای دوره i ، همواره در ابتدای دوره i وارد انبار شده و مقدار مصرف دوره i نیز همواره در ابتدای دوره i از انبار خارج شود، آنگاه مقدار موجودی که در طول دوره i در انبار نگهداری شده و به آن هزینه نگهداری تعلق خواهد گرفت برابر q_i خواهد بود.

نکته:

هدف از این فصل، دستیابی به سیاست بهینه ای است که مشخص می نماید سفارشات در ابتدای کدام یک از دوره ها و به چه مقدار به انبار برسند تا جمع هزینه نگهداری و هزینه سفارش دهی (یا آماده سازی در صورت سفارش تولید) را در کل افق برنامه ریزی به حداقل برسانند.

فرضیات مدل عمومی سفارشات دوره ای با مصرف معین

❖ پیش بینی مصرف برای N دوره آینده معلوم است.

❖ مواجهه با کسری مجاز نیست.

❖ سفارشات فقط در آغاز دوره ها به انبار می رسند و به صورت آنی قابل دریافت هستند.

❖ مقادیر مصرف هر دوره، همواره در آغاز همان دوره به طور یکجا از انبار خارج می شود.

❖ به ازاء هر بار سفارش مبلغی به عنوان هزینه سفارش دهی به سازمان تعلق می گیرد. این هزینه می تواند در دوره های مختلف متفاوت باشد و مقدار آن به مقدار سفارش بستگی ندارد.

❖ هزینه نگهداری در شروع دوره به ازاء جمع مقادیر موجودی که در طول دوره در انبار خواهد ماند به سازمان تعلق می گیرد.

علاوه بر فرضیات عمومی فوق، در جهت دستیابی به مجموعه سیاست هایی که می توانند بهینه باشند، فرضیات زیر نیز مورد نظر خواهند بود:

❖ حاصلضرب x_i, q_{i-1} برای همگی مقادیر i برابر با صفر است. بدین مفهوم که در هر دوره که قرار است موجودی از دوره قبل به آن دوره برسد، سفارشی در آن دوره دریافت نخواهد شد.

❖ سیاست بهینه ای برای سفارشات وجود دارد که در یک بردار $X=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ قابل تعریف است و در آن داریم:

بدین مفهوم که مقادیر سفارش در هر دوره یا مساوی صفر یا برابر با جمع کامل مصارف آن دوره و چند دوره بعدی خواهد بود.

$$i \leq k \prec N, \quad x_i = \sum_{J=1}^k d_J \quad or \quad x_i = 0$$

❖ در یک ترکیب بهینه در صورتی که مصرف دوره k از یک سفارش مربوط به دوره z تامین شود، $(z < k)$ آنگاه مصارف دوره های بین z تا k نیز از همان سفارش تامین خواهند شد.

روش های ابتکاری

برای دستیابی به پاسخ های رضایت بخش، میتوان در حل این مدل ها از روش های حداقل هزینه واحد کالا (LUC) و حداقل جمع هزینه (LTC) استفاده نمود. که این روش ها از سادگی و کاربردی مناسب برخوردار هستند، ولی جوابهای ارائه شده از طریق آنها الزاماً بهینه نخواهد بود.

روش حداقل هزینه واحد کالا (LUC)

در این روش سعی بر آن است که در هر مورد که لازم است سفارشی صادر شود، مقدار سفارش در حدی باشد که جمع هزینه ها شامل هزینه های سفارش دهی و نگهداری را به ازاء هر واحد کالا به حداقل برساند. هزینه هر واحد کالا UIC در صورتیکه برای دوره i سفارشی به مقدار x_i صادر شود و مصرف تا دوره n را بپوشاند به صورت زیر محاسبه می گردد که در آن n به نحوی انتخاب می شود که مقدار UIC را مینیمم کند.

$$UIC = \frac{C_i + \sum_{k=i}^n h_k \cdot q_k}{x_i} = \frac{\text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش دهی}}{\text{مقدار سفارش}}$$

نکته:

در روش های ابتکاری مقدار هربار سفارش باید مساوی با مصرف یک دوره یا چند دوره کامل باشد.

مثال ۱: (سوال ۴ تمرین های فصل هفتم، صفحه ۲۷۴)

مصرف ماهیانه شکر بر حسب تن در یک کارخانه تولید نوشابه در ماه های فروردین تا آبان به شرح جدول زیر است:

ماه:	ف	ا	خ	ت	م	ش	م	آ
مصرف:	۲۵	۲۰	۲۰	۶۰	۱۰۰	۱۱۰	۹۰	۷

هزینه هر بار سفارش دهی ۲۸۸۰ واحد پول و هزینه نگهداری هر تن شکر در ماه ۱۰ واحد پول برآورد می شود.

برنامه مناسبی را با استفاده از روش حداقل هزینه واحد کالا (LUC) برای سفارشات شکر پیشنهاد کنید.

حل مثال ۱:

$$C = 2880, \quad h = 10$$

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مصرف	۲۵	۲۰	۲۰	۶۰	۱۰۰	۱۱۰	۹۰	۷

سفرش در ابتدای دوره	مقدار	برای دوره های	هزینه نگهداری	هزینه سفارش دهی	جمع	هزینه واحد
۱	۲۵	۱	۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰	۱۱۵.۲۰
۱	۴۵	۲، ۱	$۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰$	۲۸۸۰	۳۰۸۰	۶۸.۴۴
۱	۶۵	۳، ۲، ۱	$(۴۰ \times ۱۰) + (۲۰ \times ۱۰) = ۶۰۰$	۲۸۸۰	۳۴۸۰	۵۳.۵۴
۱	۱۲۵	۴، ۳، ۲، ۱	$(۱۰۰ \times ۱۰) + (۸۰ \times ۱۰) + (۶۰ \times ۱۰) = ۲۴۰۰$	۲۸۸۰	۵۲۸۰	۴۲.۲۴
۱	۲۲۵	۵، ۴، ۳، ۲، ۱	$۲۴۰۰ + (۴ \times ۱۰ \times ۱۰۰) = ۶۴۰۰$	۲۸۸۰	۹۲۸۰	۴۱.۲۴
۱	۳۳۵	۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱	$۶۴۰۰ + (۵ \times ۱۰ \times ۱۱۰) = ۱۱۹۰۰$	۲۸۸۰	۱۴۷۸۰	۴۴.۱۲
۶	۱۱۰	۶	۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰	۲۶.۱۸
۶	۲۰۰	۷، ۶	$(۹۰ \times ۱۰) = ۹۰۰$	۲۸۸۰	۳۷۸۰	۱۸.۹۰
۶	۲۰۷	۸، ۷، ۶	$(۹۷ \times ۱۰) + (۷ \times ۱۰) = ۱۰۴۰$	۲۸۸۰	۳۹۲۰	۱۸.۹۴
۸	۷	۸	۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰	۴۱۱.۴۳

