

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱. معادله دیفرانسیل از کمترین مرتبه که جواب عمومی آن $y = a \sin (bx + c)$ باشد کدام است؟

الف. $y'y''' - yy'' = 0$

ب. $yy''' - y'y'' = 0$

ج. $yy''' + y'y'' = 0$

د. $y'y''' + yy'' = 0$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' = \tan^p (x + y - 3)$ کدام است؟

الف. $x = \frac{1}{p}(x + y - 3) + \frac{1}{p} \sin (px + py - 6) + c$

ب. $y = \frac{1}{p}(x + y - 3) - \frac{1}{p} \cos (px + py - 6) + c$

ج. $py = (x + y - 3) - \frac{1}{p} \cos (px + py - 6) + c$

د. $px = (x + y - 3) + \frac{1}{p} \sin (x + y - 3) + c$

۳. نوع معادله $y' = \frac{y}{x + \sqrt{xy}}$ کدام است؟

الف. همگن ب. تفکیک‌پذیر ج. برنولی د. کامل

۴. عامل انتگرال‌ساز معادله $(-3xy + 2y^3)dx + (x^p + xy^p)dy = 0$ عبارت است از:

الف. $\frac{x}{y^p}$

ب. $\frac{x^p}{y}$

ج. $\frac{y}{x^p}$

د. $\frac{y^p}{x}$



تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۵. جواب عمومی معادله خطی $x^2 y' + 3xy = \frac{\sin x}{x}$ کدام است؟

ب. $y = \frac{c + \sin x}{x^3}$

الف. $y = \frac{c - \cos x}{x^2}$

د. $y = \frac{c + \sin x}{x^2}$

ج. $y = \frac{c - \cos x}{x^3}$

۶. جواب عمومی معادله $xdy - ydx = xy^3 dy$ عبارت است از:

ب. $x = ye^{\frac{y^3}{3} + c}$

الف. $y = x(\frac{y^3}{3} + c)$

د. $y = x \ln(x^3 + c)$

ج. $y = cx e^{\frac{y^3}{3}}$

۷. جواب منفرد معادله کلرو $x = y'^2 + \frac{y}{y'}$ برابر است با:

د. $y = \frac{x\sqrt{x}}{9}$

ج. $y = \frac{2x\sqrt{x}}{3}$

ب. $y = \frac{2x}{3} \sqrt{\frac{x}{3}}$

الف. $y = \frac{x}{3} \sqrt{\frac{x}{3}}$

۸. پوش خانواده منحنی $y = 2cx - c^2$ کدام است؟

د. $y = x^2$

ج. $y = x$

ب. $y = x^3$

الف. $y = 2x$

۹. رونسکینی جواب‌های مستقل خطی معادله $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$ کدام است؟

ب. $x^2 \ln x$

الف. صفر

د. x^2

ج. x^3



تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

۱۰. جواب عمومی معادله دیفرانسیل همگن $y'' + 2y' + y = 0$ برابر کدام گزینه است؟

الف. $y = c_1 \sin x + c_2 \cos x + c_3 \sin 2x + c_4 \cos 2x$

ب. $y = c_1 + c_2 x + c_3 x^3 + c_4 x^4$

ج. $y = (c_1 \sin x + c_2 \cos x)^2$

د. $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x + x(c_3 \cos x + c_4 \sin x)$

۱۱. صورت کلی جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y''' + y' = 2x^2 + 4 \sin x$ به روش ضرائب نامعین کدام است؟

الف. $y_p = Ax^3 + Bx + C + D \cos x + E \sin x$

ب. $y_p = Ax^2 + B \sin x$

ج. $y_p = Ax^3 + Bx^2 + Cx + Dx \cos x + Ex \sin x$

د. $y = Ax^2 + Bx + C + Dx \cos x + Ex \sin x$

۱۲. در بسط تیلور جواب معادله دیفرانسیل $y'' = 1 + y'$ با $y(0) = 1$ ضرب x^3 برابر است با:

الف. $\frac{8}{3}$ ب. $\frac{3}{8}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. $-\frac{8}{3}$

۱۳. جوابهای معادله شاخص معادله دیفرانسیل $y'' + 2y' + y = 0$ برابر است با:

الف. ۱، ۰ ب. $\frac{1}{2}$ ، ۰ ج. $\frac{1}{2}$ ، ۲ د. ۱، -۱

۱۴. بین توابع بسل مرتبه n - ام کدام رابطه برقرار است؟

الف. $J_{-n}(x) + J_n(x) = 0$ ب. $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$

ج. $J_{-n}(x) = J_n(x)$ د. $J_{-n}(x) + (-1)^n J_n(x) = 0$



تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

۱۵. جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} (D^2 + D + 1)x_1 + (D + 1)x_2 = \cos t \\ D^2 x_1 + Dx_2 = t^2 + 1 \end{cases}$$

شامل چند ثابت می باشد؟

الف. ۳ ب. ۴ ج. ۲ د. ۱

۱۶. کدامیک از توابع زیر تبدیل لاپلاس معکوس ندارند؟

الف. $\frac{e^{-2s}}{s}$ ب. $\tan^{-1} \frac{1}{s}$ ج. $\ln(1 + \frac{1}{s^2})$ د. $\tan s$

۱۷. حاصل انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x} - e^{-4x}}{x} dx$ برابر است با:

الف. $\ln 2$ ب. $\ln 3$ ج. $2 \ln 2$ د. $3 \ln 3$

۱۸. تبدیل لاپلاس معکوس تابع $F(s) = \frac{2s}{s^2 + 2s + 5}$ کدام است؟

الف. $f(t) = e^{-t} (2 \cos 2t + \sin 2t)$ ب. $f(t) = e^t (2 \cos 2t - \sin 2t)$

ج. $f(t) = e^t (\cos 2t - 2 \sin 2t)$ د. $f(t) = e^{-t} (2 \cos 2t - \sin 2t)$

۱۹. تبدیل لاپلاس جواب معادله دیفرانسیل $y'' - 3y' + 2y = e^{-t}$ با $y(0) = 0$ و $y'(0) = 1$ کدام است؟

الف. $\frac{s+2}{(s+1)(s-1)(s-2)}$ ب. $\frac{s-2}{(s+1)(s-1)(s+2)}$

ج. $\frac{s+1}{(s-1)(s-2)(s+2)}$ د. $\frac{s-1}{(s+1)(s+2)(s-2)}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۲۰. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 4 \\ 3 & t \geq 4 \end{cases}$ کدام است؟

$$F(s) = \frac{1 - e^{-4s} - se^{-4s}}{s^2} \quad \text{ب.}$$

$$F(s) = \frac{1 + e^{-4s} + se^{-4s}}{s^2} \quad \text{الف.}$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} + \frac{3}{s} \quad \text{د.}$$

$$F(s) = \frac{1 - e^{-4s} + se^{-4s}}{s^2} \quad \text{ج.}$$

«سؤالات تشریحی»



بارم هر سؤال: ۲ نمره

۱. معادلات مرتبه اول زیر را حل کنید.

$$\text{الف. } y dx + [(x^2 + 1) \cot y - 1] dy = 0$$

$$\text{ب. } y' + \frac{y}{x} = \sqrt{xy}$$

۲. جواب معادله $y'' - 2y' + 2y = e^x \tan x$ را با روش تغییر پارامتر محاسبه کنید.۳. جواب معادله $y'' - xy' - 2y = 0$ را با استفاده از سری‌های توانی حول $x = 0$ بدست آورید.

۴. دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} (D+1)x_1 + (D+1)x_2 = 1 \\ D^2 x_1 - D x_2 = t - 1 \end{cases}$$

۵. معادله انتگرالی زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس حل کنید.

$$y(t) = \cos 3t - 3e^{3t} \int_0^t y(u) e^{-3u} du$$

نام درس: معادلات دیفرانسیل
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است.

