فصل پنجم

نقطه سفارش و مقادیر ذخیره

- ✓روش های ساده تعیین مقادیر ذخیره و نقطه سفارش
- ✓تعیین مقادیر ذخیره و نقطه سفارش با در نظر گرفتن هزینه های نگهداری و مواجهه با کسری
- ✓هیستوگرام ها و منحنی های احتمالی توزیع
- ✓مقادیر نقطه سفارش ذخیره اطمینان با در دست داشتن منحنی های توزیع مصرف
- ✓سطح اطمینان از موجودی
- ✓محاسبات نقطه سفارش و سطح اطمینان در تابع توزیع مصرف نرمال
- ✓تهیه منحنی هزینه های مربوط به نگهداری ذخیره در مقابل سطوح اطمینان از موجودی
- ✓محاسبه میانگین و انحراف از معیار مصرف ر فاصله زمانی L در صورت آگاهی از میانگین و انحــراف معیار مصرف در واحد زمان
- ✓وضعیت موجودی

فصل پنجم

نقطه سفارش و مقادیر ذخیره

در فصل چهارم در جستجوی مقدار سفارش اقتصادی، به این نکته پاسخ داده شد کــه در شرایط متفاوت، مقدار مناسب هر بار سفارش یک کالا (یا هر بار تولید یک کالا) چه خواهد بود.

در این فصل به بررسی عامل دیگری که تعیین کننده ساختار سفارشات می باشد، یعنی **نقطه سفارش** می پردازیم.

روش های ساده تعیین مقادیر ذخیره اطمینان و نقطه سفارش

متوسط مصرف درفاصله زمانی تحویل – نقطه سفارش = مقدار ذخیره

$$B = OP - (\bar{D} \times \bar{L})$$

الف) بر اساس حداکثر فاصله زمانی تحویل

$$OP = \bar{D} \times L_{\max}$$

ب) بر اساس حداکثر سرعت مصرف

$$OP = D_{\max} \times \bar{L}$$

ج) بر اساس حداکثر مصرف در فاصله زمانی تحویل

$$OP = (D \times L)_{\max}$$

د) بر اساس حداکثر مصرف قابل پیش بینی

$$OP = D_{\max} \times L_{\max}$$

مثـــــــــــال ۱: (سوال ۱ تمرین های فصل پنجم، صفحه ۱۷۷)

سرعت های مصرف روزانه و فواصل زمانی تحویل برای یک نوع قطعه یدکی مورد مصرف عمومی در نگهداری و تعمیرات یک کارخانه در ۸ دوره سفارش گذشته مطابق جدول زیر بوده است:

دوره سفارش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
سرعت مصرف روزانه	۶	۷	۸	۴	۵	۴	۳	۷
فاصله زمانی تحویل	۲۰	۱۱	۱۸	۲۶	۱۰	۸	۲۰	۱۵

مقادیر ذخیره و نقطه سفارش برای این قطعه را براساس روش های زیر حساب کنید:

الف) حداکثر فاصله زمانی تحویل

ب) حداکثر سرعت مصرف

ج) حداکثر مصرف در فاصله زمانی تحویل

د) حداکثر مصرف قابل پیش بینی

حل مثال۱:

دوره سفارش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	میانگین
سرعت مصرف روزانه	۶	۷	۸	۴	۵	۴	۳	۷	۵.۵
فاصله زمانی تحویل	۲۰	۱۱	۱۸	۲۶	۱۰	۸	۲۰	۱۵	۱۶
مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل	۱۲۰	۷۷	۱۴۴	۱۰۴	۵۰	۳۲	۶۰	۱۰۵	۸۶.۵

الف) $OP = 5.5 \times 26 = 143$, $B = 143 - 86.5 = 56.5$

ب) $OP = 8 \times 16 = 128$, $B = 128 - 86.5 = 41.5$

ج) $OP = 144$, $B = 144 - 86.5 = 57.5$

د) $OP = 8 \times 26 = 208$, $B = 208 - 86.5 = 121.5$

تعیین مقادیر ذخیره و نقطه سفارش با در نظر گرفتن هزینه های نگهداری و مواجهه با کسری (روش های آمار منقطع)

B: مقدار ذخیره اطمینان

OP : نقطه سفارش

q_L: مقدار احتمالی مصرف در فاصله زمانی تحویل

h : واحد هزینه نگهداری

s: واحد هزینه مواجه با کسری

D : متوسط سرعت مصرف (مصرف در واحد زمان)

L : فاصله زمانی تحویل

n : تعداد دفعات سفارش در واحد زمان

$$OP = (D \times L) + B$$

در صورتیکه مقدار q_L در هر دوره از OP بیشتر بشود، با کمبود مواجه خواهیم شد. بنابراین مقدار کمبود بصورت زیر محاسبه می گردد:

$$\text{مقدار کمبود} = \begin{cases} q_L - OP \quad , \quad if\,(q_L \succ OP) \\ 0 \quad , \quad if\,(q_L \leq OP) \end{cases}$$

تعیین مقادیر ذخیره و نقطه سفارش با در نظر گرفتن هزینه های نگهداری و مواجهه با کسری (روشهای آمار منقطع)

بدیهی است که مقدار q_L احتمالی است.

در صورتیکه احتمال مصرف به مقدار q_L را با نماد $P(q_L)$ نشان دهیم، آنگاه مقدار کمبود مورد انتظار، بنا بر آنچه که در اصول آمار مطرح است عبارتست از:

$$(q_L - OP) \times P(q_L)$$

(احتمال مصرف به مقدار q_L) × (مقدار کمبود در صورت مصرف به مقدار q_L) = مقدار کمبود مورد انتظار

در نتیجه، هزینه کمبود مورد انتظار در واحد زمان برابر است با:

$$s \times (q_L - OP) \times P(q_L) \times n$$

هزینه نگهداری ذخیره در واحد زمان برابر است با:

$$h \times B$$

مجموع هزینه ها در واحد زمان برابر است با: (مجموع هزینه کمبود مورد انتظار و هزینه نگهداری ذخیره)

$$TIC = (s \times (q_L - OP) \times P(q_L) \times n) + h \times B$$

مثـــــــــال ۲: (سوال ۳تشریحی امتحان پایان ترم نیمسال دوم ۹۱–۹۰)

آمار مصرف کالایی در فاصله زمانی تحویل در ۲۰۰ دوره گذشته مطابق با جدول زیر بـوده اسـت:

مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰
تعداد دفعات این مقدار مصرف	۱۵	۳۰	۱۱۰	۳۰	۱۵

واحد هزینه انبارداری این کالا ۶۵۰ واحد پول در سال و واحد هزینه مواجهه با کمبود آن ۵۰۰۰ واحد پول در سال است. این کالا یک بار در سال سفارش می شود. مقادیر اقتصادی ذخیره، نقطه سـفارش و جمع هزینه های سالیانه مربوط به نگهداری ذخیره و مواجهه با کمبود را حساب کنید.

حـــل مثــــــــال۲:

