

اصول پیش بینی



✓مقدمه

✓انواع روش های پیش بینی

✓انواع تغییرات مصرف

✓تکنیک های پیش بینی

✓تعیین معادله خطی به روش برگشتی (رگرسیون)

✓روش مقدار واقعی دوره قبل

✓روش میانگین دوره های قبل

✓روش معدل متحرک ساده

✓روش معدل متحرک موزون

✓روش هموار سازی نمایی

✓ارزیابی میزان دقت در پیش بینی

فصل ششم : اصول پیش بینی

واژه پیش بینی، همانگونه که از معنی لغوی آن مشهود است عبارتست از تجسم یک موقعیت یا وضعیت در آینده.

در صنعت معنای خاص پیش بینی عبارت از تخمین کمیت ها، کیفیت ها و یا شرایط عوامل مختلف حاکم بر صنعت و یا محدود در درون صنعت و ارتباط دادن آن با تاریخ های آن کمیت ها، کیفیت ها و یا شرایط می باشد.

از جمله پیش بینی های لازم در فعالیت های صنعتی پیش بینی مقادیر فروش محصولات و مصرف مواد و قطعات یدکی است.

یکی از قدم های ابتدایی در کنترل موجودی، پیش بینی تقاضا در آینده است. پیش بینی یک تخمین از میزان تقاضا برای یک یا چند محصول در یک دوره زمانی در آینده است.

به طور خلاصه می توان گفت که پیش بینی در صنعت، عبارتست از ایجاد رابطه بین تغییرات غیر قابل کنترل بازار و اقتصاد خارج از محیط صنعت، با تغییرات قابل کنترل داخل محیط صنعت است. بنابراین انجام عمل پیش بینی مستلزم مطالعه و آنالیز دقیق عوامل محیط خارج است.

انواع روش های پیش بینی

عمومی ترین تقسیم بندی روش های پیش بینی عبارت است از دو روش زیر:

۱- روش های نظری

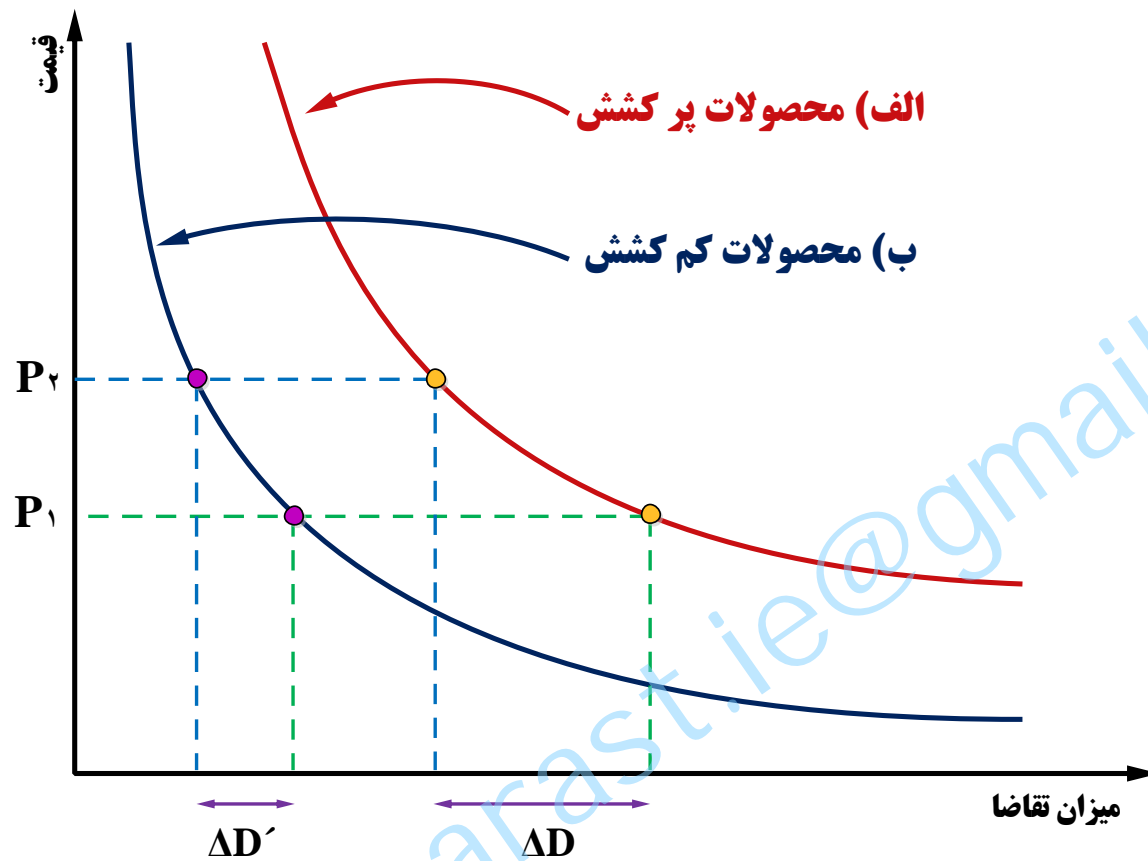
۲- روش های آماری و محاسباتی

روش های نظری

بدیهی است انجام هر نوع پیش بینی به روش محاسبات و با نشان دادن آمار و ارقام امکان پذیر نیست. عوامل مختلف نظیر تغییر و تحولات اجتماعی، سیاست های داخلی و خارجی کشور، نحوه حرکت سطح توقعات مردم، امکان تولید محصولات جدیدتر و با شرایط بهتر توسط رقبا و بسیاری دیگر از عوامل، مطمئناً در میزان تقاضای مردم از یک محصول بخصوص دخالت خواهند داشت.

تقاضای بعضی از محصولات در مقابل تغییر قیمت عکس العمل سریعی نشان می دهند و بعضی دیگر از محصولات در مقابل تغییرات قیمت عکس العمل های آرامتری خواهند داشت.

