

Www.iepnu.com

کنترل کیفیت و تحلیل آماری

همراه با 16 Minitab

مؤلفین

دکتر مقصود امیری - مهندس شایان کرمی

(دانشیار دانشگاه علامه طباطبائی)

www.RASAD-ATU.ir



فهرست مطالب

مقدمه

فصل اول : آشنایی با Minitab

1.1 شروع کار با Minitab

1.2 پنجره Worksheet

1.3 پنجره Session

1.4 پنجره مدیریت پروژه (Project manager)

1.5 انواع منوها (Menu)

1.5.1 پرونده (File)

1.5.2 ویرایش (Edit)

1.5.3 منو Data

1.5.4 منو محاسبات (Calc)

1.5.5 منوی Stat

1.5.6 گراف (Graph)

1.5.7 منوی Editor

1.5.8 منوی Tools

1.5.9 منوی Windows

1.5.10 منوی Help

1.5.11 منوی Assistant

1.6 ایجاد یک پروژه جدید با Minitab

1.7 ایجاد داده های تصادفی با Minitab

1.8 کد گذاری برای مشاهدات یک متغیر تصادفی

1.9 ایجاد یک گزارش با استفاده از Minitab

فصل دوم : آشنایی با برخی از توابع توزیع

2.1 مقدمه ای بر احتمالات و متغیر تصادفی

2.2 توزیع های گسسته

2.2.1 توزیع دو جمله ای

2.2.1.1 محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع دو جمله ای با Minitab

2.2.2 توزیع پواسون

2.2.2.1 محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون با Minitab

2.3 توزیع های پیوسته

2.3.1 توزیع نرمال

2.3.1.1 قضیه حد مرکزی

2.3.1.2 محاسبه احتمال توزیع نرمال با Minitab

2.3.2 توزیع مربع کای

2.3.2.1 محاسبه احتمال توزیع مربع کای با Minitab

2.3.3 توزیع t استیودنت

2.3.3.1 محاسبه احتمال توزیع t با Minitab

2.3.4 توزیع F - فیشر

2.3.4.1 محاسبه احتمال توزیع F با Minitab

2.4 پیدا کردن تابع توزیع یک متغیر تصادفی

2.4.1 پیدا کردن تابع توزیع یک متغیر تصادفی با Minitab

تمرینات فصل دوم

بخش دوم : کنترل کیفیت آماری

فصل سوم: مقدمه ، تعاریف ، مفاهیم و روش های بهبود کیفیت

3.1 تعریف کیفیت

3.2 جنبه های کیفیت از نظر سازمان

3.3 جنبه هاي كيفيت از نظر مشتري از ديدگاه كانو

3.4 رابطه ي بين بهبود كيفيت و بهره وري

3.5 دلايل كلي استفاده از بهبود كيفيت

3.6 انواع هزينه هاي كيفيت

3.7 برخي اصطلاحات مهم در مهندسي كيفيت

3.8 انواع روش هاي مهندسي كيفيت

6 σ 3.8.1

EFQM 3.8.2

TQM 3.8.3

ISO 9001-2008 3.8.4

3.9 سيستم فرآيند توليد

3.10 روش هاي آماري براي كنترل فرآيند توليد

فصل چهارم: ابزارهاي مورد استفاده در كنترل فرآيند آماری (SPC)

4.1 كنترل فرآيند آماري (SPC)

4.1.1 برگه كنترل

4.1.2 نمودار پارتو

4.1.2.1 طريقه رسم نمودار پارتو در Minitab

4.1.2.2 نمودار پارتو در بازه هاي زماني و مكاني مختلف در Minitab

4.1.3 نمودار علت و معلول (استخوان ماهی ایشی کاوا)

4.1.3.1 ايجاد يك نمودار استخوان ماهي در Minitab

4.1.4 نمودار تمرکز نقص ها

4.1.5 نمودار پراكندگي (پراكنش-scatter plot)

4.1.5.1 ضريب همبستگي

4.1.5.2 طريقه رسم نمودار پراكنش (Scatter plot) در Minitab

4.1.5.3 پيدا كردن ضريب همبستگي (correlation) در Minitab

4.1.5.4 طریقه رسم نمودار پراکنش در بازه های زمانی و مکانی مختلف

4.1.6 هیستوگرام

4.1.6.1 طریقه ی رسم نمودار هیستوگرام برای یک متغیر در Minitab

4.1.6.2 طریقه رسم هیستوگرام برای چند متغیر در Minitab

4.1.7 آزمون اندرسون دارلینگ

4.1.7.1 انجام آزمون اندرسون دارلینگ با استفاده از Minitab

4.1.8 آزمون کولموگروف-اسمیرنف

4.1.8.1 انجام آزمون کولموگروف - اسمیرنف با Minitab

4.1.9 نمودار تقارن (Symmetry plot)

4.1.9.1 طریقه رسم نمودار تقارن (Symmetry plot) با Minitab

4.1.10 روش های تبدیل مشخصه های کیفی غیر نرمال به نرمال

4.1.10.1 روش تبدیل معکوس

4.1.10.2 روش لگاریتمی

4.1.10.3 روش ریشه دوم (Squar Root)

4.1.10.4 روش arcsin

4.1.10.5 تبدیل BOX-COX

4.1.10.6 تبدیل جانسون (Johnson Transformation)