$h = 650 \quad , \quad s = 5000 \quad , \quad n = 1$

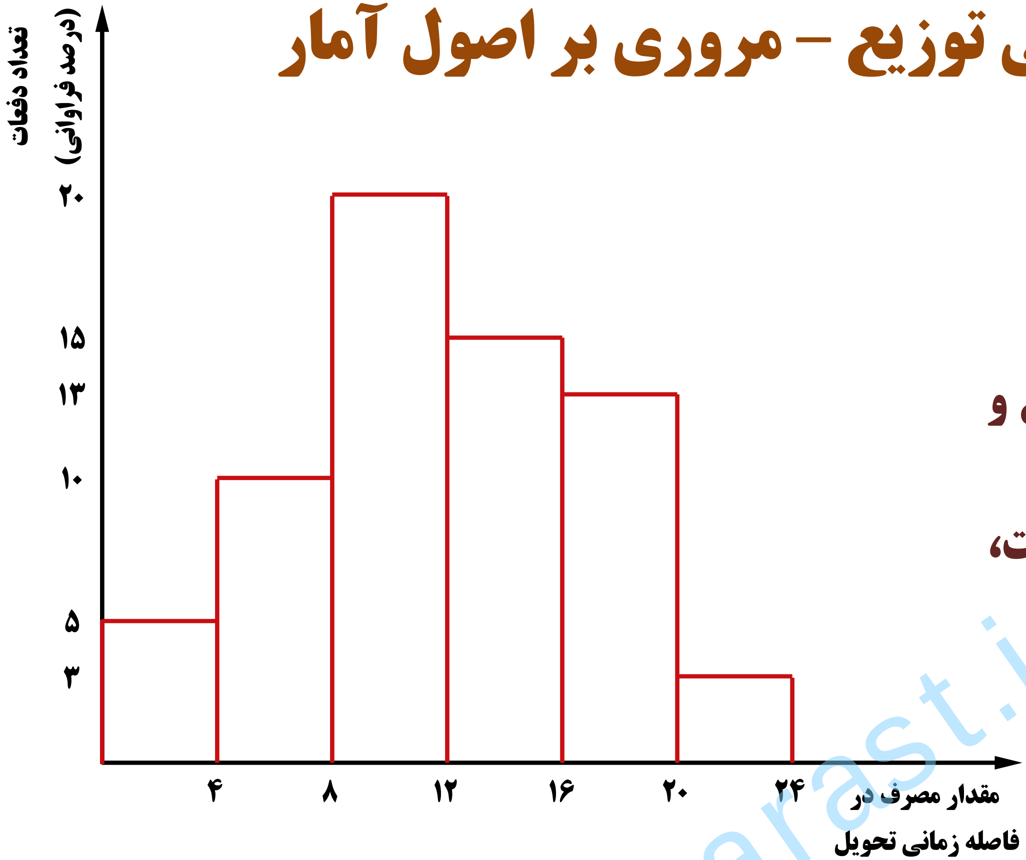
$$\bar{q}_L = \frac{(50\times 15) + (60\times 30) + (70\times 110) + (80\times 30) + (90\times 15)}{15 + 30 + 110 + 30 + 15} = \frac{14000}{200} = 70$$

نقطه سفارش OP	مقدار ذخیره B	مقدار احتمالی مصرف q_L	احتمال این مقدار مصرف $P(q_L)$	هزینه کمبود مورد انتظار $s.(ql - OP).P(ql).n$	هزینه نگهداری ذخیره h×B	هزینه کل TIC
۷۰	۰	≤۷۰ = ۸۰ = ۹۰	۱۵۵ ÷۲۰۰=۰.۷۷۵ ۳۰ ÷۲۰۰=۰.۱۵ ۱۵ ÷۲۰۰=۰.۰۷۵ ۱	۵۰۰۰×(۷۰−۷۰) ×۰.۷۷۵×۱=۰ ۵۰۰۰×(۸۰−۷۰) ×۰.۱۵×۱=۷۵۰۰ ۵۰۰۰×(۹۰−۷۰) ×۰.۰۷۵×۱=۷۵۰۰ ۱۵۰۰۰	۰	۱۵۰۰۰
۸۰	۱۰	≤۸۰ = ۹۰	۱۸۵ ÷۲۰۰=۰.۹۲۵ ۱۵ ÷۲۰۰=۰.۰۷۵ ۱	۵۰۰۰×(۸۰−۸۰) ×۰.۹۲۵×۱=۰ ۵۰۰۰×(۹۰−۸۰) ×۰.۰۷۵×۱=۳۷۵۰ ۳۷۵۰	۱۰×۶۵۰ = ۶۵۰۰	۱۰۲۵۰
۹۰	۲۰	≤۹۰	۲۰۰ ÷۲۰۰=۱	۵۰۰۰×(۹۰−۹۰) ×۱×۱=۰	۲۰×۶۵۰ = ۱۳۰۰۰	۱۳۰۰۰

مناسب ترین سطح نقطه سفارش ۸۰ واحد است زیرا به ازاء آن، هزینه کل کمترین مقدار می باشد .

هیستوگرام ها و منحنی های احتمالی توزیع – مروری بر اصول آمار

هیستوگرام های توزیع مصرف

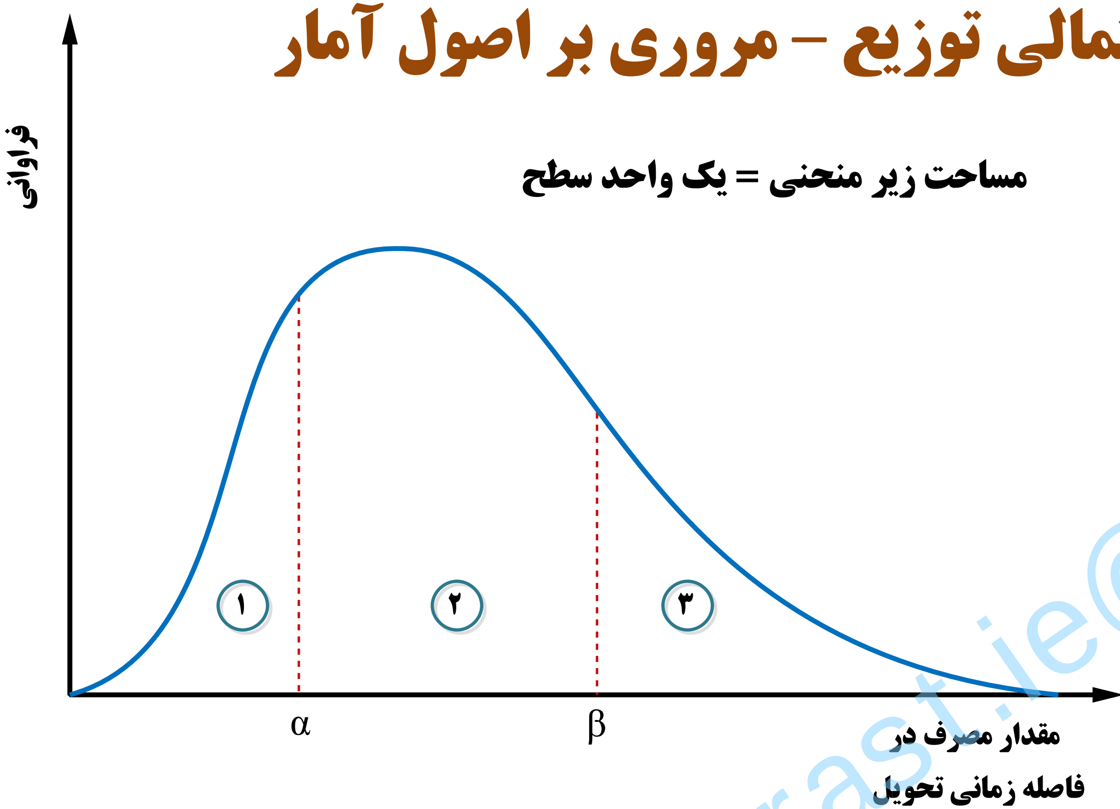


نمودار مقابل با توجه به اینکه آمار به صورت منقطع و برای فواصل زمانی تحویل مشخصی ارائه شده اســـت، "هیستوگرام توزیع احتمالی" نامیده می شود.

با در نظر داشتن چنین هیستوگرامی و فرض اینکه انتظار میرود اتفاقات گذشته با احتمالات مربوطه، درآینده نیز تکرار شوند، میتوان وضعیت های احتمالی آینده را پیش بینی نمود.

$$\text{احتمال مصرف در فاصله زمانی تحویل} = \frac{\text{مجموع مساحت هیستوگرام های بین فاصله زمانی تحویل}}{\text{مساحت کل هیستوگرام}}$$

هیستوگرام ها و منحنی های احتمالی توزیع – مروری بر اصول آمار



منحنی های توزیع مصرف

اگر بمنظور دقت بیشتر در ارائـه آمـار، عـرض مستطیل های هیستوگرام توزیع احتمالی به سمت مقادیر بسیار کوچک و نزدیک به صفر میل کنـد، نقاط میانی ضلع بـالای مسـتطیل هـا در کنـار یکدیگر تشکیل خط منحنی پیوسته ای را می دهد که آن را "منحنی توزیع احتمالی" می نامند.