روش های نظری



منحنی تقاضا و قیمت برای دو محصول در شکل فوق نشان داده شده است. همانگونه که از شیب منحنی ملاحظه می شود، با بالارفتن قیمت از P_1 به P_2 از تقاضای محصول الف به اندازه ΔD و از تقاضای محصول ب به اندازه $\Delta D'$ کاسته خواهد شد. در نتیجه محصول الف در مقایسه با محصول ب دارای کشش بیشتری است.

جهت داشتن امکانات پیش بینی نظری، لازم است میزان کشش محصولات مختلف و یا به عبارت دیگر میزان تغییرات مصرف آنها در اثر تغییرات قیمت اندازه گیری شود.

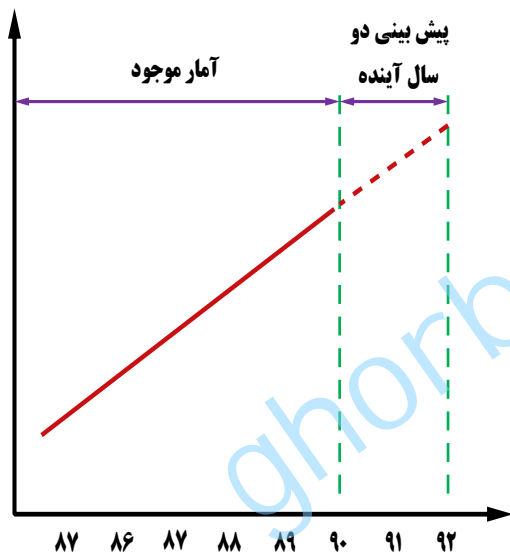
روش های آماری و محاسباتی

در این روش محاسبات انجام شده مبتنی بر آمار و ارقام گذشته است. بنا براین در تمام این روش ها، فرض عمومی آن است که آنچه در آینده اتفاق خواهد افتاد با آنچه که در گذشته پیش آمده مطابقت دارد.

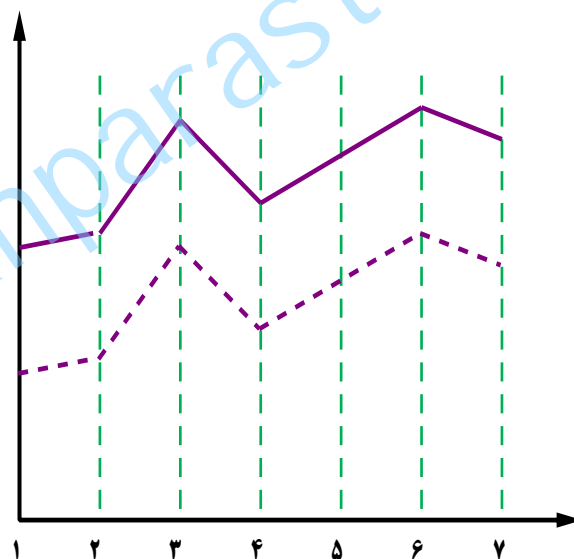
با استفاده از دو روش اصلی می توان وضع آینده را تجسم نمود:

(۱) روش ادامه روند گذشته: با در دست داشتن منحنی زمانی از یک عامل، مسیر همان منحنی در آینده ترسیم می شود.

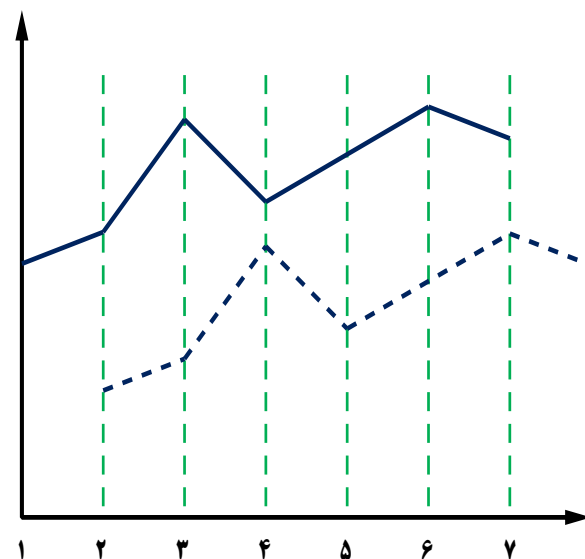
(۲) روش همگامی: حرکت یک عامل همگام با عامل دیگری که منحنی پیش بینی آن در دست است صورت می گیرد.



روش ادامه روند گذشته



روش همگامی



روش همگامی با تاخیر

انواع تغییرات مصرف

انواع تغییرات مصرف را نسبت به عامل زمان می توان به ۴ دسته نسبتاً متمایز زیر تقسیم بندی نمود:

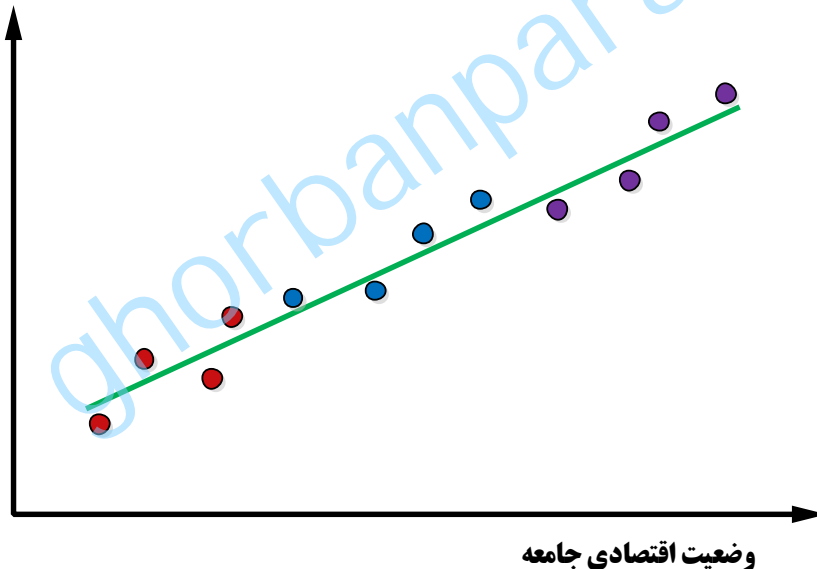
(۱) تغییرات روندی (۲) تغییرات دوره ای (۳) تغییرات فصلی (۴) تغییرات نامنظم

تعیین معادله خطی به روش برگشتی (رگرسیون)

روش رگرسیون از متداول ترین روش ها برای تعیین پیش بینی است. در این روش، متغیر مورد نظر که باید پیش بینی برای آن انجام شود، متغیر وابسته نامیده می شود. این متغیر همواره به یک یا چند متغیر مستقل یا غیر وابسته مرتبط می باشد.