$$TIC = 9280 + 3780 + 2880 = 15940$$

$$Q = 225 + 200 + 7 = 432$$

ترکیب بهینه: (۱، ۲، ۳، ۴، ۵)(۶، ۷)(۸)

روش حداقل هزینه کل (LTC)

در این روش به این نکته اشاره می شود که اصولاً در سیستم های سفارش دهی، در صورتیکه اختلاف بین هزینه های سفارش دهی و نگهداری در واحد زمان به حداقل برسد، ترکیب سفارش در حدود مناسب و اقتصادی می باشد.

بنابراین سعی بر آن است که هر بار، آن مقدار کالا سفارش شود که به ازاء آن هزینه های سفارشات و هزینه های نگهداری به نزدیک ترین مقدار خود برسند. یا به عبارت دیگر، قدرمطلق فاصله بین این دو هزینه حداقل بشود:

$$\text{قدرمطلق فاصله دو هزینه} = \left| C_i - \sum_{k=i}^n h_k \times q_k \right|, \quad (i \leq n)$$

در عبارت بالا، در صورتیکه در شروع دوره i لازم باشد، سفارشی صادر شده و مصرف تا پایان دوره n را بپوشاند، باید n به نحوی تعیین شود که مقدار قدرمطلق را به حداقل برساند.

مثال ۲: (سوال ۴ تمرین های فصل هفتم، صفحه ۲۷۴)

با استفاده از اطلاعات مثال ۱، برنامه مناسبی را با استفاده از روش حداقل هزینه کل (LTC) برای سفارشات شکر پیشنهاد کنید.

$$C = 2880, \quad h = 10$$

حل مثال ۲:

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مصرف	۲۵	۲۰	۲۰	۶۰	۱۰۰	۱۱۰	۹۰	۷

سفرش در ابتدای دوره	مقدار	برای دوره های	هزینه نگهداری	هزینه سفارش دهی	مجموع هزینه ها	تفاضل هزینه ها
۱	۲۵	۱	۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰
۱	۴۵	۲، ۱	$(20 \times 10) = 200$	۲۸۸۰	۳۰۸۰	۲۶۸۰
۱	۶۵	۳، ۲، ۱	$200 + (20 \times 10 \times 2) = 600$	۲۸۸۰	۳۴۸۰	۲۲۸۰
۱	۱۲۵	۴، ۳، ۲، ۱	$600 + (60 \times 10 \times 3) = 2400$	۲۸۸۰	۵۲۸۰	۴۸۰
۱	۲۲۵	۵، ۴، ۳، ۲، ۱	$2400 + (100 \times 10 \times 4) = 6400$	۲۸۸۰	۹۲۸۰	۳۵۲۰
۵	۱۰۰	۵	۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰
۵	۲۱۰	۶، ۵	$(110 \times 10) = 1100$	۲۸۸۰	۳۹۸۰	۱۷۸۰
۵	۳۰۰	۷، ۶، ۵	$1100 + (90 \times 10 \times 2) = 2900$	۲۸۸۰	۵۷۸۰	۲۰
۵	۳۰۷	۸، ۷، ۶، ۵	$2900 + (7 \times 10 \times 3) = 3110$	۲۸۸۰	۵۹۹۰	۲۳۰
۸	۷	۸	۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰	۲۸۸۰

$$TIC = 5280 + 5780 + 2880 = 13940$$

ترکیب بهینه: (۱، ۲، ۳، ۴)(۵، ۶، ۷)(۸)

$$Q = 125 + 300 + 7 = 432$$

روش سیلور - میل (Silver - Meal)

هدف اصلی روش سیلور میل حداقل کردن کل هزینه ها در واحد زمان است.

نمادها و علائم قراردادی زیر را در نظر می گیریم:

k = شماره دوره ای که قرار است در ابتدای آن دوره سفارش صورت گیرد.

n = شماره دوره ای که در صورت سفارش در دوره k ، مصرف تا پایان دوره n را می پوشاند.

x_k = مقدار سفارش در ابتدای دوره k

m = تعداد دوره های پوشیده شده

در صورتیکه یک سفارش مصارف دوره ها، از ابتدای دوره k تا پایان دوره n را بپوشاند، تعداد دوره های پوشیده

شده $n - k + 1$ خواهد بود.

$$m = n - k + 1$$

بر اساس الگوریتم ابتکاری سیلور - میل، دوره متوقف کننده اقتصادی (n^*) اولین مقداری از n است که به ازاء آن

عبارت زیر محقق شود:

$$m^2 \times h \times d_{n+1} \succ C_k + h \times \sum_{i=k}^n (i - k) \times d_i$$

مثال ۳: (سوال ۴ تمرین های فصل هفتم، صفحه ۲۷۴)

با توجه به اطلاعات مثال ۱، برنامه مناسبی را با استفاده از روش سیلور-میل برای سفارشات شکر پیشنهاد کنید.

$$C = 2880, \quad h = 10$$

حل مثال ۳:

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مصرف	۲۵	۲۰	۲۰	۶۰	۱۰۰	۱۱۰	۹۰	۷

n^*	$C_k + h \cdot \sum (i-k) \cdot d_i$	$m^2 \cdot h \cdot d_{n+1}$	m	n	k
۳	$2880 + [10 \times (1-1) \times 25] = 2880$	$1^2 \times 10 \times 20 = 200$	۱	۱	۱
	$2880 + [10 \times (2-1) \times 20] = 3080$	$2^2 \times 10 \times 20 = 800$	۲	۲	۱
	$2880 + [10 \times (3-1) \times 20] = 3280$	$3^2 \times 10 \times 60 = 5400$	۳	۳	۱
۵	$2880 + [10 \times (4-4) \times 60] = 2880$	$1^2 \times 10 \times 100 = 1000$	۱	۴	۴
	$2880 + [10 \times (5-4) \times 100] = 3880$	$2^2 \times 10 \times 110 = 4400$	۲	۵	۴
؟	$2880 + [10 \times (6-6) \times 110] = 2880$	$1^2 \times 10 \times 90 = 900$	۱	۶	۶
	$2880 + [10 \times (7-6) \times 90] = 3780$	$2^2 \times 10 \times 7 = 280$	۲	۷	۶
	$2880 + [10 \times (8-6) \times 7] = 3020$	$3^2 \times 10 \times ? = ?$	۳	۸	۶

ترکیب بهینه: (۱، ۲، ۳)(۴، ۵)(۶، ۷، ۸)

روش واگنر - ویتین (Wagner - Within)

الگوریتم حداقل هزینه واحد (LUC)، حداقل هزینه کل (LTC) و سیلور - میل که در قسمتهای قبل ارائه شدند بر این پایه تصمیم گیری اتکا دارند که هرگاه به نقطه بهینه ای بر اساس شاخص مورد نظر دسترسی حاصل شد، بدون توجه به وضعیت و شرایط مصرف در دوره های آینده، تصمیم گیری در مورد ترکیب سفارشات به عمل آید.

روش واگنر ویتین سعی بر آن دارد که در هر مقطع تصمیم گیری کلیه مصارف دوره های افق برنامه ریزی را بررسی نموده و با توجه به شرایط کلی افق برنامه ریزی، تصمیم گیری مناسبی را به عمل آورد.

الگوریتم واگنر ویتین در وهله اول سعی می نماید با ارائه پیشنهاداتی، آن تعداد از ترکیب های ممکن را که مطمئناً نتیجه بهینه نخواهند داشت حذف نماید. آنگاه ترکیب های باقی مانده را که معمولاً تعداد آنها در حد قابل ارزیابی می باشد، از نظر هزینه بررسی نموده و بدین طریق همواره ترکیب بهینه را بدست می آورد.

$$\begin{array}{l} \text{تعداد ترکیب های ممکن برای} \\ \text{یک افق } N \text{ برنامه ای} \end{array} = 2^{N-1}$$

روش واگنر - ویتین همواره بهترین نتیجه را ارائه می نماید.

پیشنهادهای روش واگنر - ویتین

علاوه بر فرضیات ارائه شده در بخش آغازین این فصل، پیشنهادات زیر در جهت حذف تعداد بسیاری زیادی از ترکیب‌های ممکن، ولی غیر بهینه اضافه می‌شود.

در صورتیکه برنامه بهینه برای n دوره اول افق N دوره‌ای تهیه شده باشد و برای یک دوره t ($t < n$) مقدار $q_t = 0$ باشد، لازم نخواهد بود که برای یافتن ترکیب بهینه، تغییری در ترکیب دوره‌های t و قبل از آن داده شود.

مثال:

برنامه بهینه ۳ دوره اول ($n=3$) برای برنامه ریزی سفارشات یک افق برنامه ریزی شامل ۸ دوره ($N=8$) به شرح

(۳) (۲) (۱) می‌باشد، ترکیب بهینه برای ارزیابی ۴ دوره اول را بررسی نمائید.

$$\text{تعداد ترکیب‌های ممکن} = 2^{4-1} = 8$$

برای یک افق ۴ برنامه‌ای

a. (۱) (۲) (۳) (۴)

b. (۱ ، ۲) (۳) (۴)

c. (۱ ، ۲ ، ۳) (۴)

d. (۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴)

e. (۱) (۲ ، ۳) (۴)

f. (۱) (۲ ، ۳ ، ۴)

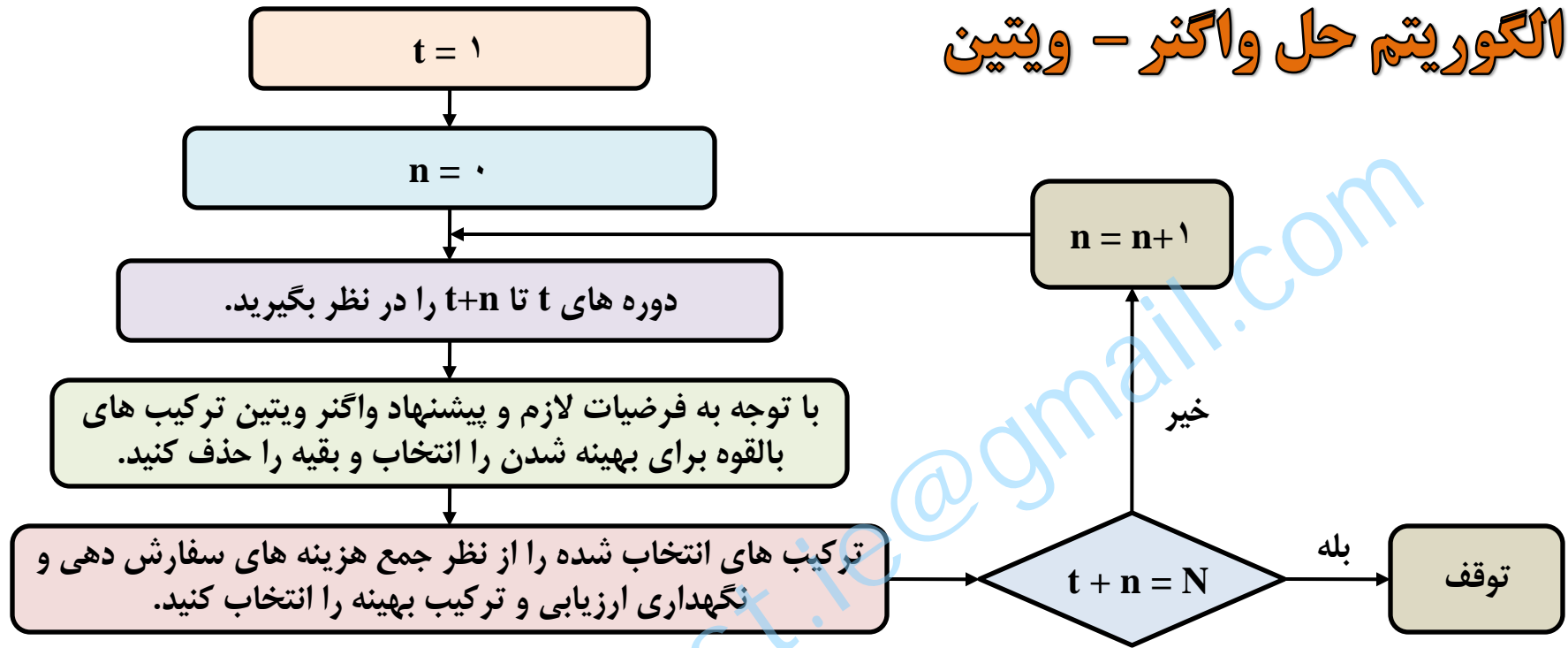
g. (۱) (۲) (۳ ، ۴)