در صورتیکه مساحت زیر منحنی را کلاً یک واحد در نظر بگیریم، منحنی یا تابع مربوطه "منحنـی چگالی توزیع احتمالی" نامیده می شود.

$$P(D \leq \alpha) = S_1 = \int_0^{\alpha} f(u) \times du$$

$$P(\alpha \leq D \leq \beta) = S_2 = \int_{\alpha}^{\beta} f(u) \times du$$

$$P(\beta \leq D) = S_3 = \int_{\beta}^{\infty} f(u) \times du$$

$u =$ مقدار احتمالی مصرف در فاصله زمانی تحویل

$f(u) =$ تابع توزیع احتمالی

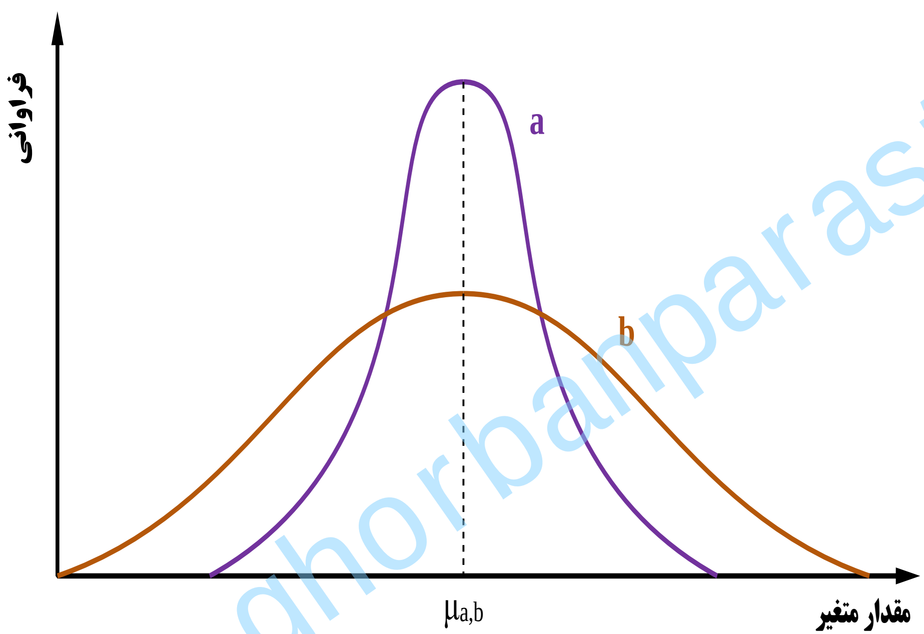
مشخصه های منحنی های توزیع

میانگین:

نشان دهنده مقداری از متغیر بر روی محور افقی است که به ازاء آن سطح زیر منحنی به دو بخش مساوی تقسیم می شود.

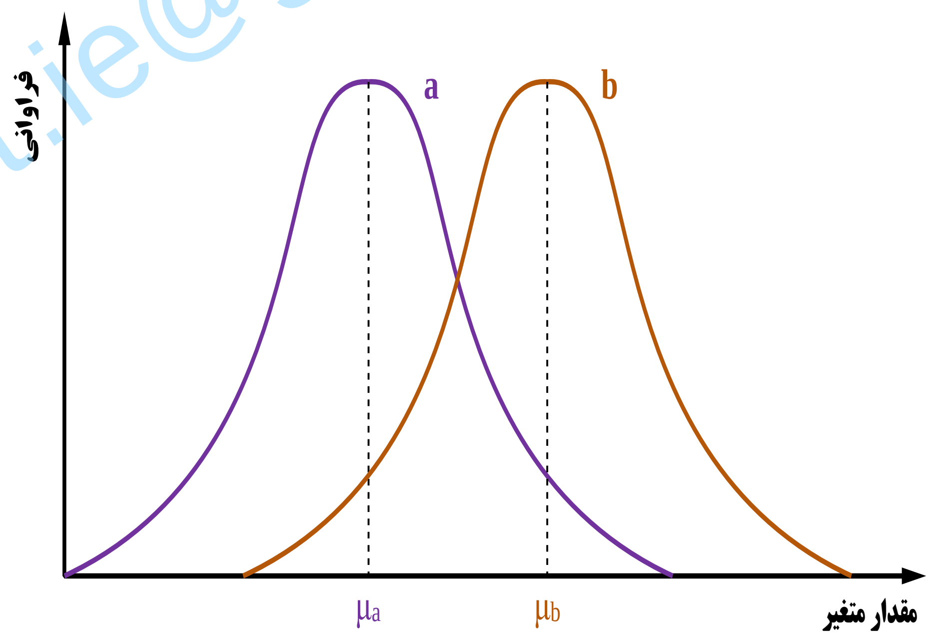
انحراف معیار:

نشان دهنده مقدار پراکندگی یا انحراف مقادیر متغیر نسبت به مقدار میانگین است.



میانگین برابر

انحراف معیار متفاوت



میانگین متفاوت

انحراف معیار برابر

مقادیر میانگین و انحراف استاندارد

μ: میانگین

δ: انحراف معیار

m_i: مقدار متغیر در هر اتفاق i

k: تعداد گروه های مقادیر متغیر، وقتی که در هر گروه مقادیر متغیر با یکدیگر برابر باشند

f_i: تعداد دفعات تکرار m_i (تعداد اعضاء هر گروه)

N: تعداد کل اعضاء مجموعه

$$N = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \times m_i}{N}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (m_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \times m_i^2}{N} - \mu^2}$$

مثـــــــــال ۳:

مقادیر مصرف یک کالا در فواصل زمانی تحویل در ۱۰ مــورد گذشــته بــه شــرح زیــر مــی باشــد.

مقادیر میانگین و انحراف استاندارد این مجموعه را محاسبه نمائید.

شماره دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مصرف در فاصله زمانی تحویل	۱۶	۲۰	۱۸	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۱۶	۱۸	۱۶

حـــل مثـــــــــال۲:

گروه های مقادیر متغیر	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲
تعداد دفعات تکرار	۴	۳	۲	۱

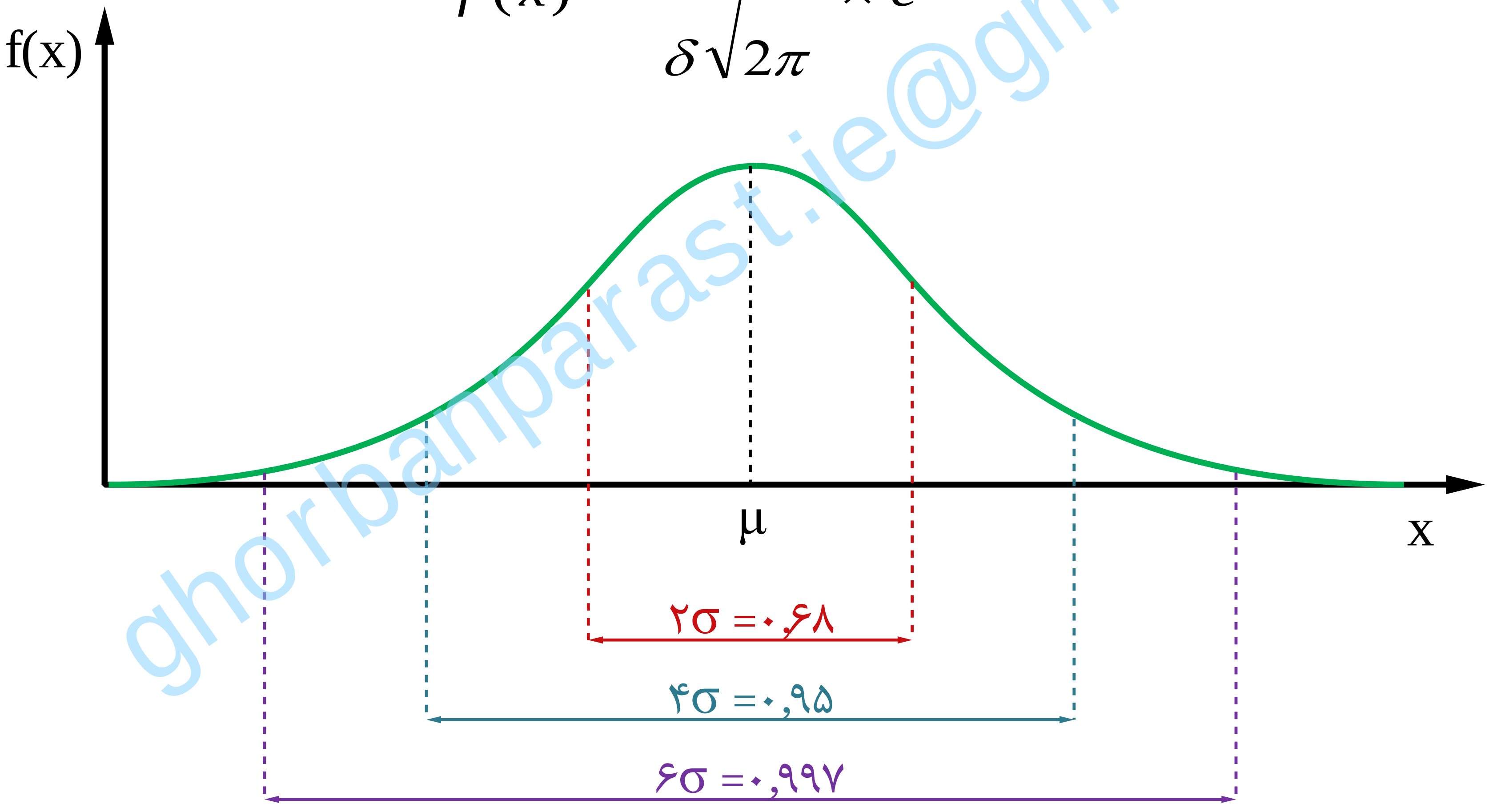
$$\mu = \frac{(16\times 4) + (18\times 3) + (20\times 2) + (22\times 1)}{4+3+2+1} = \frac{180}{10} = 18$$