تمرینات فصل چهارم

فصل پنجم : نمودارهای کنترل برای مشخصه های کیفی متغیر

5.1 فلسفه نمودارهای کنترل

5.2 مراحل تهیه نمودار های کنترل

5.3 بررسی تصادفی بودن داده ها با (Run chart)

5.3.1 تعریف دنباله (Run up or down)

5.3.2 طریقه ی استفاده از Run chart در Minitab

5.4 آزمون تصادفی بودن (Run test)

5.4.1 طریقه انجام آزمون تصادفی بودن (Run test) با Minitab

5.5 نمودار کنترل R-Xbar

5.5.1 مراحل تهیه نمودار R-Xbar

5.5.2 دلایل خارج از کنترل شدن نمودارهای میانگین

5.5.3 دلایل خارج از کنترل شدن نمودارهای مربوط به انحراف معیار

5.5.4 طریقه ی رسم نمودار R-XBar در Minitab

5.6 نمودار کنترل Xbar-S

5.6.1 مراحل تهیه نمودارهای S-XBar

5.6.2 طریقه رسم نمودار S-Xbar در Minitab

5.7 نمودار های کنترل برای مشاهدات انفرادی

5.7.1 طریقه به دست آوردن دامنه تغییرات متحرک

5.7.2 نمودار های مقادیر انفرادی در Minitab

5.7.3 نمودار I-MR در Minitab

5.7.4 نمودار Z-MR

5.7.4.1 طریقه ی رسم نمودار Z-MR در Minitab

5.7.5 نمودار Moving range و Individual به صورت جداگانه

5.8 نمودارهای کنترل I-MR-R/S (Between/Within) در Minitab

5.8.1 نحوه ی تخمین انحراف معیار فرآیند هم درون زیر گروه ها و هم بین زیر گروه ها

5.8.2 طریقه رسم نمودار I-MR-R/S(Between/Within) در Minitab

5.9 فلسفه ی نمودارهای کنترل EWMA و CUSUM (Time Weighted charts)

5.9.1 نمودار کنترل EWMA (Exponentially Weighted moving average)

5.9.1.1 طریقه رسم نمودار EWMA در Minitab

5.9.2 نمودار CUSUM (جمع‌ی تجمعی – Cumulative Sum)

5.9.3 بررسی نمودارهای CUSUM

5.9.3.1 روش V-mask

5.9.3.2 روش جمعي تجمعي يك طرفه

5.9.4 طريقه رسم نمودار CUSUM در Minitab

5.10 نمودار ZONE

5.10.1 طريقه ي استفاده از نمودار Zone در Minitab

5.11 استفاده از نمودار هاي Historical

تمرينات فصل پنجم

فصل ششم : نمودارهای کنترل برای مشخصه های کیفی وصفی

6.1 فلسفه نمودار هاي کنترل براي مشخصه کيفي وصفي

6.2 مقایسه بين نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی و متغیر

6.3 فلسفه نمودار کنترل P و nP

6.3.1 طريقه ي استفاده از نمودار P در Minitab

6.3.1.1 طريقه رسم منحنی توان آزمون و به دست آوردن اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر در نسبت اقلام معیوب

6.3.2 طريقه رسم نمودار nP در Minitab

6.4 فلسفه نمودار هاي کنترل C و U

6.4.1 طريقه رسم نمودار C در Minitab

6.4.1.1 طريقه رسم منحنی توان آزمون و به دست آوردن اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر در متوسط تعداد نقص در واحد بازرسی

6.4.2 طريقه رسم نمودار U در Minitab

تمرينات فصل ششم

فصل هفتم : تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند

7.1 مفاهيم تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر

7.2 قابلیت هاي Minitab در تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند براي مشخصه هاي کيفي متغیر و وصفي

7.3 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر با Minitab

7.3.1 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند براي مشخصه های کیفی متغیر نرمال با Minitab

7.3.2 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای داده های نرمال و اندازه زیر گروه بیش از یک و تحلیل هم زمان اختلاف درون زیر گروه ها (within) و بین زیرگروه ها(Between) با Minitab

7.3.4 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای چند مشخصه کیفی نرمال(Multiple variables(Normal))

7.3.5 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه کیفی متغیر غیر نرمال با Minitab

7.4 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی وصفی

7.4.1 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای نسبت اقلام معیوب با Minitab

7.4.2 تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای یک نقص خاص با Minitab

تمرینات فصل هفتم

فصل هشتم : نمونه گیری جهت پذیرش

8.1 فلسفه نمونه گیری جهت پذیرش

8.2 برخی تعاریف در نمونه گیری جهت پذیرش

8.3 ایجاد و مقایسه ی یک طرح یکبار نمونه گیری برای پذیرش مشخصات وصفی در Minitab:

8.4 فلسفه نمونه گیری جهت پذیرش برای مشخصه های کیفی متغیر

8.4.1 **طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی یک طرفه وقتی انحراف معیار معلوم است**

8.4.2 **طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی یک طرفه وقتی انحراف معیار نامعلوم است**

8.4.3 **طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی دوطرفه وقتی انحراف معیار معلوم است**

8.4.4 **طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی دوطرفه وقتی انحراف معیار نامعلوم است**