h. (۱ ، ۲) (۳ ، ۴)

با در نظر گرفتن پیشنهاد واگنر ویتین و با توجه به اینکه باقی مانده موجودی در دوره ۲ برابر با صفر می‌باشد ($q_2=0$) در نتیجه ترکیب دوره‌های ۲ و قبل از آن تغییری پیدا نخواهد داشت و در برنامه‌نهایی الزاماً ترکیب (۱،۲) باقی خواهد ماند.

با این نتیجه‌گیری از بین ۸ ترکیب ممکن تنها ترکیب‌های b و h طبق الگوریتم واگنر ویتین دارای شرایط بالقوه برای بهینه شدن می‌باشند و سایر ترکیب‌ها حذف می‌شوند.

الگوریتم حل واگنر - ویتین



جمع هزینه های مربوط به یک سیاست سفارشات یک افق N دوره ای را TIC_N می نامیم.

$$I(x_k) = \begin{cases} 0 & \text{if } x_k = 0 \\ 1 & \text{if } x_k > 0 \end{cases}$$

شاخص سفارش

$$\begin{aligned}
 TIC_N = & h \times (q_0 + x_1 - d_1) \\
 & + h \times (q_0 + x_1 - d_1 + x_2 - d_2) + C_2 \times I(x_2) \\
 & + h \times (q_0 + x_1 - d_1 + x_2 - d_2 + x_3 - d_3) + C_3 \times I(x_3) \\
 & + \dots + h \times (q_0 + x_1 - d_1 + \dots + x_N - d_N) + C_N \times I(x_N)
 \end{aligned}$$

مثال ۴: (سوال ۲۱ امتحان پایان ترم نیمسال اول ۹۱-۹۲)

برای یک افق ۴ دوره ای، مقادیر مصرف در دوره های ۱ تا ۴ به ترتیب ۱۵، ۵، ۲۰، ۴۰ می باشند و مقادیر سفارش به ترتیب ۱۵، ۵، ۶، ۰ هستند. در صورتیکه هزینه هر بار سفارش ۲۰ واحد پولی و واحد هزینه نگهداری هر واحد کالا در یک دوره ۲ واحد پولی باشد، جمع هزینه های نگهداری و سفارش دهی چقدر می شود؟

حل مثال ۴:

دوره ۴	دوره ۳	دوره ۲	دوره ۱	شرح
۴۰	۲۰	۵	۱۵	دریافت d_k
۰	۶۰	۵	۱۵	مصرف x_k
$= 40 + 0 - 40 = 0$	$= 0 + 60 - 20 = 40$	$= 0 + 5 - 5 = 0$	$= 0 + 15 - 15 = 0$	موجودی انتهائی $q_k = q_{k-1} + x_k - d_k$
۰	۱	۱	۱	شاخص سفارش $I(x_k)$
$= 20 \times 0 = 0$	$= 20 \times 1 = 20$	$= 20 \times 1 = 20$	$= 20 \times 1 = 20$	هزینه سفارش $C \times I(x_k)$
$= 2 \times 0 = 0$	$= 2 \times 40 = 80$	$= 2 \times 0 = 0$	$= 2 \times 0 = 0$	هزینه نگهداری $h \times q_k$
$= 0 + 0 = 0$	$= 20 + 80 = 100$	$= 20 + 0 = 20$	$= 20 + 0 = 20$	مجموع هزینه ها $TOC + THC$

مثال ۵: (سوال ۴ تمرین های فصل هفتم، صفحه ۲۷۴)

با توجه به اطلاعات مثال ۱، برنامه مناسبی را با استفاده از روش واگنر-ویتین برای سفارشات شکر پیشنهاد کنید.

$$C = 2880, \quad h = 10$$

حل مثال ۵:

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مصرف	۲۵	۲۰	۲۰	۶۰	۱۰۰	۱۱۰	۹۰	۷

دور	n	تعداد ترکیبها	ترکیبهای قابل بررسی	TIC	ترکیب بهینه
اول	۱	۱	(۱)	۲۸۸۰	(۱)
دوم	۲	۲	(۱, ۲)	$2880 + (20 \times 10) = 3080$	(۱, ۲)
			(۱)(۲)	$2880 + 2880 = 5760$	
سوم	۳	۴	(۱, ۲, ۳)	$2880 + (40 \times 10) + (20 \times 10) = 3480$	(۱, ۲, ۳)
			(۱, ۲)(۳)	$3080 + 2880 = 5960$	
چهارم	۴	۸	(۱, ۲, ۳, ۴)	$2880 + (100 \times 10) + (80 \times 10) + (60 \times 10) = 5280$	(۱, ۲, ۳, ۴)
			(۱, ۲, ۳)(۴)	$3480 + 2880 = 6360$	
پنجم	۵	۱۶	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵)	$2880 + (200 + 180 + 160 + 100) \times 10 = 9280$	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵)
			(۱, ۲, ۳, ۴)(۵)	$5280 + 2880 = 8160$	
ششم	۶	۳۲	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶)	$5280 + 2880 + (110 \times 10) = 9260$	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶)
			(۱, ۲, ۳, ۴, ۵)(۶)	$5280 + 2880 + 2880 = 11040$	
هفتم	۷	۶۴	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷)	$9260 + 2880 = 12140$	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷)
			(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶)(۷)	$5280 + 2880 + (90 + 200) \times 10 = 11060$	
هشتم	۸	۱۲۸	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸)	$5280 + 2880 + (7 + 97 + 207) \times 10 = 11270$	(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸)
			(۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷)(۸)	$11060 + 2880 = 13940$	