رابطه بین متغیر وابسته با متغیرهای مستقل خطی منظور می شود.

متغیر وابسته می تواند میزان تقاضا (مصرف) نوعی کالا باشد. این متغیر به بسیاری از عوامل نظیر میزان تبلیغات، اقدامات رقبا و وضعیت اقتصادی جامعه وابسته می باشد.



تعیین معادله خطی به روش برگشتی (رگرسیون)

طبیعی است که مقادیر عملی هرگز دقیقاً بر روی یک خط مستقیم قرار نمی گیرند.

در این روش سعی بر آن است که معادله خط مستقیم به نحوی تعیین شود که در مناسب ترین وضعیت در بین نقاط قرار بگیرد. به بیان ریاضی، معادله خط مستقیم باید به نحوی تعیین شود که جمع مربعات مقادیر انحراف نقاط نسبت به خط حداقل باشد.

در نمونه ساده مدل، متغیر وابسته تنها به یک متغیر مستقل بستگی دارد که معادله خط به صورت زیر می باشد:

$$Y = a + bX$$

Y = متغیر وابسته

$$b = \frac{n \sum X.Y - (\sum X).(\sum Y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}$$

X = متغیر مستقل

a = محل تقاطع خط با محور y

$$a = \frac{\sum Y - b \sum X}{n}$$

b = ضریب زاویه (شیب خط)

n = تعداد جفت های اعداد X و Y

شاخص های رگرسیون

معمولاً برای ارزیابی یک مدل رگرسیون از نظر میزان همبستگی متغیرهای مستقل و وابسته، حدود خطا (یا دقت) در محاسبات از سه نوع شاخص با عناوین زیر استفاده می شود:

(۱) **ضریب همبستگی داده های نمونه (r):** جهت و میزان همبستگی بین متغیر مستقل و وابسته را نشان می دهد و مقدار r بین -1 و $+1$ نوسان دارد. در صورتیکه مقدار r درست برابر با $+1$ باشد، این مفهوم را دارد که هرگونه تغییری در متغیر مستقل دقیقاً و به نسبت مساوی متغیر وابسته را تغییر داده و این تغییرات هر دو در یک جهت می باشد.

(۲) **ضریب تعیین کننده انحراف (r^2):** این ضریب با توجه به اینکه دارای توان ۲ است همواره مثبت بوده و بین صفر و $+1$ نوسان دارد. مقدار $r^2 = 1$ نشان دهنده وابستگی کامل مقادیر عملی متغیرهای مستقل و وابسته به یکدیگر می باشد.

(۳) **میزان خطای معیار در تخمین ($S_{x,y}$):** مقدار این شاخص نشان دهنده میزان نزدیکی مقادیر واقعی به خط رگرسیون است. اگر مقدار $S_{x,y}$ از میانگین مقدار Y کوچکتر باشد نشان دهنده وابستگی کامل دو متغیر به یکدیگر است.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i - n \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \cdot \bar{X}^2) \cdot (\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \cdot \bar{Y}^2)}} \quad S_{X,Y} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - a \sum_{i=1}^n Y_i - a \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i}{n-2}}$$

مثال ۱: (سوال ۴ تمرین های فصل ششم، صفحه ۲۳۱)

مقدار میوه قابل برداشت از باغات میوه یکی از مناطق کشور به واحد کیلوگرم به ازاء هر اصله درخت در سال های متفاوت ثبت شده است. در همین سال ها میزان بارندگی به واحد میلیمتر نیز آمارگیری شده است. نتایج در جدول زیر نشان داده شده است.

۳۵	۳۰	۲۸	۵۰	۴۰	۴۶	۴۵	بارندگی سالیانه (mm)
۱۷	۱۵	۱۲	۲۶	۲۰	۲۴	۲۱	برداشت میوه (کیلوگرم از هر اصله)

(الف) با توجه به اطلاعات موجود، معادله خطی رگرسیون برای مدل بالا را تعیین کنید.

(ب) ضریب همبستگی و ضریب تعیین کننده انحراف را محاسبه نمایید.

(ج) با توجه به مقدار ضریب همبستگی، میزان اثر بخشی بارندگی را در مقدار میوه قابل برداشت از هر اصله درخت چگونه ارزیابی می کنید؟

(د) در سال آینده خوشبختانه پیش بینی بارندگی رضایت بخش است. در این سال ۵۲ میلیمتر بارندگی پیش بینی

می شود. در این صورت برای کشاورزی که ۱۰۰ اصله درخت دارد چند کیلو میوه قابل برداشت به نظر میرسد؟

حل مثال ۱: الف)

پارامترها	آمار ادوار گذشته							جمع کل
X	۴۵	۴۶	۴۰	۵۰	۲۸	۳۰	۳۵	۲۷۴
Y	۲۱	۲۴	۲۰	۲۶	۱۲	۱۵	۱۷	۱۳۵
X.Y	۹۴۵	۱۱۰۴	۸۰۰	۱۳۰۰	۳۳۶	۴۵۰	۵۹۵	۵۵۳۰
X ^۲	۲۰۲۵	۲۱۱۶	۱۶۰۰	۲۵۰۰	۷۸۴	۹۰۰	۱۲۲۵	۱۱۱۵۰

$$b = \frac{n \sum X.Y - (\sum X).(\sum Y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2} = \frac{7 \times 5530 - (274 \times 135)}{(7 \times 11150) - (274)^2} = 0.578$$

$$a = \frac{\sum Y - b \sum X}{n} = \frac{135 - (0.578 \times 274)}{7} = -3.352$$

$$Y = a + bX \Rightarrow Y = -3.352 + 0.578X$$

حل مثال ۱: ب)