8.5 ایجاد و مقایسه یک طرح نمونه گیری برای پذیرش مشخصات متغیر در Minitab

8.6 رد یا قبول یک بحر در نمونه گیری جهت پذیرش برای مشخصات کیفی متغیر در Minitab

تمرینات فصل هشتم

بخش دوم : تحلیل آماری

فصل نهم : بررسی گراف ها

9.1 فلسفه استفاده از گراف ها

9.2 انتخاب نوع گراف به کمک Minitab

9.3 فلسفه استفاده از Graph the distribution of data

9.3.1 شاخص های گرایش مرکزی

9.3.2 شاخص های پراکندگی

9.3.3 شاخص های موقعیت

9.3.4 شاخص های شکل توزیع

9.3.5 Graphical summary

9.3.5.1 نحوه ی استفاده از Graphical summary در Minitab

9.3.6 نمودار Box Plot

9.3.6.1 طریقه ی رسم Box Plot در Minitab

9.3.7 نمودار Individual value plot

9.3.7.1 طریقه رسم نمودار Individual value plot در Minitab

9.3.8 نمودار پارتو

9.3.9 نمودار Pie chart

9.3.9.1 طریقه ی رسم Pie chart در Minitab

9.3.10 نمودار Bar chart

9.3.10.1 طریقه ی رسم Bar chart در Minitab

9.4 فلسفه استفاده از Graph variables over time

9.4.1 نمودار Time series

9.4.1.1 طریقه رسم نمودار Time series در Minitab

9.5 فلسفه استفاده از Graph relationships between variables

9.5.1 نمودار Scatter plot (groups)

9.5.1.1 طریقه رسم نمودار Scatter plot (groups) در Minitab

9.5.2 نمودار Scatter Plot Matrix

9.5.2.1 طریقه رسم نمودار Scatter plot Matrix در Minitab

9.5.3 نمودار Scatter plot Matrix(groups)

9.5.3.1 طریقه رسم نمودار Scatter Plot Matrix(groups) با Minitab

9.5.4 نمودار اثرات اصلی (Main effects)

9.5.4.1 طریقه رسم نمودار اثرات اصلی (Main effects) در Minitab

9.5.5 نمودار اثرات متقابل (Interactions)

9.5.5.1 طریقه رسم نمودار اثرات متقابل (Interactions) در Minitab

9.5.6 نمودار Multi-Vari Chart

9.5.6.1 طریقه رسم نمودار Multi-Vari Chart در Minitab

تمرینات فصل نهم

فصل دهم : تصمیم گیری با آزمون های فرض

10.1 فلسفه استفاده از آزمون های فرض آماری

10.2 مراحل انجام یک آزمون فرض

10.3 برآورد فاصله ای

10.4 آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض معلوم بودن انحراف معیار

10.4.1 طریقه انجام آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض معلوم بودن انحراف معیار با Minitab

10.4.2 به دست آوردن توان آزمون و اندازه نمونه

10.5 آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار

10.5.1 طریقه انجام آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار با Minitab

10.6 آزمون فرض تفاضل دو میانگین از دو جامعه ی نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار

10.6.1 طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو میانگین از دو جامعه ی نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار با Minitab

10.7 آزمون فرض برابری میانگین ها وقتی مشاهدات به صورت زوجی باشد

10.7.1 طریقه انجام آزمون فرض برابری میانگین ها وقتی مشاهدات به صورت زوجی باشد با Minitab

10.8 تحلیل واریانس یک طرفه برای برابری میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته در چندین جامعه نرمال

10.8.1 آزمون توکی (Tukey's test) برای مقایسه جفتی میانگین ها

10.8.2 طریقه انجام تحلیل واریانس یکطرفه با Minitab

10.9 آزمون های ناپارامتری برای مشخصه های کیفی پیوسته غیر نرمال

10.9.1 آزمون ویلکاکسون برای میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته غیر نرمال

10.9.1.1 طریقه انجام آزمون ویلکاکسون (Wilcoxon) برای میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته غیر نرمال
با Minitab

10.9.2 آزمون کروسکال والیس (Kruskal-Wallis H) برای برابری میانه های دو یا چندین جامعه با هر
تابع توزیع پیوسته

10.9.2.1 طریقه آزمون کروسکال والیس (Kruskal-Wallis H) با Minitab

10.10 آزمون فرض انحراف معیار برای یک مشخصه ی کیفی نرمال

10.11 آزمون فرض بانث (Bonnet) برای انحراف معیار مشخصه های کیفی نرمال و غیر نرمال

10.11.1 طریقه انجام آزمون فرض یک واریانس یا یک انحراف معیار برای یک مشخصه کیفی پیوسته یا
متغیر با Minitab

10.12 آزمون فرض نسبت انحراف معیارها برای دو جامعه نرمال

10.13 آزمون فرض Levene's test برای نسبت واریانس های دو جامعه مستقل از هم نرمال و غیر نرمال

10.13.1 طریقه انجام آزمون فرض نسبت انحراف معیار دو جامعه مستقل از هم با Minitab

10.14 آزمون های فرض مربوط به برابری چندین واریانس

10.14.1 آزمون فرض Levene's Test برای برابری چندین واریانس

10.14.2 آزمون فرض Bartlett برای برابری واریانس چندین مشخصه کیفی نرمال

10.14.3 طریقه انجام آزمون های فرض مربوط به برابری چندین واریانس با Minitab

10.15 آزمون فرض نسبت

10.15.1 طریقه انجام آزمون فرض نسبت با Minitab

10.16 آزمون فرض تفاضل دو نسبت در دو جامعه

10.16.1 طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو نسبت در دو جامعه با Minitab