$$\delta = \sqrt{\frac{4(16-18)^2 + 3(18-18)^2 + 2(20-18)^2 + 1(22-18)^2}{4+3+2+1}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2$$

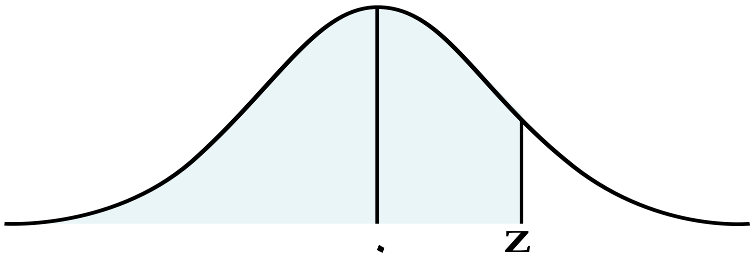
منحنی نرمال (زنگی شکل)

منحنی توزیع نرمال نوعی منحنی است که شکل آن نسبت به خط میانگین دارای تقارن کامل می باشد.

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$



مساحت زیر منحنی نرمال استاندارد

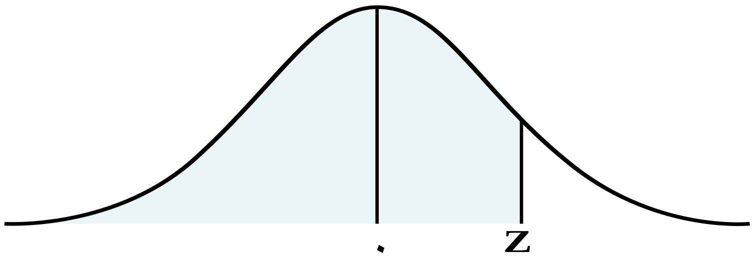


توزیع نرمال استاندارد توزیعی با $\mu=0$ و $\sigma=1$ است.

جدول نرمال استاندارد نیز برای توزیع نرمال استاندارد تهیه شده است.

z	۰	۰.۰۱	۰.۰۲	۰.۰۳	۰.۰۴	۰.۰۵	۰.۰۶	۰.۰۷	۰.۰۸	۰.۰۹
۰	۰.۵	۰.۵۰۴	۰.۵۰۸	۰.۵۱۲	۰.۵۱۶	۰.۵۱۹۹	۰.۵۲۳۹	۰.۵۲۷۹	۰.۵۳۱۹	۰.۵۳۵۹
۰.۱	۰.۵۳۹۸	۰.۵۴۳۸	۰.۵۴۷۸	۰.۵۵۱۷	۰.۵۵۵۷	۰.۵۵۹۶	۰.۵۶۳۶	۰.۵۶۷۵	۰.۵۷۱۴	۰.۵۷۵۳
۰.۲	۰.۵۷۹۳	۰.۵۸۳۲	۰.۵۸۷۱	۰.۵۹۱	۰.۵۹۴۸	۰.۵۹۸۷	۰.۶۰۲۶	۰.۶۰۶۴	۰.۶۱۰۳	۰.۶۱۴۱
۰.۳	۰.۶۱۷۹	۰.۶۲۱۷	۰.۶۲۵۵	۰.۶۲۹۳	۰.۶۳۳۱	۰.۶۳۶۸	۰.۶۴۰۶	۰.۶۴۴۳	۰.۶۴۸	۰.۶۵۱۷
۰.۴	۰.۶۵۵۴	۰.۶۵۹۱	۰.۶۶۲۸	۰.۶۶۶۴	۰.۶۷	۰.۶۷۳۶	۰.۶۷۷۲	۰.۶۸۰۸	۰.۶۸۴۴	۰.۶۸۷۹
۰.۵	۰.۶۹۱۵	۰.۶۹۵	۰.۶۹۸۵	۰.۷۰۱۹	۰.۷۰۵۴	۰.۷۰۸۸	۰.۷۱۲۳	۰.۷۱۵۷	۰.۷۱۹	۰.۷۲۲۴
۰.۶	۰.۷۲۵۷	۰.۷۲۹۱	۰.۷۳۲۴	۰.۷۳۵۷	۰.۷۳۸۹	۰.۷۴۲۲	۰.۷۴۵۴	۰.۷۴۸۶	۰.۷۵۱۷	۰.۷۵۴۹
۰.۷	۰.۷۵۸	۰.۷۶۱۱	۰.۷۶۴۲	۰.۷۶۷۳	۰.۷۷۰۴	۰.۷۷۳۴	۰.۷۷۶۴	۰.۷۷۹۴	۰.۷۸۲۳	۰.۷۸۵۲
۰.۸	۰.۷۸۸۱	۰.۷۹۱	۰.۷۹۳۹	۰.۷۹۶۷	۰.۷۹۹۵	۰.۸۰۲۳	۰.۸۰۵۱	۰.۸۰۷۸	۰.۸۱۰۶	۰.۸۱۳۳
۰.۹	۰.۸۱۵۹	۰.۸۱۸۶	۰.۸۲۱۲	۰.۸۲۳۸	۰.۸۲۶۴	۰.۸۲۸۹	۰.۸۳۱۵	۰.۸۳۴	۰.۸۳۶۵	۰.۸۳۸۹
۱	۰.۸۴۱۳	۰.۸۴۳۸	۰.۸۴۶۱	۰.۸۴۸۵	۰.۸۵۰۸	۰.۸۵۳۱	۰.۸۵۵۴	۰.۸۵۷۷	۰.۸۵۹۹	۰.۸۶۲۱
۱.۱	۰.۸۶۴۳	۰.۸۶۶۵	۰.۸۶۸۶	۰.۸۷۰۸	۰.۸۷۲۹	۰.۸۷۴۹	۰.۸۷۷	۰.۸۷۹	۰.۸۸۱	۰.۸۸۳
۱.۲	۰.۸۸۴۹	۰.۸۸۶۹	۰.۸۸۸۸	۰.۸۹۰۷	۰.۸۹۲۵	۰.۸۹۴۴	۰.۸۹۶۲	۰.۸۹۸	۰.۸۹۹۷	۰.۹۰۱۵
۱.۳	۰.۹۰۳۲	۰.۹۰۴۹	۰.۹۰۶۶	۰.۹۰۸۲	۰.۹۰۹۹	۰.۹۱۱۵	۰.۹۱۳۱	۰.۹۱۴۷	۰.۹۱۶۲	۰.۹۱۷۷
۱.۴	۰.۹۱۹۲	۰.۹۲۰۷	۰.۹۲۲۲	۰.۹۲۳۶	۰.۹۲۵۱	۰.۹۲۶۵	۰.۹۲۷۹	۰.۹۲۹۲	۰.۹۳۰۶	۰.۹۳۱۹
۱.۵	۰.۹۳۳۲	۰.۹۳۴۵	۰.۹۳۵۷	۰.۹۳۷	۰.۹۳۸۲	۰.۹۳۹۴	۰.۹۴۰۶	۰.۹۴۱۸	۰.۹۴۲۹	۰.۹۴۴۱