پارامترها	آمار ادوار گذشته								جمع کل	میانگین
X	۴۵	۴۶	۴۰	۵۰	۲۸	۳۰	۳۵	۲۷۴	۳۹.۱۴	
Y	۲۱	۲۴	۲۰	۲۶	۱۲	۱۵	۱۷	۱۳۵	۱۹.۲۹	
X.Y	۹۴۵	۱۱۰۴	۸۰۰	۱۳۰۰	۳۳۶	۴۵۰	۵۹۵	۵۵۳۰	-	
X'	۲۰۲۵	۲۱۱۶	۱۶۰۰	۲۵۰۰	۷۸۴	۹۰۰	۱۲۲۵	۱۱۱۵۰	-	
Y'	۴۴۱	۵۷۶	۴۰۰	۶۷۶	۱۴۴	۲۲۵	۲۸۹	۲۷۵۱	-	

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i - n \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \cdot \bar{X}^2) \cdot (\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \cdot \bar{Y}^2)}} = \frac{5530 - (7 \times 39.14 \times 19.29)}{\sqrt{(11150 - (7 \times 39.14^2)) \times (2751 - (7 \times 19.29^2))}} = 0.98$$

$$r^2 = 0.96$$

ج) چون ضریب همبستگی بسیار به عدد ۱ نزدیک است، نشان می دهد که دو متغیر میزان بارندگی و مقدار برداشت میوه وابستگی کاملی به یکدیگر دارند. یعنی با افزایش میزان بارندگی، مقدار برداشت میوه نیز افزایش می یابد.

$$Y = -3.352 + (0.578 \times 52) = 26.704$$

$$\text{تعداد اصله درخت} \times Y = \text{مقدار میوه قابل برداشت} = 100 \times 26.704 = 2670.4$$

علائم قراردادی برای ارائه سایر روش های پیش بینی

F_t : مقدار پیش بینی برای دوره t

n : تعداد دوره ها

D_t : مقدار واقعی عمل شده (مقدار واقعی یا عملی) دوره t

W_t : ضریب وزن (اهمیت) آمار موجود در دوره t

α : ضریب هموارسازی روش هموارسازی نمائی $0 \leq \alpha \leq 1$

β : ضریب هموارسازی روند در روش هموارسازی نمائی $0 \leq \beta \leq 1$

A_t : میانگین هموار شده مقادیر برای دوره t در روش هموارسازی نمایی

T_t : میانگین هموار شده مقادیر روند برای دوره t در روش هموارسازی نمایی

E_t : میزان خطا در پیش بینی دوره t

روش مقدار واقعی دوره قبل

$$F_t = D_{t-1}$$

در این روش پیش بینی هر دوره برابر با مقدار واقعی دوره قبل می باشد.

سادگی و هزینه کم محاسبات از امتیازات این روش می باشد.

در شرایطی که تغییرات روندی تقریباً افقی باشند یا به عبارت دیگر با گذشت زمان میانگین مقادیر واقعی مصرف تغییر زیادی نشان ندهد و در عین حال میزان نوسانات مقادیر واقعی نسبت به میانگین در دوره های مختلف کوچک باشد، استفاده از این روش مناسب به نظر میرسد.

نکته: این روش فقط در تغییرات روند مفید است.

در نظر گرفتن تغییرات روند در روش مقدار واقعی دوره قبل

برای بالا بردن دقت پیش بینی می توان مقادیر روند را نیز در پیش بینی هر دوره دخالت داد.

$$T_t = D_t - D_{t-1} \quad , \quad F_t = D_{t-1} + T_{t-1} = 2D_{t-1} - D_{t-2}$$

مثال ۲:

مقادیر واقعی مصرف ۶ دوره گذشته به شرح زیر می باشد.

(الف) مقادیر مصرف دوره بعد را به روش مقدار واقعی دوره قبل پیش بینی نمایید.

(ب) در صورتیکه در پیش بینی هر دوره روند تغییرات دوره قبل نیز دخالت داده شود، نتیجه ها چه خواهند بود؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار واقعی	۸	۹	۷	۸	۱۰	۹

حل مثال ۲:

(الف)

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار پیش بینی	—	۸	۹	۷	۸	۱۰

(ب)

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار روند	—	۱	-۲	۱	۲	-۱
مقدار پیش بینی	—	—	۱۰	۵	۹	۱۲

روش میانگین دوره های قبل

با در دست داشتن یک مجموعه آمار از دوره های مختلف زمانی، مثلاً شامل n دوره، مخصوصاً در شرایطی که تغییرات مقادیر آماری نوعی روند افزایشی یا کاهشی خاص را نشان نداده و تابع تغییرات فصلی نیز نباشد، میتوان پیش بینی هر دوره را برابر با میانگین مقادیر واقعی کل دوره های قبل در نظر گرفت.

در هر صورت با زیاد شدن تعداد دوره ها انتظار می رود که نوعی تغیر روندی در مقادیر واقعی مشاهده شود. در این صورت استفاده از مقادیر واقعی دوره های دور دست با وزنی مساوی مقادیر واقعی دوره های نزدیک منطقی نبوده و نتایج دقیقی را ارائه نخواهد نمود.

نکته ۴: این روش فقط در تغییرات تصادفی مفید است.

$$F_t = \frac{\sum_{i=1}^{t-1} D_i}{t-1}$$

مثال ۳:

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار واقعی	۸	۹	۷	۸	۱۰	۹
مقدار پیش بینی	—	۸	۸.۵	۸	۸	۸.۴

روش معدل متحرک ساده

در این روش n مقدار واقعی آخر با هم جمع شده و بر تعداد آن تقسیم می گردد. این روش برای پیش بینی سال بعد و سال های بعد مورد استفاده قرار می گیرد. اگر در سال جدید داده ای اضافه شود، قدیمی ترین داده مورد استفاده حذف می گردد. این روش تمام خصوصیات روش قبلی را داراست، یعنی برای داده هایی که نوسانات زیاد دارند مناسب نمی باشد.

$$F_t = \frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} D_i}{n}$$

نکته: این روش در تغییرات روند و تصادفی موثر است.