روش فوردیس - وبستر (F-W)

این روش با بکارگیری تعدادی ماتریس اجرا می شود.

ستون های ماتریس نشان دهنده دوره های مصرف و ردیف ها نشان دهنده دوره های تامین هستند.

نکته:

روش فوردیس وبستر در شرایط متغیر بودن قیمت واحد کالا در مقابل تغییر زمان و یا در مقابل خرید در مقادیر بیشتر (تخفیف) نیز قابلیت کاربرد دارد.

دوره های مصرف

	۱	۲	...	N-۱	N
۱					
۲					
...					
N-۱					
N					

دوره های مصرف

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	C	*	*	*	*
۲		C	*	*	*
...			C	*	*
N-۱				C	*
N					C

ماتریس هزینه های سفارش دهی

$$C_{ij} = \begin{cases} C & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i < j \\ - & \text{if } i > j \end{cases}$$

خانه های روی قطر ماتریس = هزینه سفارش دهی

خانه های بالای قطر ماتریس = صفر

خانه های زیر قطر ماتریس = تهی

دوره های تامین

دوره های تامین

روش فوردیس - وبستر (F-W)

ماتریس هزینه های نگهداری

خانه های ماتریس هزینه نگهداری بیانگر هزینه ای هستند که در ازاء صدور سفارش در دوره i ، و مصرف آن در دوره j ، به دوره j تعلق خواهد گرفت.

$$h_{ij} = \begin{cases} (i - j) \times d_i \times h & \text{if } i \leq j \\ - & \text{if } i > j \end{cases}$$

دوره های مصرف

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	*	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}
۲		*	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}
...			*	h_{ij}	h_{ij}
N-۱				*	h_{ij}
N					*

دوره های مصرف

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	C	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}
۲		C	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}
...			C	h_{ij}	h_{ij}
N-۱				C	h_{ij}
N					C

ماتریس جمع هزینه ها

در این ماتریس خانه های متناظر ماتریس هزینه سفارش دهی و ماتریس هزینه نگهداری با یکدیگر جمع شده و در نتیجه نشان دهنده جمع هزینه موجودیها هستند.

دوره های تامین

دوره های تامین

روش فوردیس - وبستر (F-W)

ماتریس جمع هزینه ها

	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱۰	۴	۸	۷	۶
۲		۱۰	۱	۸	۶
۳			۱۰	۳	۷
۴				۱۰	۲
۵					۱۰

ماتریس تجمعی ردیفی

	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱۰	۱۴	۲۲	۲۹	۳۵
۲		۱۰	۱۱	۱۹	۲۵
۳			۱۰	۱۳	۲۰
۴				۱۰	۱۲
۵					۱۰

ماتریس تجمعی ردیفی

در این ماتریس اعداد هر خانه به صورت جمع ردیفی از مقادیر خانه های قبلی در ماتریس جمع هزینه ها تشکیل می شود.

دوره های مصرف

مصرف دوره قبل	۱	۲	۳	۴	۵
۰	۱۰	۱۴	۲۲	۲۹	۳۵
۱۰		۲۰	۲۱	۲۹	۳۵
۱۴			۲۴	۲۷	۳۴
۲۱				۳۱	۳۳
۲۷					۳۷

ماتریس مینیمم دوره مصرف قبل

برای تهیه این ماتریس در سمت چپ یک ماتریس خالی، ستون جدیدی با عنوان مینیمم دوره مصرف قبل ایجاد می شود. در هر ردیف i در این ستون، مقدار مینیمم ستون شماره $i-1$ از همین ماتریس یادداشت شده و عدد مربوطه با اعداد ردیف i از ماتریس تجمعی ردیفی جمع شده و در ردیف i ماتریس مینیمم دوره قبل قرار می گیرند.

روش فوردیس - وبستر (F-W)

دستیابی به سیاست بهینه

به ستون آخر ماتریس مینیمم دوره مصرف مراجعه کرده و عدد مینیمم را مشخص می کنیم. از خانه مربوط پاره خطی افقی را به سمت چپ تا خانه تقاطع با قطر ماتریس ادامه می دهیم. مجدداً به ستون قبل محل تلاقی پاره خط با قطر ماتریس رفته و عدد مینیمم را مشخص می کنیم و از خانه مربوطه پاره خطی افقی به سمت چپ تا تقاطع با قطر ماتریس ادامه می دهیم و این مراحل را تکرار میکنیم تا به ستون اول برسیم.

ماتریس مینیمم دوره مصرف

	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱۰	۱۴	۲۲	۲۹	۳۵
۲		۲۰	۲۱	۲۹	۳۵
۳			۲۴	۲۷	۳۴
۴				۳۱	۳۳
۵					۳۷

سیاست بهینه: (۱) (۲,۳) (۴,۵)

جمع هزینه های این سیاست: ۳۳

مثال ۶: (سوال ۴ تمرین های فصل هفتم، صفحه ۲۷۴)

با توجه به اطلاعات مثال ۱، برنامه مناسبی را با استفاده از روش فوردیس- وبستر برای سفارشات شکر پیشنهاد کنید.