10.17 آزمون فرض متوسط تعداد رویدادها برای توزیع پواسون

10.17.1 طریقه انجام آزمون فرض متوسط تعداد رویدادها برای توزیع پواسون با Minitab

10.18 آزمون های مربع کای Chi-Square Tests

10.18.1 آزمون نیکویی برازش مربع کای Chi-Square goodness of fit-Test

10.18.2 آزمون نیکویی برازش مربع کای برای توزیع پواسون

10.18.2.1 طریقه انجام آزمون نیکویی برازش مربع کای برای توزیع پواسون با Minitab

10.18.3 برخی کاربرد های دیگر آزمون مربع کای

10.18.4 آزمون فرض استقلال

10.18.4.1 انجام آزمون فرض استقلال با Minitab

تمرینات فصل دهم

پروژه پایانی کتاب

منابع و مراجع

مقدمه

فصل اول

آشنایی با Minitab

در این فصل می آموزید:

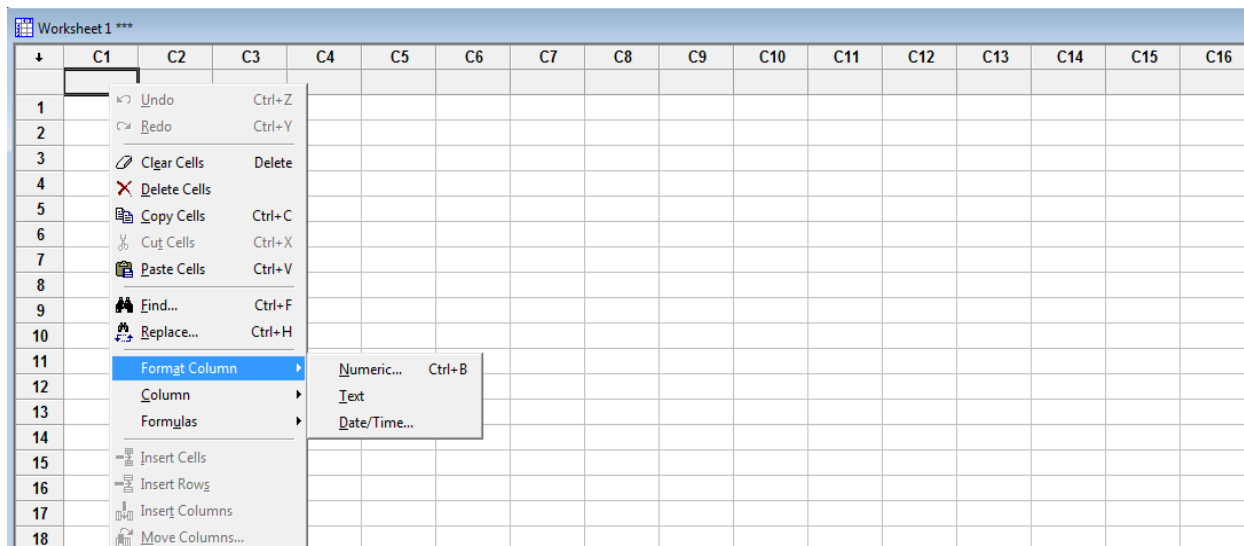
- ایجاد یک پروژه جدید با Minitab
- ایجاد داده های تصادفی با Minitab
- کد گذاری برای مشاهدات یک متغیر تصادفی
- ایجاد یک گزارش با استفاده از Minitab

شروع کار با Minitab

این نرم افزار یک نرم افزار آماری می باشد که توانایی انجام محاسبات آماری از ابتدایی تا پیشرفته را دارد. کار کردن با این نرم افزار هم چون دیگر نرم افزار های تحت ویندوز است، یعنی برای باز کردن یک فایل باید از منوی File گزینه ی Open را انتخاب کنیم و یا برای ایجاد یک فایل جدید از گزینه ی New استفاده کنیم. هنگامیکه نرم افزار را باز می کنید دو صفحه ی Worksheet و Session نمایش داده می شود. به طور کلی Minitab از سه پنجره تشکیل شده است که به معرفی هر یک می پردازیم:

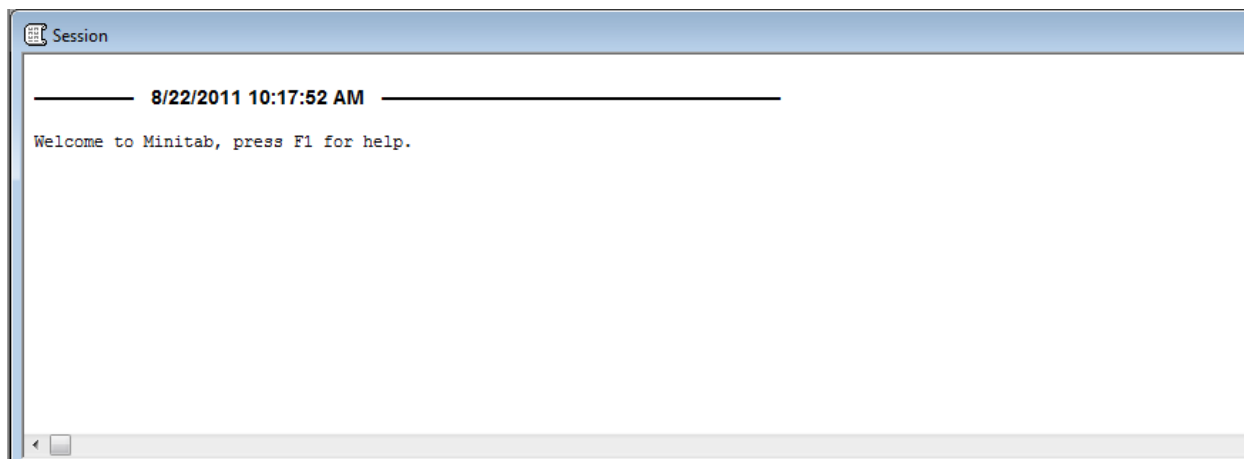
پنجره Worksheet :