روش معدل متحرک موزون

در روش معدل متحرک ساده، مقادیر واقعی n دوره همگی با وزنی مساوی در تعیین پیش بینی تاثیر گذارند. برای تقویت بیشتر روش می تواند این منطق حکم فرما باشد که در صورتیکه بخواهیم برای دوره t پیش بینی انجام دهیم، باید دوره های نزدیکتر به t در تعیین پیش بینی دوره t تاثیر بیشتری داشته باشند و به نسبتی که دوره ها از t دورتر هستند، وزن آنها در تعیین پیش بینی t کمتر شود.

$$F_t = \frac{\sum_{J=t-n}^{t-1} W_J \cdot D_i}{\sum_{J=t-n}^{t-1} W_J}$$

مقدار تاخیر روندی در این روش از تاخیر روندی در روش معدل متحرک ساده کمتر است. دلیل امر اینست که در اینجا دوره های نزدیک تر با تاثیر بیشتری در تعیین پیش بینی دخالت دارند.

(سوال ۱۷ امتحان پایان ترم نیمسال دوم ۹۱-۹۰)

(سوال ۲۴ امتحان پایان ترم نیمسال اول ۹۱-۹۰)

مثال ۴:

میزان تقاضای واقعی محصولی طی ۶ ماه گذشته به صورت جدول زیر است، اگر بخواهیم مقدار تقاضا را برای ماه

هفتم پیش بینی نمائیم، بر اساس روش معدل متحرک ($n=3$) مقدار تخمین چقدر خواهد بود؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تقاضا	۱۶۰	۱۸۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۸۰	۲۰۴	X

۲۰۸ (د)

۱۸۶ (ج)

۱۷۸ (ب)

۱۷۴ (الف)

حل مثال ۴:

$$F_t = \frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} D_i}{n} \Rightarrow F_7 = \frac{\sum_{i=7-3}^{7-1} D_i}{3} = \frac{204 + 180 + 150}{3} = 178$$

گزینه ب صحیح می باشد.

مثال ۵: (سوال ۶-الف تمرین های فصل ششم، صفحه ۲۳۲)

تعداد مراجعات مشتریان به یکی از بانک های کشور برای خرید سهام در ۸ هفته گذشته مطابق جدول زیر می باشد.

الف) با استفاده از روش میانگین متحرک ساده با تناوب $n=3$ تعداد مراجعات از هفته ۴ به بعد را پیش بینی کنید.

ب) با استفاده از روش میانگین متحرک موزون با اوزان ۰.۵، ۰.۳ و ۰.۲ برای دوره تناوب $n=3$ تعداد مراجعات از هفته ۴ به بعد را پیش بینی کنید.

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تعداد مراجعه	۲۵	۳۰	۲۹	۲۶	۴۰	۴۳	۴۲	۴۸

حل مثال ۵:

هفته	مقدار واقعی	پیش بینی با روش میانگین متحرک ساده	پیش بینی با روش میانگین متحرک موزون
۱	۲۵	—	—
۲	۳۰	—	—
۳	۲۹	—	—
۴	۳۶	$(۲۵+۳۰+۲۹) \div ۳ = ۲۸$	$(۰.۲ \times ۲۵) + (۰.۳ \times ۳۰) + (۰.۵ \times ۲۹) \div (۰.۵ + ۰.۳ + ۰.۲) = ۲۸.۵$
۵	۴۰	$(۳۰+۲۹+۳۶) \div ۳ = ۳۱.۶۷$	$(۰.۲ \times ۳۰) + (۰.۳ \times ۲۹) + (۰.۵ \times ۳۶) \div (۰.۵ + ۰.۳ + ۰.۲) = ۳۲.۷$
۶	۴۳	$(۲۹+۳۶+۴۰) \div ۳ = ۳۵$	$(۰.۲ \times ۲۹) + (۰.۳ \times ۳۶) + (۰.۵ \times ۴۰) \div (۰.۵ + ۰.۳ + ۰.۲) = ۳۶.۶$
۷	۴۲	$(۳۶+۴۰+۴۳) \div ۳ = ۳۹.۶۷$	$(۰.۲ \times ۳۶) + (۰.۳ \times ۴۰) + (۰.۵ \times ۴۳) \div (۰.۵ + ۰.۳ + ۰.۲) = ۴۰.۷$
۸	۴۸	$(۴۰+۴۳+۴۲) \div ۳ = ۴۱.۶۷$	$(۰.۲ \times ۴۰) + (۰.۳ \times ۴۳) + (۰.۵ \times ۴۲) \div (۰.۵ + ۰.۳ + ۰.۲) = ۴۱.۹$

روش هموار سازی نمائی

این روش حالت تکمیل شده روش معدل متحرک موزون می باشد.

در تقویت این روش می توان این منطق را مطرح نمود که گرچه اثرات دوره های دور در تعیین پیش بینی نباید زیاد باشد، ولی به هر حال مناسب است همگی دوره های گذشته به نحوی در تعیین پیش بینی ها دخالت داشته باشند.

این روش هم اکنون به عنوان کامل ترین و مطمئن ترین روش پیش بینی برای آمارهایی که در یک سری زمانی ارائه می شوند قابل استفاده است و این روش در تغییرات روند بسیار مفید است.

در این روش پیش بینی جدید برابر است با پیش بینی قدیم به علاوه درصدی از اختلاف بین پیش بینی قدیم و مقدار واقعی.

$$F_{t+1} = \alpha.D_t + (1 - \alpha).F_t = F_t + \alpha(D_t - F_t), \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

برای محاسبه پیش بینی هر دوره آینده تنها به سه عدد، تقاضای دوره حاضر، پیش بینی انجام شده برای دوره حاضر و مقدار α (ضریب هموار سازی نمائی) احتیاج است. با بیشتر شدن مقدار α وزن بیشتری به دوره های نزدیک داده می شود و به همین نسبت از وزن دوره های قبل کاسته می شود.

اعدای بین ۰.۲ تا ۰.۳ برای α معمولاً پاسخ های مناسبی را ارائه می نمایند.