حل مثال ۶:

$$C = 2880, \quad h = 10$$

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مصرف	۲۵	۲۰	۲۰	۶۰	۱۰۰	۱۱۰	۹۰	۷

گام ۲: تشکیل ماتریس هزینه نگهداری

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۰	۲۰۰	۶۰۰	۲۴۰۰	۶۴۰۰	۱۱۹۰۰	۱۷۳۰۰	۱۷۷۹۰
۲		۰	۲۰۰	۱۴۰۰	۴۴۰۰	۸۸۰۰	۱۳۳۰۰	۱۳۷۲۰
۳			۰	۶۰۰	۲۶۰۰	۵۹۰۰	۹۵۰۰	۹۸۵۰
۴				۰	۱۰۰۰	۳۲۰۰	۵۹۰۰	۶۱۸۰
۵					۰	۱۱۰۰	۲۹۰۰	۳۱۱۰
۶						۰	۹۰۰	۱۰۴۰
۷							۰	۷۰
۸								۰

گام ۱: تشکیل ماتریس هزینه سفارش دهی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۲۸۸۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲		۲۸۸۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳			۲۸۸۰	۰	۰	۰	۰	۰
۴				۲۸۸۰	۰	۰	۰	۰
۵					۲۸۸۰	۰	۰	۰
۶						۲۸۸۰	۰	۰
۷							۲۸۸۰	۰
۸								۲۸۸۰

حل مثال ۶:

کام ۳: تشکیل ماتریس جمع هزینه ها

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۲۸۸۰	۲۰۰	۶۰۰	۲۴۰۰	۶۴۰۰	۱۱۹۰۰	۱۷۳۰۰	۱۷۷۹۰
۲		۲۸۸۰	۲۰۰	۱۴۰۰	۴۴۰۰	۸۸۰۰	۱۳۳۰۰	۱۳۷۲۰
۳			۲۸۸۰	۶۰۰	۲۶۰۰	۵۹۰۰	۹۵۰۰	۹۸۵۰
۴				۲۸۸۰	۱۰۰۰	۳۲۰۰	۵۹۰۰	۶۱۸۰
۵					۲۸۸۰	۱۱۰۰	۲۹۰۰	۳۱۱۰
۶						۲۸۸۰	۹۰۰	۱۰۴۰
۷							۲۸۸۰	۷۰
۸								۲۸۸۰

کام ۴: تشکیل ماتریس تجمعی ردیفی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱	۲۸۸۰	۳۰۸۰	۳۶۸۰	۶۰۸۰	۱۲۴۸۰	۲۴۳۸۰	۴۱۶۸۰	۵۹۴۷۰
۲		۲۸۸۰	۳۰۸۰	۴۴۸۰	۸۸۸۰	۱۷۶۸۰	۳۰۹۸۰	۴۴۷۰۰
۳			۲۸۸۰	۳۴۸۰	۶۰۸۰	۱۱۹۸۰	۲۱۴۸۰	۳۱۳۳۰
۴				۲۸۸۰	۳۸۸۰	۷۰۸۰	۱۲۹۸۰	۱۹۱۶۰
۵					۲۸۸۰	۳۹۸۰	۶۸۸۰	۹۹۹۰
۶						۲۸۸۰	۳۷۸۰	۴۸۲۰
۷							۲۸۸۰	۲۹۵۰
۸								۲۸۸۰

حل مثال ۶:

کام ۵ و ۶: تشکیل ماتریس مینیمم دوره مصرف قبل و انتخاب سیاست بهینه

مینیمم دوره مصرف قبل		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۰	۱	۲۸۸۰	۳۰۸۰	۳۶۸۰	۶۰۸۰	۱۲۴۸۰	۲۴۳۸۰	۴۱۶۸۰	۵۹۴۷۰
۲۸۸۰	۲		۵۷۶۰	۵۹۶۰	۷۳۶۰	۱۱۷۶۰	۲۰۵۶۰	۳۳۸۶۰	۴۷۵۸۰
۳۰۸۰	۳			۵۹۶۰	۶۵۶۰	۹۱۶۰	۱۵۰۶۰	۲۴۵۶۰	۳۴۴۱۰
۳۶۸۰	۴				۶۵۶۰	۷۵۶۰	۱۰۷۶۰	۱۶۶۶۰	۲۲۸۴۰
۶۰۸۰	۵					۸۹۶۰	۱۱۵۴۰	۱۲۹۶۰	۱۶۰۷۰
۷۵۶۰	۶						۱۰۴۴۰	۱۱۳۴۰	۱۲۳۸۰
۱۰۴۴۰	۷							۱۳۳۲۰	۱۳۳۹۰
۱۱۳۴۰	۸								۱۴۲۲۰

سیاست بهینه: (۱،۲،۳) (۴،۵) (۶،۷،۸) جمع هزینه های این سیاست: ۱۲۳۸۰

بررسی نتایج بدست آمده حل مثال ۱ با استفاده از روش های مختلف

روش حل	سیاست بهینه	مجموع هزینه ها
حداقل هزینه واحد (LUC)	(۱، ۲، ۳، ۴، ۵) (۶، ۷) (۸)	۱۵۹۴۰
حداقل هزینه کل (LTC)	(۱، ۲، ۳، ۴) (۵، ۶، ۷) (۸)	۱۳۹۴۰
سیلور میل	(۱، ۲، ۳) (۴، ۵) (۶، ۷، ۸)	۱۲۳۸۰
واگنر ویتین	(۱، ۲، ۳، ۴) (۵، ۶، ۷، ۸)	۱۱۳۷۰
فوردیس وبستر	(۱، ۲، ۳) (۴، ۵) (۶، ۷، ۸)	۱۲۳۸۰

نکته:

روش واگنر – ویتین همواره بهترین نتیجه را ارائه می نماید.

روش فوردیس - وبستر در شرایط تغییر قیمت ها

الگوریتم F-W در صورتیکه قیمت واحد کالا (یا هزینه تولید واحد واحد تولید کالا) در طول افق برنامه ریزی متغیر باشد، یا در شرایطی که قیمت واحد کالا به ازاء تغییر در مقدار سفارش نوسان داشته باشد (تخفیف در مقابل مقادیر بیشتر سفارش) نیز به راحتی قابل کاربرد است. بدیهی است با پیش آمدن متغیر جدیدی در مدل مساله (قیمت واحد کالا) لازم خواهد بود که ماتریس جدیدی به نام ماتریس هزینه های خرید یا هزینه های تولید نیز ایجاد شده و این هزینه نیز در ماتریس جمع هزینه ها لحاظ گردد.