شما می توانید با استفاده از این پنجره اطلاعات آماری جمع آوری کرده خود را وارد کنید. این پنجره همانند صفحه Excel می باشد که در آن هر ستون بیانگر یک متغیر تصادفی است. این متغیر های تصادفی ممکن است از جنس عدد، زمان و تاریخ یا یک عبارت متنی باشند. برای مشخص کردن نوع و Format هر ستون کافیست روی آن ستون کلیک راست کرده و با استفاده از دستور Format column ، نوع آن ستون را تعریف کنید.



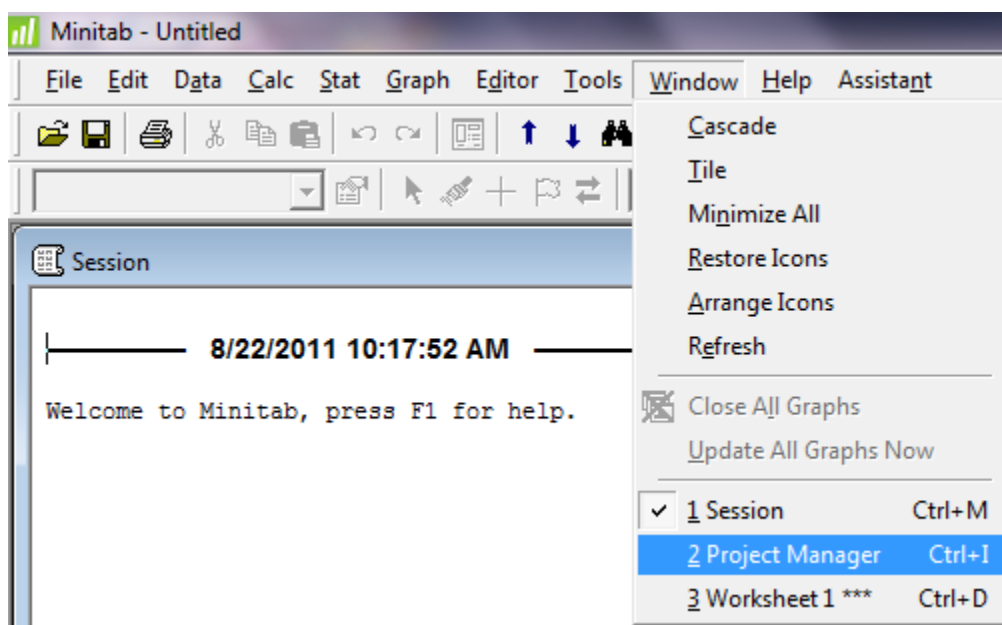
پنجره Session :

هر گاه شما از یک دستور آماری استفاده کرده باشید می توانید نتایج حاصل از دستورهای خود را در پنجره Session مشاهده کنید.