مشال ۶: (سوال ۲۱ امتحان پایان ترم نیمسال اول ۹۱-۹۰)

تقاضای محصولی در چهار ماه اخیر به صورت زیر بوده است:

ماه	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۲۵	۳۳	۴۰	۴۲

با استفاده از روش هموارسازی نمایی با ضریب هموارسازی ۰.۵، اگر تخمین تقاضا برای ماه سوم برابر ۳۲ واحد باشد، آنگاه مقدار پیش بینی تقاضای ماه پنجم چقدر است؟

الف) ۴۱ واحد

ب) ۳۹ واحد

ج) ۳۶ واحد

د) ۳۲ واحد

حل مثال ۶:

با توجه به اینکه در روش هموارسازی نمایی برای محاسبه مقدار پیش بینی به ۳ مقدار تقاضا، پیش بینی و α احتیاج است و این سه مقدار برای ماه سوم موجود می باشد، ابتدا بایستی مقدار پیش بینی ماه چهارم را محاسبه نموده و سپس با اطلاعات ماه چهارم پیش بینی برای ماه پنجم را انجام داد.

$$F_3 = 32 \quad , \quad D_3 = 40 \quad , \quad \alpha = 0.5$$

$$F_4 = F_3 + \alpha(D_3 - F_3) = 32 + 0.5(40 - 32) = 36$$

$$F_4 = 36 \quad , \quad D_4 = 42 \quad , \quad \alpha = 0.5$$

$$F_5 = F_4 + \alpha(D_4 - F_4) = 36 + 0.5(42 - 36) = 39$$

گزینه ب صحیح می باشد.

نکته ۴:

این روش روند صعودی یا نزولی تقاضا را به خوبی در نظر نمی گیرد. یعنی در صورتیکه تقاضا روند صعودی داشته باشد، پیش بینی انجام شده از این روش همواره از مقدار واقعی کمتر است و در صورتیکه تقاضا روند نزولی داشته باشد پیش بینی بزرگتر از مقدار واقعی خواهد بود.

تصحیح روندی در روش هموارسازی نمائی

در صورتیکه مقدار واقعی مصرف کالا دارای نوسانات زیاد و یا روند پایدار افزایشی یا کاهشی باشد، می بایست تصحیح روندی بر روی مقادیر خام پیش بینی اعمال گردد.

روش های متفاوتی جهت اعمال تصحیح روندی موجود است که در اینجا از روش تصحیح روندی به صورت هموارسازی نمایی روند استفاده می گردد.

برای این منظور علاوه بر ضریب ثابت α جهت محاسبات پیش بینی، از ضریب ثابت β جهت هموارسازی روندها استفاده می گردد.

(تخمین روند دوره قبل + میانگین هموار شده دوره قبل) $(1-\alpha) +$ (تقاضای واقعی دوره) α = میانگین هموار شده
مقادیر برای دوره

$$A_t = \alpha \times D_t + (1 - \alpha) \times (A_{t-1} + T_{t-1})$$

(تخمین روند دوره قبل) $(1-\beta) +$ (میانگین هموار شده دوره قبل - میانگین هموار شده دوره) β = تخمین روند دوره

$$T_t = \beta \times (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) \times T_{t-1}$$

تخمین روند دوره قبل + میانگین هموار شده دوره قبل = پیش بینی دوره بعد

$$F_{t+1} = A_t + T_t$$

مثال ۷: (سوال ۱۰ تمرین های فصل ششم، صفحه ۲۳۵)

مقادیر تقاضای یک ماده شیمیایی به واحد لیتر در یک صنعت در ۱۲ دوره گذشته به شرح جدول زیر می باشد.

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تقاضا	۶۸	۶۶	۵۹	۶۲	۵۷	۵۶	۵۹	۵۴	۵۳	۵۵	۴۹	۵۰

الف) فرض کنیم میانگین تقاضای واقعی در قبل از دوره ۱ حدود ۶۷ لیتر بوده است. با کاربرد روش هموارسازی

نمائی با ضریب ثابت هموارسازی برابر با ۰.۲، تقاضاهای ۱۲ دوره را پیش بینی کنید.

ب) با در نظر گرفتن ضریب ثابت هموارسازی روند برابر با ۰.۳ و در نظر گرفتن روند برابر با (۲-) در قبل از

دوره ۱، مقادیر تقاضا را پیش بینی کنید.

حل مثال ۷: الف)

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تقاضا	۶۸	۶۶	۵۹	۶۲	۵۷	۵۶	۵۹	۵۴	۵۳	۵۵	۴۹	۵۰
پیش بینی	۶۷	۶۷.۲	۶۶.۹۶	۶۵.۳۷	۶۴.۶۹	۶۳.۱۶	۶۱.۷۲	۶۱.۱۸	۵۹.۷۴	۵۸.۳۹	۵۷.۷۲	۵۵.۹۷

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(D_t - F_t)$$

$$F_1 = 67, \quad D_1 = 68, \quad \alpha = 0.2$$

$$F_2 = F_1 + \alpha(D_1 - F_1) = 67 + 0.2(68 - 67) = 67.2$$

$$F_3 = 66.96, \quad F_4 = 65.37 \quad \dots \quad F_{11} = 57.72, \quad F_{12} = 55.97$$

حل مثال ۷: (ب)

t	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
D_t	۶۸	۶۶	۵۹	۶۲	۵۷	۵۶	۵۹	۵۴	۵۳	۵۵	۴۹	۵۰
A_t	۶۵.۶۰	۶۴.۲۲	۶۱.۸۳	۶۰.۳۴	۵۸.۲۶	۵۶.۳۱	۵۵.۳۳	۵۳.۷۷	۵۲.۳۴	۵۱.۶۳	۵۰.۰۷	۴۸.۹۵
T_t	-۱.۸۲	-۱.۶۹	-۱.۹۰	-۱.۷۷	-۱.۸۷	-۱.۸۹	-۱.۶۲	-۱.۶۰	-۱.۵۵	-۱.۳۰	-۱.۳۸	-۱.۳۰
F_t	۶۷	۶۳.۷۸	۶۲.۵۴	۵۹.۹۳	۵۸.۵۷	۵۶.۳۹	۵۴.۴۲	۵۳.۷۲	۵۲.۱۷	۵۰.۷۹	۵۰.۳۳	۴۸.۶۹