مساحت زیر منحنی نرمال استاندارد

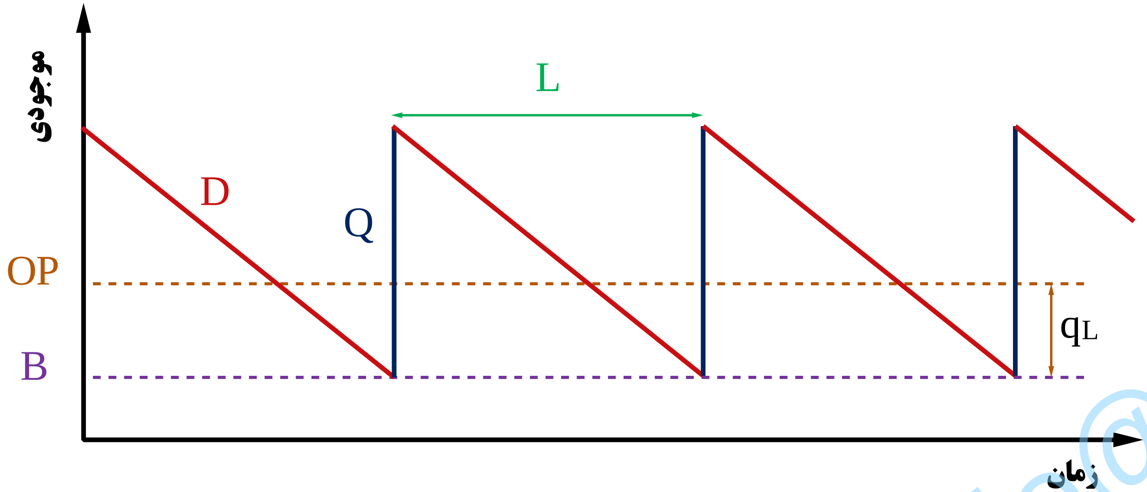


توزیع نرمال استاندارد توزیعی با $\mu=۰$ و $\sigma=۱$ است.

جدول نرمال استاندارد نیز برای توزیع نرمال استاندارد تهیه شده است.

z	۰	۰.۰۱	۰.۰۲	۰.۰۳	۰.۰۴	۰.۰۵	۰.۰۶	۰.۰۷	۰.۰۸	۰.۰۹
۱.۶	۰.۹۴۵۲	۰.۹۴۶۳	۰.۹۴۷۴	۰.۹۴۸۴	۰.۹۴۹۵	۰.۹۵۰۵	۰.۹۵۱۵	۰.۹۵۲۵	۰.۹۵۳۵	۰.۹۵۴۵
۱.۷	۰.۹۵۵۴	۰.۹۵۶۴	۰.۹۵۷۳	۰.۹۵۸۲	۰.۹۵۹۱	۰.۹۵۹۹	۰.۹۶۰۸	۰.۹۶۱۶	۰.۹۶۲۵	۰.۹۶۳۳
۱.۸	۰.۹۶۴۱	۰.۹۶۴۹	۰.۹۶۵۶	۰.۹۶۶۴	۰.۹۶۷۱	۰.۹۶۷۸	۰.۹۶۸۶	۰.۹۶۹۳	۰.۹۶۹۹	۰.۹۷۰۶
۱.۹	۰.۹۷۱۳	۰.۹۷۱۹	۰.۹۷۲۶	۰.۹۷۳۲	۰.۹۷۳۸	۰.۹۷۴۴	۰.۹۷۵	۰.۹۷۵۶	۰.۹۷۶۱	۰.۹۷۶۷
۲	۰.۹۷۷۲	۰.۹۷۷۸	۰.۹۷۸۳	۰.۹۷۸۸	۰.۹۷۹۳	۰.۹۷۹۸	۰.۹۸۰۳	۰.۹۸۰۸	۰.۹۸۱۲	۰.۹۸۱۷
۲.۱	۰.۹۸۲۱	۰.۹۸۲۶	۰.۹۸۳	۰.۹۸۳۴	۰.۹۸۳۸	۰.۹۸۴۲	۰.۹۸۴۶	۰.۹۸۵	۰.۹۸۵۴	۰.۹۸۵۷
۲.۲	۰.۹۸۶۱	۰.۹۸۶۴	۰.۹۸۶۸	۰.۹۸۷۱	۰.۹۸۷۵	۰.۹۸۷۸	۰.۹۸۸۱	۰.۹۸۸۴	۰.۹۸۸۷	۰.۹۸۹
۲.۳	۰.۹۸۹۳	۰.۹۸۹۶	۰.۹۸۹۸	۰.۹۹۰۱	۰.۹۹۰۴	۰.۹۹۰۶	۰.۹۹۰۹	۰.۹۹۱۱	۰.۹۹۱۳	۰.۹۹۱۶
۲.۴	۰.۹۹۱۸	۰.۹۹۲	۰.۹۹۲۲	۰.۹۹۲۵	۰.۹۹۲۷	۰.۹۹۲۹	۰.۹۹۳۱	۰.۹۹۳۲	۰.۹۹۳۴	۰.۹۹۳۶
۲.۵	۰.۹۹۳۸	۰.۹۹۴	۰.۹۹۴۱	۰.۹۹۴۳	۰.۹۹۴۵	۰.۹۹۴۶	۰.۹۹۴۸	۰.۹۹۴۹	۰.۹۹۵۱	۰.۹۹۵۲
۲.۶	۰.۹۹۵۳	۰.۹۹۵۵	۰.۹۹۵۶	۰.۹۹۵۷	۰.۹۹۵۹	۰.۹۹۶	۰.۹۹۶۱	۰.۹۹۶۲	۰.۹۹۶۳	۰.۹۹۶۴
۲.۷	۰.۹۹۶۵	۰.۹۹۶۶	۰.۹۹۶۷	۰.۹۹۶۸	۰.۹۹۶۹	۰.۹۹۷	۰.۹۹۷۱	۰.۹۹۷۲	۰.۹۹۷۳	۰.۹۹۷۴
۲.۸	۰.۹۹۷۴	۰.۹۹۷۵	۰.۹۹۷۶	۰.۹۹۷۷	۰.۹۹۷۷	۰.۹۹۷۸	۰.۹۹۷۹	۰.۹۹۷۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۸۱
۲.۹	۰.۹۹۸۱	۰.۹۹۸۲	۰.۹۹۸۲	۰.۹۹۸۳	۰.۹۹۸۴	۰.۹۹۸۴	۰.۹۹۸۵	۰.۹۹۸۵	۰.۹۹۸۶	۰.۹۹۸۶
۳	۰.۹۹۸۷	۰.۹۹۸۷	۰.۹۹۸۷	۰.۹۹۸۸	۰.۹۹۸۸	۰.۹۹۸۹	۰.۹۹۸۹	۰.۹۹۸۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹

مقادیر نقطه سفارش و ذخیره اطمینان با در دست داشتن منحنی های توزیع مصرف



در نمودار موجودی زمان روبرو، سرعت مصرف و فاصله زمانی تحویل هر دو معین و ثابت هستند. در نتیجه همـــواره مقـــدار ثابتی از ذخیره در انبار موجود خواهـــد بود.