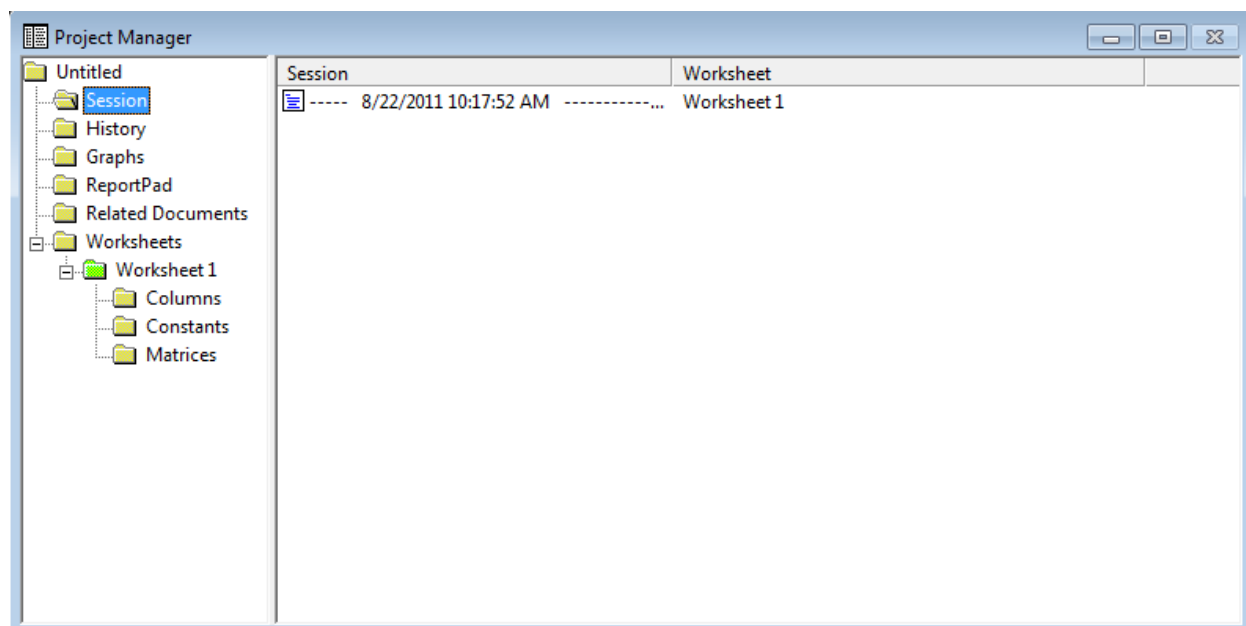


پنجره مدیریت پروژه (Project manager)

این پنجره در ابتدای شروع کار با نرم افزار مشخص نیست, برای فراخوانی این پنجره مسیر زیر را دنبال کنید یا کلید **Ctrl+I** را بفشارید.



این پنجره به دو بخش تقسیم می شود. قسمت چپ پنجره نمای کلی از اجزای پوشه های موجود در پروژه را نمایش می دهد و قسمت راست پنجره محتویات پوشه انتخاب شده را نشان می دهد. به عبارت دیگر مدیریت پروژه در بردارنده پوشه هایی است که به شما امکان مرور کردن, نمایش دادن و ویرایش قسمت های مختلف پروژه را می دهد, بوسیله کلیک کردن روی هر پوشه, محتویات آن پوشه را مشاهده می کنید این پوشه ها عبارتند از:



پوشه جلسه کاری (Session folder)

از این پوشه برای مدیریت کردن پنجره Session استفاده می شود.

پوشه تاریخچه (History folder)

دستوراتی که در یک پروژه استفاده کردید را فهرست می کند.

پوشه نموداری (Graph folder)

حاوی فهرستی از تمامی نمودارهایی می باشد که در پروژه استفاده کردید.

پوشه بسته گزارش (Report pad folder)

در این پوشه می توانید کلیه دستورها و گراف هایی که می خواهید آن ها را به شکل یک گزارش تحویل دهید، مشاهده کنید.

پوشه مستندات مربوطه (Related documents folder)

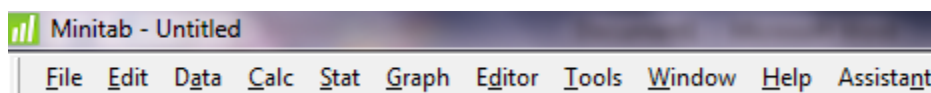
یک فهرست از فایل های برنامه، مستندات یا آدرس های اینترنت (URL) که در رابطه با Minitab می باشد ارائه شده است.

پوشه کاربرگ (Work sheet folder)

خلاصه ای از اطلاعات در مورد کاربرد شامل ستون ها ، ماتریس ها و طرح زیر پوشه هایی که برای هر کاربرد باز شده است را نمایش میدهد. در این قسمت تعداد پوشه ها به تعداد کاربرد های مورد استفاده بستگی دارد.

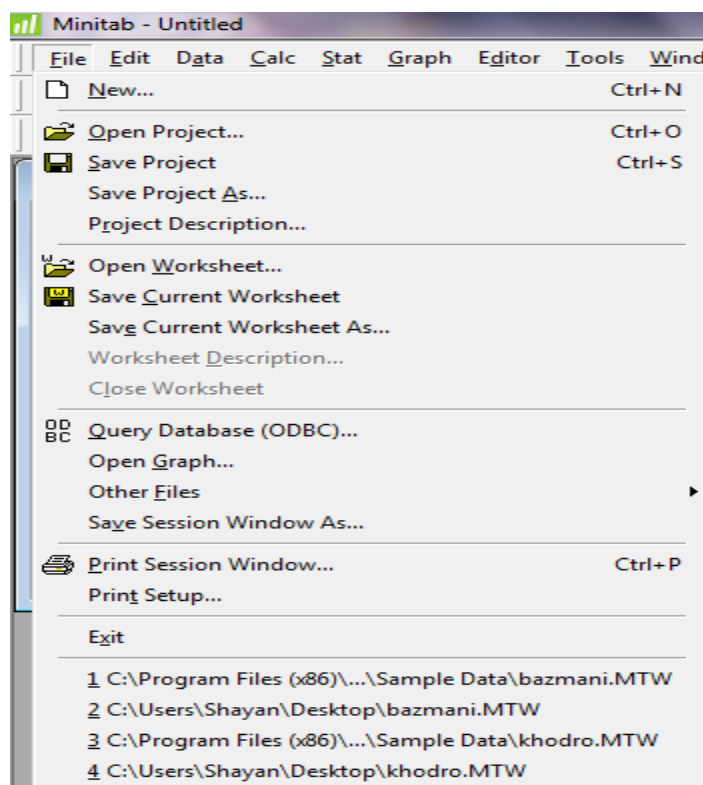
انواع منوها (Menu)

نرم افزار Minitab16 دارای 11 منو می باشد. در اینجا اشاره مختصری به وظایف منوها با توجه به کاربرد آن ها آورده شده است.