$$A_t = \alpha \times D_t + (1 - \alpha) \times (A_{t-1} + T_{t-1}) \quad , \quad T_t = \beta \times (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) \times T_{t-1}$$

$$F_{t+1} = A_t + T_t$$

$$D_1 = 68 \quad , \quad A_0 = 67 \quad , \quad T_0 = -2 \quad , \quad \alpha = 0.2 \quad , \quad \beta = 0.3$$

$$A_1 = 0.2 \times 68 + (1 - 0.2) \times (67 - 2) = 65.6$$

$$T_1 = 0.3 \times (65.6 - 67) + 0.7(-2) = -1.82$$

$$F_2 = A_1 + T_1 = 65.6 - 1.82 = 63.78$$

$$F_3 = 62.54 \quad , \quad F_4 = 59.93 \quad \dots \quad F_{11} = 50.33 \quad , \quad F_{12} = 48.69$$

ارزیابی میزان دقت در پیش بینی

پیش بینی ها نمی توانند با آنچه که در واقعیت اتفاق می افتد کاملاً یکسان باشند. همواره باید درصدی از خطا را در پیش بینی ها انتظار داشته باشیم.

خطاهای مورد انتظار در پیش بینی به دو دسته زیر تقسیم می شوند:

(۱) اتفاقی یا تصادفی

خطاهای تصادفی به دلیل پیش آمدن عوامل غیر منتظره و نوسانات غیر قابل پیش بینی در شرایط محیطی حاکم بر سازمان حاصل می شوند.

(۲) انحرافی یا مورب

خطاهای انحرافی به دلیل عدم دقت در برداشت شرایط موجود و یا وجود اشکالاتی در تکنیک های به کار گرفته شده برای پیش بینی حاصل می شود.

شاخص های ارزیابی پیش بینی ها

میزان خطا: میزان خطا عبارتست از تفاوت بین مقدار واقعی با مقدار پیش بینی. بدیهی است به منظور ارزیابی میزان خطا مناسب است جمع مقادیر خطا در یک افق زمانی طولانی محاسبه شود. جمع میزان خطا یا خطای جمعی پیش بینی حاصل جمع جبری مقادیر E_t می باشد.

$$E_t = D_t - F_t, \quad CFE = \sum E_t$$

میانگین خطای پیش بینی: که در آن P تعداد دوره هایی است که در آن پیش بینی انجام شده است.

$$\bar{E} = \frac{CFE}{P}$$

میانگین مربعات خطا (MSE)، انحراف معیار (δ) و میانگین مطلق انحراف (MAD) به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$MSE = \frac{\sum E_t^2}{P}, \quad \delta = \sqrt{\frac{\sum (E_t - \bar{E})^2}{P - 1}}, \quad MAD = \frac{\sum |E_t|}{P}$$

برای اینکه میزان بزرگی یا کوچکی مقادیر شاخص ها، مفهوم دقیق و کمی داشته باشد، از شاخص میانگین درصد مطلق خطا (MAPE) استفاده می گردد.

$$MAPE = \frac{\sum (|E_t| \div D_t)}{P} \times 100$$

نکته:

مزیت شاخص MAPE نسبت به MAD آن است که خطاها را نسبت به بزرگی مقادیر واقعی تعیین می نماید.

مزیت شاخص MAD نسبت به CFE آن است که به دلیل استفاده از قدر مطلق، خطاهای مثبت و منفی یکدیگر را خنثی نمی کنند.

مثال ۸: (سوال ۶-ب تمرین های فصل ششم، صفحه ۲۳۲)

مقادیر CFE، \bar{E} ، MSE، σ ، MAD و MAPE را برای نتایج مثال ۵ (سوال ۶-الف) برای انتهای هفته ۸ به دست آورید.

حل مثال ۸:

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضا	۲۵	۳۰	۲۹	۳۶	۴۰	۴۳	۴۲	۴۸
پیش بینی	—	—	—	۲۸	۳۱.۶۷	۳۵	۳۹.۶۷	۴۱.۶۷
E_t	—	—	—	۸	۸.۳۳	۸	۲.۳۳	۶.۳۳
E_t^2	—	—	—	۶۴	۶۹.۴۴	۶۴	۵.۴۴	۴۰.۱۱
$E_t - \bar{E}$	—	—	—	۱.۴	۱.۷۳	۱.۴	-۴.۲۷	-۰.۲۷
$E_t \div D_t$	—	—	—	۰.۲۲	۰.۲۱	۰.۱۹	۰.۰۶	۰.۱۳

$$CFE = \sum_t E_t = 8 + 8.33 + 8 + 2.33 + 6.33 = 33, \quad \bar{E} = CFE \div P = 33 \div 5 = 6.6$$

$$MSE = \sum_t E_t^2 \div P = 243 \div 5 = 48.6, \quad \sigma = \sqrt{\sum_t (E_t - \bar{E})^2 \div \sqrt{P-1}} = 5.02 \div 2 = 2.51$$

$$MAD = \sum_t |E_t| \div P = 33 \div 5 = 6.6, \quad MAPE = (\sum_t (|E_t| \div D_t) \times 100) \div P = 0.8 \times 100 \div 5 = 16$$

نمونه سوالات مربوط به فصل ششم

نیمسال دوم ۹۰-۹۱

۱۵- مقدار مصرف واقعی و پیش بینی مصرف بر اساس روش هموار سازی نمایی برای دو دوره گذشته طبق جدول زیر می باشد. پیش بینی مصرف دوره بعد کدام است؟

دوره	مصرف واقعی	مقدار پیش بینی
۱	۸۰	۶۵
۲	۶۰	۷۷

$$F_2 = F_1 + \alpha(D_1 - F_1)$$

$$\alpha = \frac{F_2 - F_1}{D_1 - F_1} = \frac{77 - 65}{80 - 65} = 0.8$$

۰.۴ ۶۲/۸

۰.۳ ۶۴/۲

۰.۲ ۶۳/۸

۰.۱ ۶۳/۴

$$F_3 = F_2 + \alpha(D_2 - F_2) = 77 + 0.8(60 - 77) = 77 - 13.6 = 63.4$$

۱۶- در کدام یک از حالات زیر از روش هموار سازی نمایی با تصحیح روند استفاده می شود؟