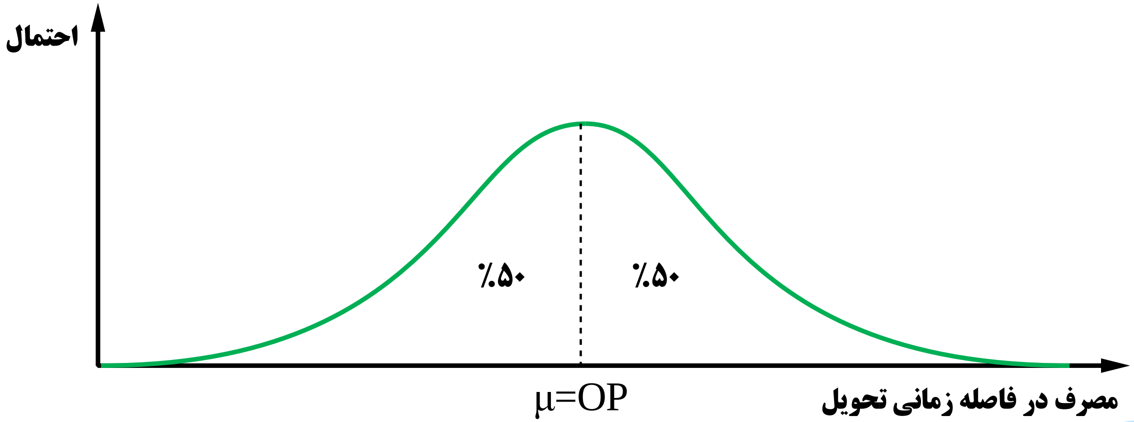
$$q_L = D \times L \qquad , \qquad OP = (D \times L) + B$$

در عمل مقادیر سرعت مصرف و فاصله زمانی تحویل احتمالی و نامعین هستند، ولی مقدار نقطه سفارش ثابت و معین است. بنابراین مقدار ذخیره در هر بار که سفارش به انبار میرسد عددی احتمالی و نامعین خواهد بود.

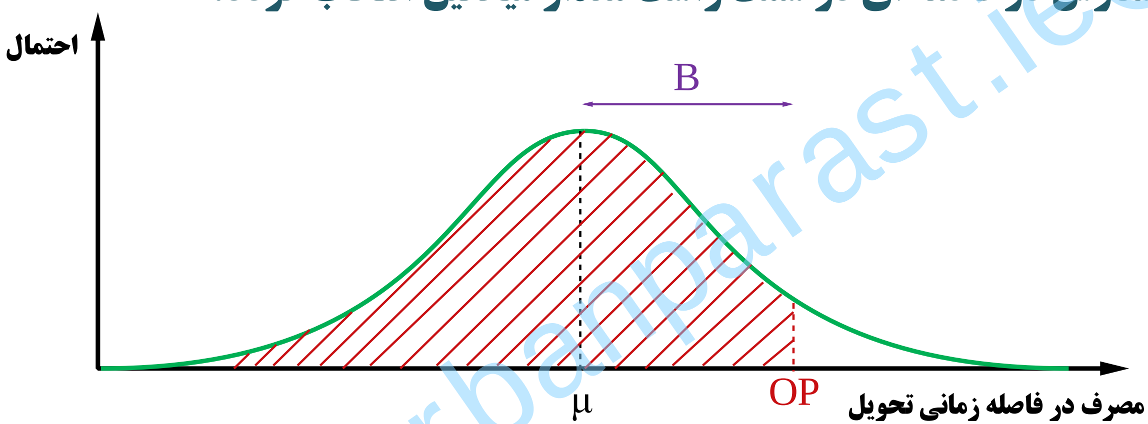
درصورتیکه مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل از نقطه سفارش بیشتر شود، انبار با کمبود مواجه خواهد شد.

مقادیر نقطه سفارش و ذخیره اطمینان با در دست داشتن منحنی های توزیع مصرف

اگر مقدار نقطه سفارش برابر با مقدار میانگین باشد، در ۵۰٪ از موارد ممکن است مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل بیشتر از میانگین باشد و انبار با کمبود مواجه گردد.



جهت کاهش احتمال مواجه با کمبود بایستی نقطه سفارش در فاصله ای در سمت راست مقدار میانگین انتخاب گردد.



فاصله بین مقدار میانگین و نقطه سفارش برابر با مقدار "ذخیره اطمینان" یا "بافر" می باشد.

$$OP = \mu + B$$

سطح اطمینان از موجودی

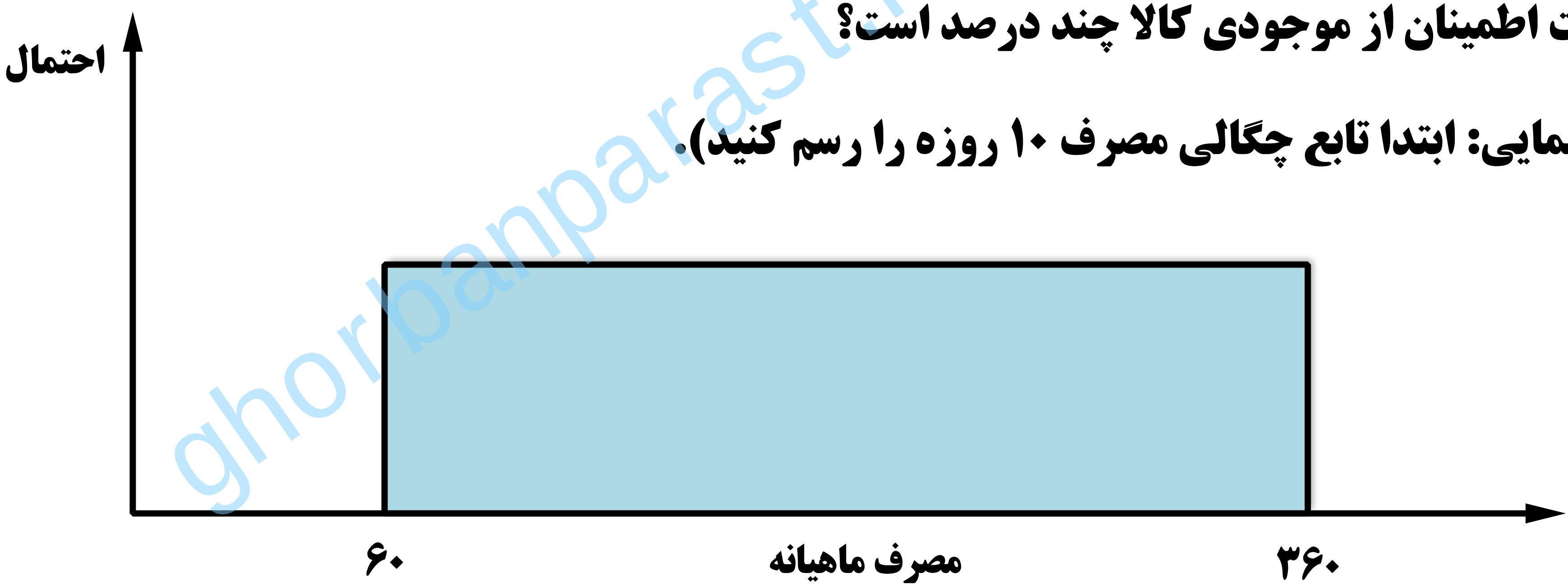
سطح یا میزان اطمینان از موجودی عبارت از احتمال مواجه نشدن با کمبود کالا در فاصله زمانی تحویل.

به عبارت دیگر، میزان یا سطح اطمینان از موجودی برابر با مساحت سمت چپ نقطه سفارش می باشد.

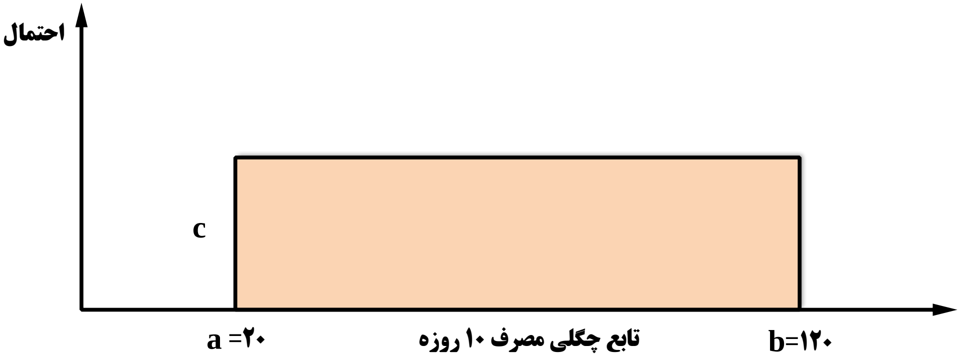
مثـــــــــال ۴: (سوال ۱۶ تمرین های فصل پنجم، صفحه ۱۸۵)

مصرف ماهیانه (۳۰ روزه) یک کالا دارای تابع چگالی توزیع یکنواخت مطابق شکل زیر مـی باشـد. فاصله زمانی تحویل کالا ۱۰ روز و واحد هزینه نگهداری آن ۱۰۰ ریال به ازای هر واحد کالا در سـال است. مدیریت تصمیم گرفته که نقطه سفارش و مقدار ذخیره به نحوی تعیین شود که هزینه نگهـداری ذخیره در سال جمعاً ۳۰۰۰ ریال باشد. در این شرایط مقادیر ذخیره و نقطه سفارش چه بوده و میزان قابلیت اطمینان از موجودی کالا چند درصد است؟

(راهنمایی: ابتدا تابع چگالی مصرف ۱۰ روزه را رسم کنید).