سلامتی و تعجیل در فرج آقا امام زمان (عج) صلوات



وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادی	ب	۱
عادی	الف	۲
عادی	الف	۳
عادی	الف	۴
عادی	ج	۵
عادی	ج	۶
عادی	ب	۷
عادی	د	۸
عادی	ج	۹
عادی	د	۱۰
عادی	ج	۱۱
عادی	الف	۱۲
عادی	ب	۱۳
عادی	ب	۱۴
عادی	د	۱۵
عادی	د	۱۶
عادی	ج	۱۷
عادی	د	۱۸
عادی	الف	۱۹
عادی	ب	۲۰



شماره ۲۰۰۰۰۰۰۰
کتابخانه مرکزی
کتابخانه مرکزی
کتابخانه مرکزی

شماره ۱۱۱۱۱۱۱۱
کتابخانه مرکزی
کتابخانه مرکزی
کتابخانه مرکزی

www.iepnu.ir

کلید تشریحی

بانک سؤال

پاسخ سؤالات تشریحی درس: معادلات دیفرانسیل
رشته: ریاضی - فیزیک - مکانیک - صفحه: ۱
صفحه: ۱۱۱۱۱۱۱۱ - کتابخانه مرکزی - کتابخانه مرکزی - کتابخانه مرکزی
سال تحصیلی ۸۸-۸۹ نیمسال اول
بارم هر سؤال تشریحی: ۲ نمره
نیمسال دوم

۱-

الف) این معادله را با یافتن عامل انتگرال ساز به معادله کامل تبدیل می شود:

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} = \frac{-2x \cot y}{-2x} = \cot y \Rightarrow \int \cot y dy = \ln \sin y = e^{\ln \sin y} = \sin y$$

$$\Rightarrow 2x \sin y + [(x^2+1) \cos y - \sin y] dy = 0 \quad \text{کامل}$$

$$f(x,y) = \int [(x^2+1) \cos y - \sin y] dy = (x^2+1) \sin y + \cos y = C$$



بعضی معادله برنولی است. داریم:

$$y' y^{-\frac{1}{2}} + \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x} = \sqrt{x}$$

$$z = y^{\frac{1}{2}} \Rightarrow z' = \frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} y' \Rightarrow 2z' = y' y^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow 2z' + \frac{z}{x} = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow z' + \frac{z}{2x} = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \text{خطی} \quad \mu = e^{\int \frac{1}{2x} dx} = e^{\frac{1}{2} \ln x} = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} z' + \frac{z}{2\sqrt{x}} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{d}{dx} (z \sqrt{x}) = \frac{x}{2} \Rightarrow d(z \sqrt{x}) = \frac{x}{2} dx \Rightarrow z \sqrt{x} = \frac{x^2+C}{4}$$

$$\Rightarrow z = \frac{x^2+C}{4\sqrt{x}} \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{x^2+C}{4\sqrt{x}} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{x^2+C}{x}}$$

$$y'' - 2y' + 2y = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0 \Rightarrow \lambda = 1 \pm i \Rightarrow y_p = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$W = \begin{vmatrix} e^x \cos x & e^x \sin x \\ e^x \cos x - e^x \sin x & e^x \sin x + e^x \cos x \end{vmatrix} = e^{2x} \quad y_1 = e^x \cos x \quad y_2 = e^x \sin x$$

$$u = - \int \frac{y_1 h(x)}{W} dx = - \int \frac{e^x \sin x \cdot e^x \tan x}{e^{2x}} dx = - \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = - \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} dx = \int (\cos x - \sec x) dx = \sin x - \ln |\sec x + \tan x|$$

$$v = \int \frac{y_2 h(x)}{W} dx = \int \frac{e^x \cos x \cdot e^x \tan x}{e^{2x}} dx = \int \sin x dx = -\cos x \Rightarrow y_p = u y_1 + v y_2$$

$$\Rightarrow y = y_p + y_h = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + [\sin x - \ln |\sec x + \tan x|] e^x \cos x + (-\cos x) e^x \sin x$$