۰.۲ مصرف کالا دارای روند کاهشی باشد

۰.۱ مصرف کالا دارای روند افزایشی باشد

۰.۳ مصرف کالا دارای نوسانات زیاد باشد

۰.۴ هر سه مورد فوق

نمونه سوالات مربوط به فصل ششم

نیمسال دوم ۹۱-۹۰ (تشریحی)

۴- مقادیر تقاضای یک ماده شیمیایی به واحد لیتر در یک صنعت در ۷ دوره گذشته به شرح جدول زیر است:

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تقاضا	۶۸	۶۶	۵۹	۶۲	۵۷	۵۶	۵۹

- الف- فرض کنید میانگین تقاضای واقعی در قبل از دوره ۱، حدود ۶۷ لیتر بوده است. با استفاده از روش هموار سازی نمایی با ضریب ثابت هموار سازی برابر با 0.2 ، تقاضاهای ۷ دوره را پیش بینی کنید؟
- ب- با در نظر گرفتن ضریب ثابت هموار سازی روند برابر با 0.3 و در نظر گرفتن روند برابر با 2 - در قبل از دوره ۱، مقادیر تقاضا را پیش بینی کنید؟
- ج- شاخص های MAD ، MSE ، $MAPE$ را برای پیش بینی های الف و ب به دست آورده و آنها را با هم مقایسه کنید؟

نمونه سوالات مربوط به فصل ششم

نیمسال اول ۹۱-۹۰

۲۱- تقاضای محصولی در چها ماه اخیر به صورت زیر بوده است:

ماه	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۲۵	۳۳	۴۰	۴۲

با استفاده از روش هموار سازی نمایی با ضریب هموار سازی 0.5 ، اگر تخمین تقاضا برای ماه سوم برابر 32 واحد باشد، آنگاه مقدار پیش بینی تقاضای ماه پنجم چقدر است؟

۴. 32 واحد

۳. 36 واحد

۲. 39 واحد

۱. 41 واحد

۲۲- در کدام یک از حالات زیر از روش هموار سازی نمایی با تصحیح روند استفاده می شود؟

۲. مصرف کالا دارای روند کاهشی باشد

۱. مصرف کالا دارای روند افزایشی باشد

۴. هر سه مورد

۳. مصرف کالا دارای نوسانات زیاد باشد

۲۳- روش پیش بینی میانگین دوره های قبل از تقاضای های واقعی گذشته موقعی برای پیش بینی تقاضا مناسب است که تقاضا

۲. روند نزولی داشته باشد

۱. فصلی باشد

۴. فقط تغییرات تصادفی داشته باشد

۳. روند صعودی داشته باشد

نمونه سوالات مربوط به فصل ششم

تابستان ۹۰

۷. متوسط تقاضای ماهیانه محصولی تا انتهای ماه دهم $A_{10} = 63$ واحد و تقاضای این محصول در ماههای یازدهم و دوازدهم به ترتیب ۶۴ و ۶۸ واحد است. با استفاده از روش هموارسازی نمایی با ضریب هموارسازی $\alpha = 0.2$ پیش بینی تقاضای ماه سیزدهم برابر است با:

الف. ۶۴/۴

ب. ۶۴

ج. ۶۳/۴

د. ۶۳/۲

۸. در روش هموارسازی نمایی هر چه ضریب α کمتر باشد:

الف. به گذشته دور اهمیت بیشتری داده می شود.

ب. به گذشته دور و زمان حال یک ارزش داده می شود.

ج. به آینده نزدیک اهمیت بیشتری می دهد.

د. به گذشته دور اهمیت کمتری داده می شود.

نمونه سوالات مربوط به فصل ششم

تابستان ۹۰ (ادامه)

۹. وقتی تقاضا فقط تغییرات احتمالی دارد و متوسط تقاضا ثابت باشد، کدامیک از روشهای زیر برای پیش‌بینی تقاضا بهتر است؟

الف. روشهای معدل گیری تصحیح شده

ب. روشهای معدل گیری ساده

ج. روشهای پیش‌بینی فصلی

د. روش میانگین متحرک

۱۰. روش معدل گیری ساده از تقاضای واقعی گذشته، موقعی برای پیش‌بینی تقاضا مناسب است که تقاضا:

الف. روند نزولی داشته باشد.

ب. فقط تغییرات تصادفی داشته باشد.

ج. روند صعودی داشته باشد.

د. فصلی باشد.

نمونه سوالات مربوط به فصل ششم

تابستان ۹۰ (ادامه)

۱۱. در روش هموار سازی نمایی با $\alpha = 0.2$ ، اگر یک شوک به تقاضا وارد شود، پس از گذشت چهار دوره از دوره جاری، اثر (ضریب) شوک وارد شده در پیش بینی به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟

الف. ۰/۱۶

ب. ۰/۰۸

ج. ۰/۱۲۸

د. ۰/۰۴

نکته
اثر ضریب شوک وارد شده با استفاده از فرمول $\alpha \times (1 - \alpha)^t$ محاسبه می شود

$$\alpha \times (1 - \alpha)^t = 0.2 \times (0.8)^4 = 0.2 \times 0.4096 = 0.08192$$

۱۲. تقاضای واقعی محصولی طی ۱۲ ماه گذشته به صورت زیر است:

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تقاضا	۷۰	۶۰	۸۰	۱۰۰	۵۰	۷۰	۶۰	۷۵	۹۵	۱۰۰	۸۰	۷۰

اگر پیش بینی بر اساس میانگین متحرک ۹ ماهه برای ماه ۱۱ برابر ۷۷ باشد، با مبنا قرار دادن این مقدار، بر اساس روش هموار سازی نمایی چه مقداری را برای ماه ۱۳ پیش بینی می کنید (ضریب هموار سازی $\alpha = 0.2$ را در نظر بگیرید)؟

ج. تقریبا ۸۰ واحد

د. تقریبا ۷۲ واحد

الف. تقریبا ۸۸ واحد

ب. تقریبا ۷۶ واحد