حــل مثـــــــال۴:



$$L = 10 \quad , \quad h = 100 \quad , \quad THC = 3000$$

$$THC = h \times B \quad , \quad B = \frac{THC}{h} = \frac{3000}{100} = 30$$

$$c = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{120-20} = \frac{1}{100}$$

با توجه به اینکه مساحت کل شکل برابر با ۱ است مقدار C را محاسبه می کنیم.

$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{120+20}{2} = 70$$

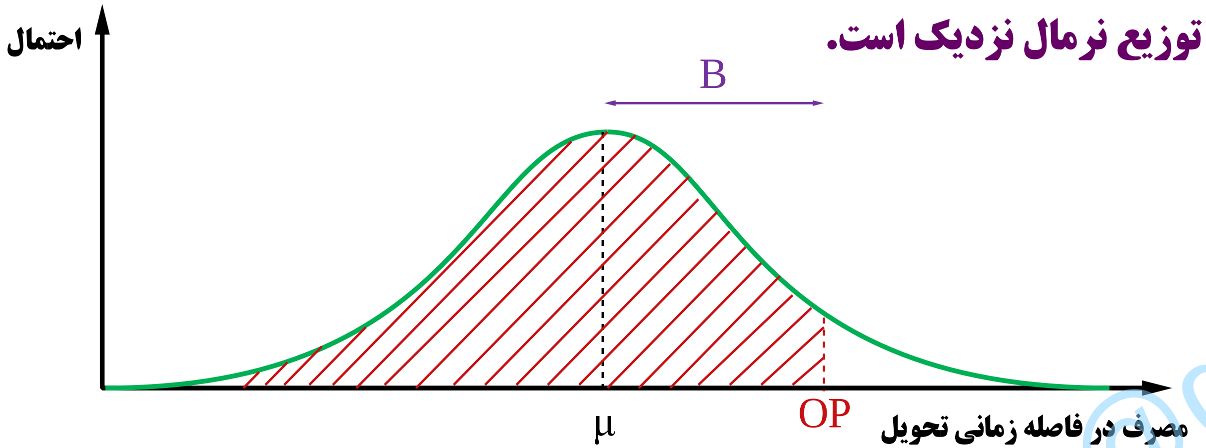
$$OP = \mu + B = 70 + 30 = 100$$

$$P = c(OP - a) = \frac{1}{100} \times (100-20) = \frac{80}{100} = 80\%$$

مساحت سمت چپ OP = سطح اطمینان موجودی

محاسبات نقطه سفارش و سطح اطمینان در تابع توزیع مصرف نرمال

تابع توزیع مصرف در بسیاری از موارد به تابع توزیع نرمال نزدیک است.



در صورتیکه تعداد انحراف معیارهای بین مقدار میانگین و نقطه سفارش را با نماد Z نشان دهیم:

$$Z = \left| \frac{OP - \mu}{\sigma} \right|$$

با مراجعه به جداول منحنی نرمال استاندارد شده، میتوان با در دست داشتن مقدار Z به مساحت های منحنی در سـمت چپ و راست نقطه مربوط به Z دست یافت.

$$if: \quad OP \succ \mu \qquad \Rightarrow Z = \frac{OP - \mu}{\sigma} = \frac{B}{\sigma}$$

$$OP = \mu + Z \times \sigma = \mu + B = \overline{L} \times \overline{D} + B$$

به این ترتیب با داشتن مقادیر میانگین، انحراف معیار و نقطه سفارش میتوان مقدار Z را یافت و از این طریق با مراجعه به جدول توزیع نرمال به مقادیر سطح اطمینان دست یافت.

مثـــــــــــــــال ۵: (سوال ۱۳ امتحان پایان ترم نیمسال دوم ۹۱—۹۰)

برای یک کالا مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل دارای توزیع احتمالی نرمال، با میانگین ۸۰ تن و انحراف معیار ۱۲ تن تخمین زده شده است. نقطه سفارش این کالا برابر ۹۵ تن تعیین گردیده است. سطح اطمینان از موجودی کالا چند درصد است؟

الف) ۸۹.۴۴   ب) ۹۳.۲   ج) ۹۵   د) ۹۸

(سوال ۱۴ امتحان پایان ترم نیمسال دوم ۹۱—۹۰)

در مساله شماره ۱۳، در صورتیکه لازم باشد میزان اطمینان از سطح موجودی به ۹۵ درصد برسد، نقطه سفارش و مقدار ذخیره اطمینان به ترتیب چقدر خواهد بود؟

الف) ۹۹.۷۷ و ۱۹.۷۴   ب) ۹۸.۴۴ و ۱۹.۷۴   ج) ۹۹.۷۴ و ۱۸.۵۷   د) ۱۰۱ و ۱۹.۲

حـــل مثـــــــــال۵:

الف) پس از محاسبه مقدار Z به جدول منحنی نرمال رجوع کرده و مقدار متناظر با آن را استخراج میکنیم.

$$OP = 95 \quad , \quad \mu = 80 \quad , \quad \sigma = 12$$

$$Z = \frac{OP - \mu}{\sigma} = \frac{95 - 80}{12} = 1.25$$

$$Z_{1.25} = 0.8944$$

ب) با مراجعه به جدول منحنی نرمال بایستی نزدیکترین عدد را به ۰.۹۵ بیابیم و مقدار Z مربوط به آن عدد را استخراج کنیم.

$$Z_{1.64} \prec 0.95 \prec Z_{1.65} \quad , \quad Z_{1.645} = 0.95$$

$$OP = \mu + (Z \times \sigma) = 80 + (1.645 \times 12) = 80 + 19.74 = 99.74$$

$$B = Z \times \sigma = 1.645 \times 12 = 19.74$$

مقادیر Z برای سطوح اطمینان موجودی

برای سهولت محاسبات و عدم نیاز به جداول منحنی نرمال، در اینجا بعضی از مقادیر Z به ازاء سطوح اطمینان از موجودی برای توابع توزیع نرمال ارائه می گردد:

سطح اطمینان از موجودی	٪۵۰	٪۵۵	٪۶۰	٪۶۵	٪۷۰	٪۷۵	٪۸۰	٪۸۲	٪۸۴	٪۸۶	٪۸۸	٪۹۰
Z	۰	۰.۱۲۵	۰.۲۵۳	۰.۳۸۵	۰.۵۲۴	۰.۶۷۴	۰.۸۴۱	۰.۹۱۵	۰.۹۹۴	۱.۰۸	۱.۱۷۵	۱.۲۸۱
سطح اطمینان از موجودی	٪۹۱	٪۹۲	٪۹۳	٪۹۴	٪۹۵	٪۹۶	٪۹۷	٪۹۸	٪۹۹	٪۹۹.۵	٪۹۹.۹۸	٪۹۹.۹۹
Z	۱.۳۴	۱.۴۰۵	۱.۴۷۵	۱.۵۵۵	۱.۶۴۵	۱.۷۵۱	۱.۸۸۱	۲.۰۵۴	۲.۳۲۶	۲.۵۷۵	۳.۵۴	۴

تهیه منحنی هزینه های مربوط به نگهداری ذخیره در مقابل سطوح اطمینان از موجودی

روشن است که بالاتر بودن سطح اطمینان از موجودی، هزینه ها و زیان های ناشی از مواجهه با کمبود را کاهش خواهد داد، ولی در مقابل به هزینه های نگهداری ذخیره اطمینان خواهد افزود.

نکته قابل توجه این است که روند افزایش هزینه های نگهداری، در مقابل افزیش سطوح اطمینان از موجودی، در شرایطی که مثلاً منحنی توزیع مصرف از نوع نرمال باشد، نسبت خطی ندارد.