ماتریس هزینه سفارش دهی

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	C	۰	۰	۰	۰
۲		C	۰	۰	۰
...			C	۰	۰
N-۱				C	۰
N					C

ماتریس هزینه نگهداری

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	۰	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}
۲		۰	h_{ij}	h_{ij}	h_{ij}
...			۰	h_{ij}	h_{ij}
N-۱				۰	h_{ij}
N					۰

ماتریس هزینه خرید

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	U_{ij}	U_{ij}	U_{ij}	U_{ij}	U_{ij}
۲		U_{ij}	U_{ij}	U_{ij}	U_{ij}
...			U_{ij}	U_{ij}	U_{ij}
N-۱				U_{ij}	U_{ij}
N					U_{ij}

ماتریس مجموع هزینه ها

	۱	۲	...	N-۱	N
۱	R_{ij}	R_{ij}	R_{ij}	R_{ij}	R_{ij}
۲		R_{ij}	R_{ij}	R_{ij}	R_{ij}
...			R_{ij}	R_{ij}	R_{ij}
N-۱				R_{ij}	R_{ij}
N					R_{ij}

$$R_{ij} = C + h_{ij} + U_{ij}$$

مثال ۷: (سوال ۱۲ تمرین های فصل هفتم، صفحه ۲۷۸)

در یک سیستم سفارشات دوره ای با مصرف معین و شامل چهار دوره، مقادیر تقاضا به ترتیب ۲۰، ۳۵، ۸۰ و ۱۰ واحد هستند. فروشنده در مقابل مقادیر سفارش، قیمت های زیر را پیشنهاد نموده است:

مقدار سفارش	قیمت واحد
۵۰ تا	۸
۵۱ تا ۱۰۰	۶
۱۰۱ به بالا	۷

در صورتیکه بخواهیم برنامه بهینه سفارشات را با روش F-W حل کنیم، یکی از ماتریس های لازم ماتریس هزینه خرید می باشد. این ماتریس را تهیه کنید.

حل مثال ۷:

مقدار سفارش	قیمت واحد
۰ تا ۵۰	۸
۵۱ تا ۱۰۰	۶
۱۰۱ به بالا	۷

d_i	۲۰	۳۵	۸۰	۱۰
	۱	۲	۳	۴
۱	$۲۰ \times ۸ = ۱۶۰$	$(۵۵ \times ۶) - (۲۰ \times ۸) = ۱۷۰$	$(۱۳۵ \times ۵) - (۵۵ \times ۶) = ۳۴۵$	$(۱۲۵ \times ۵) - (۱۳۵ \times ۵) = ۵۰$
۲		$۳۵ \times ۸ = ۲۸۰$	$(۱۱۵ \times ۵) - (۳۵ \times ۸) = ۲۹۵$	$(۱۲۵ \times ۵) - (۱۱۵ \times ۵) = ۵۰$
۳			$۸۰ \times ۶ = ۴۸۰$	$(۹۰ \times ۶) - (۸۰ \times ۶۰) = ۶۰$
۴				$۱۰ \times ۸ = ۸۰$

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

نیمسال دوم ۹۱-۹۰

۱۹- مصرف کالایی در طی ۶ دوره آتی به صورت زیر است. هزینه نگهداری هر واحد ۵ تومان در هر دوره بوده و هزینه سفارش دهی در دوره اول ۱۰۰ تومان و در سایر دوره ها ۲۰۰ تومان می باشد. مقدار سفارش این کالا در دوره اول بر اساس روش LTC چقدر می باشد؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مصرف	۱۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۲۰

۱۳۰ . ۴

۸۰ . ۳

۴۰ . ۲

۱۰ . ۱

سفرش در ابتدای	مقدار	برای دوره های	هزینه نگهداری	هزینه سفارش دهی	تفاضل هزینه ها
۱	۱۰	۱	۰	۱۰۰	۱۰۰
۱	۴۰	۲-۱	$(30 \times 5) = 150$	۲۰۰	۵۰
۱	۸۰	۳-۱	$150 + (40 \times 5 \times 2) = 550$	۲۰۰	۳۵۰

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

نیمسال دوم ۹۱-۹۰

۲۰- اگر تقاضا برای محصولی در ۱۰ ماه آینده به صورت جدول زیر باشد و اگر هزینه هر بار سفارش دهی برابر با ۴۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد در ماه ۱۰ تومان باشد، اگر بخواهیم به روش LUC مقادیر سفارش را تعیین کنیم، مقدار سفارش در دوره اول چقدر خواهد بود؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
تقاضا	۲۰	۷۰	۸۰	۳۰	۵۰	۴۰	۹۰	۱۰۰	۳۰

۷۰ . ۴

۲۰ . ۳

۱۷۰ . ۲

۹۰ . ۱

سفرش در ابتدای	مقدار	برای دوره های	هزینه نگهداری	هزینه سفارش دهی	جمع	هزینه واحد
۱	۲۰	۱	۰	۴۰۰	۴۰۰	۲۰
۱	۹۰	۲-۱	$۷۰ \times ۱۰ = ۷۰۰$	۴۰۰	۱۱۰۰	۱۲.۲۲
۱	۱۷۰	۳-۱	$۷۰۰ + (۸۰ \times ۱۰ \times ۲) = ۲۳۰۰$	۴۰۰	۲۷۰۰	۱۵.۸۸

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

نیمسال دوم ۹۱-۹۰

۲۱- تقاضای محصولی طی پریودهای مختلف (هفتگی) به صورت جدول زیر است. در صورتی که هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد محصول در هفته ۲ واحد پولی باشد، مقدار اولین سفارش بر اساس روش سیلور - میل چقدر خواهد بود؟

پریود (هفته)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مقدار تقاضا	۱۰۰	۵۰	۴۰	۹۰	۱۵۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰

۴. ۱۹۰ واحد

۳. ۱۰۰ واحد

۲. ۱۵۰ واحد

۱. ۲۸۰ واحد

n^*	$C_k + h \cdot \sum (i-k) \cdot d_i$	$m^* \cdot h \cdot d_{n+1}$	m	n	k
۲	$200 + [2 \times (1-1) \times 100] = 200$	۱۰۰	۱	۱	۱
	$200 + [2 \times (2-1) \times 50] = 300$	۳۲۰	۲	۲	۱

$$300 < 320$$

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

نیمسال اول ۹۱-۹۰

۲۵- مصرف کالایی در طی ۶ دوره آتی به صورت زیر است. هزینه نگهداری هر واحد ۵ تومان در هر دوره بوده و هزینه سفارش دهی در دوره اول ۱۰۰ تومان در سایر دوره ها ۲۰۰ تومان می باشد. مقدار سفارش این کالا در دوره اول بر اساس روش LTC چقدر می باشد؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مصرف	۱۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۲۰

۱۳۰ . ۴

۸۰ . ۳

۴۰ . ۲

۱۰ . ۱

۲۶- اگر تقاضا برای محصولی در ۱۰ ماه آینده به صورت زیر باشد و اگر هزینه هر بار سفارش دهی برابر ۴۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد در ماه برابر ۱۰ تومان باشد، اگر بخواهیم به روش LUC مقادیر سفارش را تعیین کنیم، مقدار سفارش در دوره اول چقدر خواهد بود؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
تقاضا	۲۰	۷۰	۸۰	۳۰	۵۰	۴۰	۹۰	۱۰۰	۳۰

۹۰ . ۴

۱۷۰ . ۳

۷۰ . ۲

۲۰ . ۱

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

نیمسال اول ۹۱-۹۰

۲۷- هدف روش ابتکاری سیلور - میل در تعیین انباشته کدام گزینه است؟

۱. حداقل کل هزینه ها در طول افق برنامه ریزی
۲. حداقل کردن هزینه های موجودی یک کالا
۳. حداقل کردن تفاضل هزینه های نگهداری و سفارش دهی
۴. حداقل کردن کل هزینه ها در واحد زمان

۲۸- تقاضای محصولی طی پریودهای مختلف (هفتگی) به صورت زیر است. در صورتی که هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد محصول در هفته ۲ تومان باشد، مقدار اولین سفارش بر طبق روش سیلور - میل به چه میزان خواهد بود؟

پریود(هفته)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مقدار تقاضا	۱۰۰	۵۰	۴۰	۹۰	۱۵۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰

۴. ۲۸۰ واحد

۳. ۱۹۰ واحد

۲. ۱۵۰ واحد

۱. ۱۰۰ واحد

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

تابستان ۹۰

۱. در یک سیستم سفارشات بر اساس روش حداقل هزینه واحد کالا (LUC) کدامیک از گزینه های زیر همواره صحیح است؟
- الف. مقدار هر سفارش باید همواره از مصرف یک دوره بیشتر باشد.
- ب. بهتر است مقدار هر بار سفارش دقیقاً برابر با مصرف یک دوره کامل باشد
- ج. برای یک دوره (t) از دوره قبل ($t-1$) مقدار موجودی رسیده که ممکن است این مقدار موجودی برای مصرف دوره (t) کافی نباشد.

د. مقدار هر بار سفارش باید مساوی با مصرف یک دوره یا چند دوره کامل باشد.

۲. اگر تقاضا برای ۱۰ پریود آینده به صورت زیر باشد و اگر هزینه هر بار سفارش دهی برابر ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد کالا در هر پریود برابر ۵ تومان باشد، اگر بخواهیم به روش LUC (حداقل هزینه هر واحد کالا) مقادیر سفارش را تعیین کنیم، اولین مقدار سفارش چقدر خواهد بود؟

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۳۰	۵۰	۴۰	۶۰	۲۰	۷۰	۸۰	۱۰۰	۳۰	۵۰

ج. ۳۰

د. ۱۲۰

الف. ۱۸۰

ب. ۸۰

نمونه سوالات مربوط به فصل هفتم

تابستان ۹۰

۳. مصرف کالایی طی دوره های آتی طبق جدول زیر و هزینه نگهداری هر واحد آن ثابت و برابر ۵ تومان در دوره می باشد.

هزینه سفارش دهی این کالا در دوره اول ۷۰ تومان و در سایر دوره ها ۲۰۰ تومان می باشد. مقدار سفارش این کالا در دوره اول

بر اساس روش حداقل هزینه کل (LTC) چند واحد است؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مصرف	۰	۱۰	۳۰	۴۰	۶۰	۲۰

الف. ۱۰

ب. ۴۰

ج. ۰

د. ۸۰

۴. مقادیر تقاضای محصولی در ۱۰ دوره آینده در جدول زیر آورده شده است:

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۳۰	۶۰	۸۰	۶۰	۵۰	۳۰	۷۰	۱۰۰	۶۰	۴۰

اگر هزینه نگهداری هر واحد محصول در هر دوره برابر ۲ واحد پولی و هزینه هر بار سفارش دهی برابر ۸۰ واحد پولی باشد،

اولین و دومین مقدار سفارش با استفاده از روش حداقل هزینه هر واحد (LUC) چقدر خواهد بود؟

الف. ۳۰ و ۱۴۰

ب. ۹۰ و ۸۰

ج. ۹۰ و ۱۴۰

د. ۳۰ و ۲۰۰

۵. تقاضای محصولی طی پریودهای مختلف (هفتگی) به صورت زیر است. در صورتی که هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ تومان و

هزینه نگهداری هر واحد محصول در هفته ۲ واحد پولی باشد، مقدار اولین سفارش بر طبق روش سیلور - میل

(Silver-Meal) به چه میزان خواهد بود؟

پریود(هفته)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضا	۱۰۰	۵۰	۴۰	۹۰	۱۵۰	۱۵۰	۲۰	۱۰۰

الف. ۱۵۰

ب. ۱۹۰

ج. ۱۰۰

د. ۲۸۰