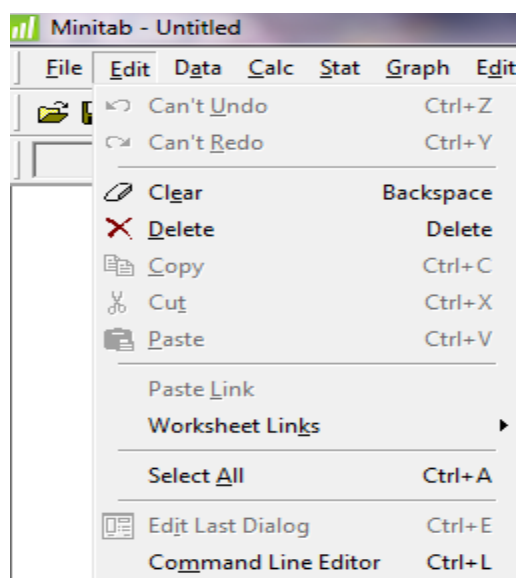
پرونده (File)

هدف از فرمانهای منو File کار با پرونده ها می باشد. با استفاده از فرمانهای موجود در این پنجره توان ایجاد پرونده جدید، بازخوانی پرونده های قبلی ، ذخیره سازی، چاپ و نهایتا خروج از نرم افزار در این قسمت می باشد. ضمنا آخرین چهار پرونده باز شده در محیط Minitab در این منو قابل دسترسی می باشد تا در صورت استفاده مجدد از آن ها این کار به سهولت انجام گیرد.



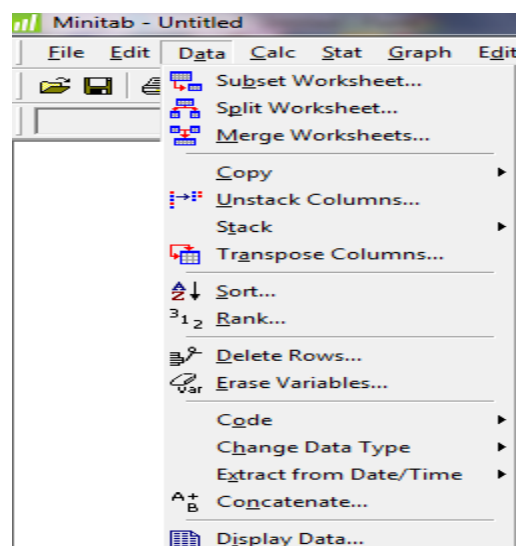
ویرایش (Edit)

منو Edit با دیگر برنامه های تحت ویندوز مشابه است. این منو مربوط به کپی کردن، پاک کردن، انتقال و ... می باشد.



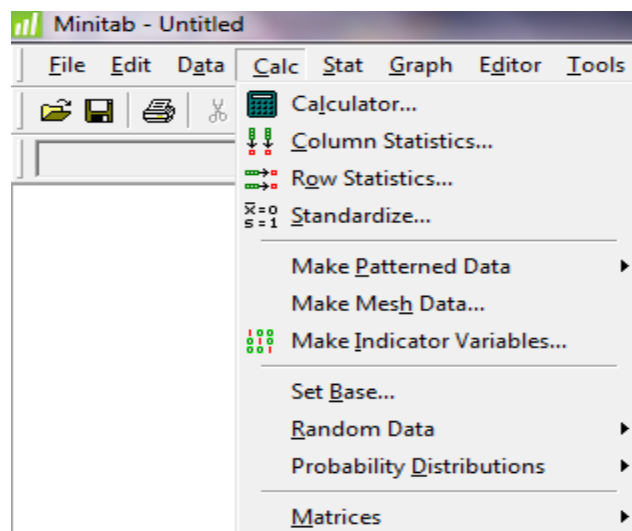
منو Data

این منو مخصوص عملیاتی بر روی بردارها، مانند مرتب کردن، رتبه بندی، پاک کردن سطرها و ستون ها، افزون ستون، کد گذاری داده ها و ... می باشد.



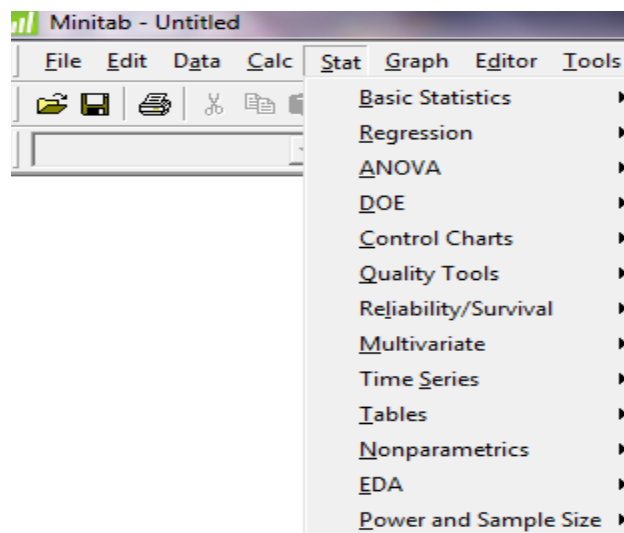
منو محاسبات (Calc)

منوی Cal مخصوص انجام عملیات های ریاضی در Minitab می باشد. هدف فرمانهای موجود در این منو دسترسی به یک سری عملیات ریاضی، محاسبات آماری، ایجاد داده های تصادفی، عملیات های ماتریسی و ... می باشد.