محاسبه میانگین و انحراف معیار مصرف در فاصله زمانی L در صورت آگاهی از میانگین و انحراف معیار مصرف در واحد زمان

در بسیاری از موارد مستقیماً دستیابی به آمار میانگین و انحراف معیار مصرف در فاصله زمانی تحویل از بخشهای مربوطه در صنعت امکان پذیر نیست. به جای آن، معمولاً مقادیر میانگین و انحراف معیار در مصرف روزانــه، هفتگــی، ماهیانــه و... را میتــوان از بخشهای ارائه دهنده آمار دریافت نمود. در چنین مواردی لازم است که با استفاده از این اطلاعات، مقــادیر میــانگین و انحــراف معیار در مصرف در فاصله زمانی تحویل محاسبه شود.

$$\mu_L = \frac{L}{t}\mu_t = n\mu_t \qquad , \qquad \delta_L = \delta_t\sqrt{\frac{L}{t}} = \delta_t\sqrt{n}$$

نکتـــــــــــــــه:

فرمول فوق را در یک شرایط عمومی که ممکن است مصارف هر دوره از دوره بعدی مستقل نباشد و وابستگی وجود داشــته باشــد می توان به صورت کلی زیر نوشت که در شرایط عدم وجود وابستگی بین مصارف دوره های مختلف، مقدار β برابر ۰.۵ خواهــد بود و در سایر شرایط مقدار β بنا به میزان وابستگی (مثبت یا معکوس) قابل محاسبه است.

$$\mu_L = \frac{L}{t}\mu_t = n\mu_t \qquad , \qquad \delta_L = \delta_t\left(\frac{L}{t}\right)^{\beta} = \delta_t n^{\beta}$$

مثـــــــــــال ۶: (سوال ۱۱ تمرین های فصل پنجم، صفحه ۱۸۲)

آمار مصرف ماهیانه الکترودهای جوشکاری در یکی از کارگاه های تعمیراتی ذوب آهن به شرح زیر است.

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
مصرف (کیلو)	۸۰	۸۵	۷۰	۸۰	۷۰	۸۶	۷۵	۷۰	۸۲	۷۸	۸۱	۷۹

سفارشات خرید معمولاً مراحل زیر را طی می نماید:

صدور سفارش: یک روز

برنامه ریزی درتدارکات و تحویل به مامور خرید: پنج روز

تائید رئیس انبار: یک روز

خرید جنس: هفت روز

تائید مدیر مالی: چهار روز

تحویل به انبار: یک روز

برای میزان اطمینان ۸۵ درصد و ۰.۷ = β مقادیر ذخیره و نقطه سفارش این کالا را تعیین کنید.

حـــل مثـــــــــال۶:

چون Z متناظر در جدول منحنی نرمال وجـود نـدارد مـی بایســت مقدار Z را با استفاده از درون یابی بدست آورد.

$$t = 30 \quad , \quad L = 1 + 5 + 1 + 7 + 4 + 1 = 19$$

$$\beta = 0.7 \quad , \quad Z = ???$$

$$\mu_t = \frac{80 + 85 + \dots + 81 + 79}{12} = \frac{936}{12} = 78$$

$$\delta_t = \sqrt{\frac{(80-78)^2 + (85-78)^2 + \dots + (81-78)^2 + (79-78)^2}{12}} = \sqrt{\frac{348}{12}} = \sqrt{29} = 5.385$$

$$\mu_L = \mu_t \left(\frac{L}{t}\right) = 78 \times \left(\frac{19}{30}\right) = 49.4$$

$$\delta_L = \delta_t \left(\frac{L}{t}\right)^{\beta} = 5.385 \times \left(\frac{19}{30}\right)^{0.7} = 3.911$$

$$B = Z\delta_L = 1.037 \times 3.911 = 4.056$$

$$OP = \mu_L - B = 49.4 - 4.056 = 45.344$$

نحوه درون یابی:

%84	0.994
%85	Z
%86	1.080

$$\frac{Z - 0.994}{0.85 - 0.84} = \frac{1.080 - 0.994}{0.86 - 0.84}$$

$$Z_{0.85} = 1.037$$

وضعیت موجودی

در مباحثی که تا این لحظه دنبال نمودیم همواره به این نکته اشاره شد که هرگاه موجودی به نقطه سفارش یا OP رسید، ســفارش جدید صادر می شود. در اینجا لازم است به این نکته مهم اشاره شود که منظور از مقدار موجودی همواره مقدار کالای موجود در انبار نیست. در یک وضعیت عمومی ممکن است مقداری از کالا در انبار موجود باشد، یا سفارشی در راه باشد و بــرای آن تــاریخ دریافت معلوم و مشخص شده باشد و ضمناً لازم باشد که بخشی از کالا به مصرف کننده ای که از قبل متقاضـــی ایـــن کـــالا بـــوده، تحویل داده شود. در این شرایط طبیعی است که مقدار واقعی موجودی، با مقدار موجودی در دست که به صورت فیزیکی در انبار انباشته شده متفاوت می باشد.

$$IP = OH + SR - BO$$

IP: وضعیت موجودی

OH : مقدار موجودی در دست که هم اکنون به صورت فیزیکی در انبار انباشته شده.

SR: مقدار موجودی که از قبل سفارش شده و قرار است در تاریخ مشخصی به انبار برسد.

BO: تقاضای عقب افتاده (پس افت) که قبلاً خواسته شده بود و قرار است به متقاضی تحویل شود.

در سیستم های سفارش مستقیم یا سیستم نقطه سفارش، وقتی مقدار وضعیت موجودی به نقطه سفارش مجدد رســـید، سفارش جدید صادر می شود و مقدار سفارش برابر با تفاضل مقدار ماکزیمم موجودی و مقدار موجودی در لحظـــه صدور سفارش می باشد.

$$Q = Q_{\max} - IP$$

مثـــــــــــال ۷:

در یک سیستم نقطه سفارش، موجودی فیزیکی انبار تیرآهن در لحظه صدور سفارش ۲ تن بوده و به مقدار ۱۰ تن سفارش پس افت نیز وجود دارد که باید موقع رسیدن سفارش جبران شود. مقدار ماکزیمم موجودی در این سیستم سفارشات برابر ۸۰۰ تن در نظر گرفته شده است و مقدار سفارش در راه نیز ۵ تن می باشد. مقدار سفارش در این لحظه چه خواهد بود؟

حـــل مثــــــــــــال۷:

$OH = 2 \quad , \quad BO = 10 \quad , \quad SR = 5 \quad , \quad Q_{\max} = 800$

$$IP = OH + SR - BO = 2 + 5 - 10 = -3$$

$$Q = Q_{\max} - IP = 800 - (-3) = 803$$

نمونه سوالات مربوط به فصل پنجم

نیمسال دوم ۹۱–۹۰

۱۲– تابع احتمالی مصرف در فاصله زمانی تحویل برای یک نوع جنس، نزدیک به تابع یکنواخت با حداقل ۱۲۰ و حداکثر ۱۸۰ واحد می باشد. نقطه سفارش این کالا برابر با ۱۷۵ انتخاب شده است. سطح اطمینان از موجودی این کالا چقدر است؟

۱. ۹۵ درصد
۲. ۹۹ درصد
۳. ۹۷/۱ درصد
۳. ۹۱.۷ درصد
۴. ۹۸/۲ درصد

صفحه ۱۶۸کتاب

۱۳– برای یک کالا مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل دارای توزیع احتمالی نرمال، با میانگین ۸۰ تن و انحراف معیار ۱۲ تن تخمین زده شده است. نقطه سفارش این کالا برابر ۹۵ تن تعیین گردیده است. سطح اطمینان از موجودی کالا چند درصد است؟

۱. ۸۹/۴۴
۲. ۹۳/۲
۳. ۹۵
۴. ۹۸

صفحه ۱۷۰ کتاب

۱۴– در مساله شماره ۱۳، در صورتی که لازم باشد میزان اطمینان از سطح موجودی به ۹۵ درصد برسد، نقطه سفارش و مقدار ذخیره اطمینان به ترتیب چقدر خواهند بود؟

۱. ۹۹/۷۴ و ۱۹/۷۴
۲. ۹۸/۴۴ و ۱۹/۷۴
۳. ۹۹/۷۴ و ۱۸/۵۷
۴. ۱۰۱ و ۱۹/۲

صفحه ۱۷۱ کتاب