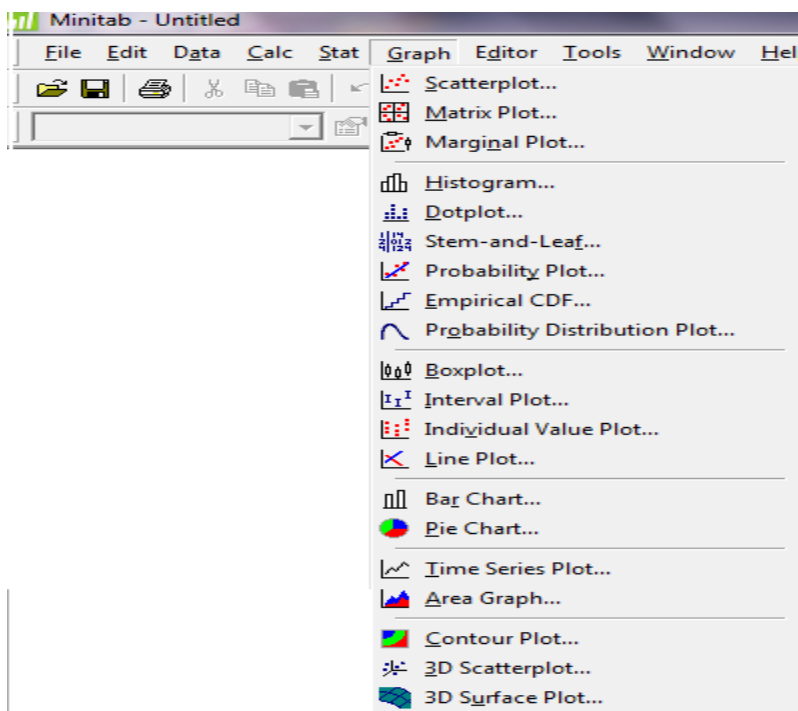
منوی Stat

این منو توانایی انجام کارهای مقدماتی، رگرسیون، جدول آنالیز واریانس، طرح و آزمایشات، چارت های کنترلی، ابزارهای مورد استفاده در کنترل فرآیند آماری، قابلیت اطمینان، سری های زمانی، آزمون فرض ها و آزمون های ناپارامتری می باشد.



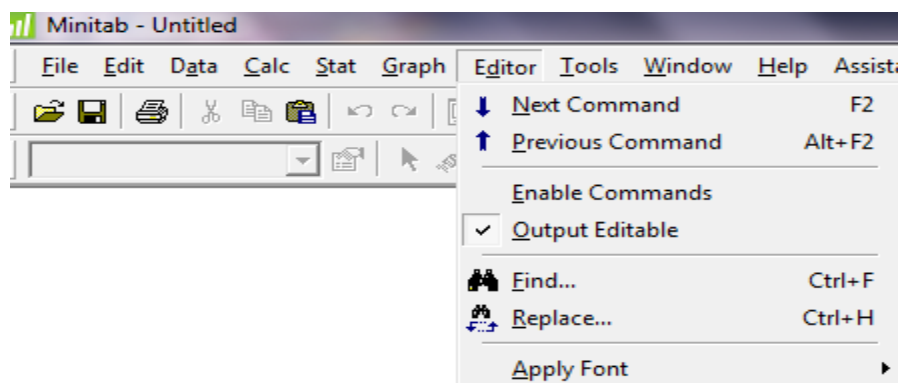
گراف (Graph)

از این منو برای رسم نمودارها و گراف های مختلف استفاده می شود. همواره یک تصویر خوب ارزش هزار کلمه را دارد, با دیدن یک نمودار در یک نگاه می توان به بسیاری از ویژگی های اطلاعات جمع آوری شده پی برد.



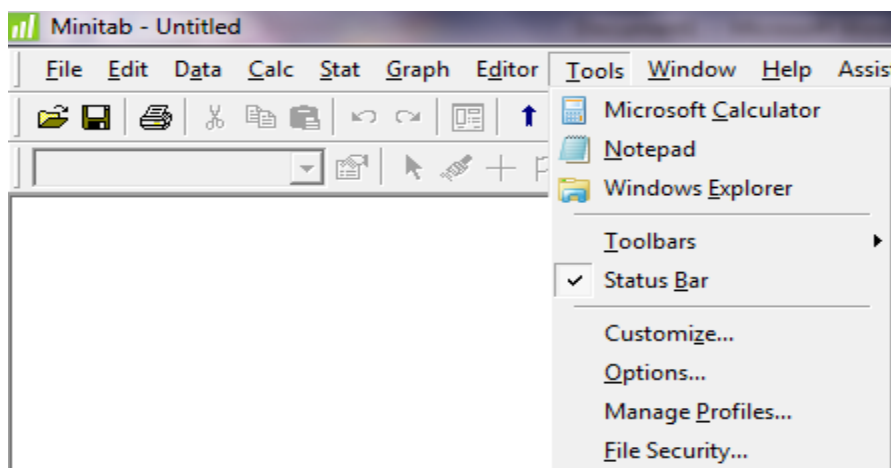
منوی Editor

در پنجره های Worksheet , Session و Graph منو Editor فعال می باشد و با استفاده از این منو می توان عملیات هایی را جهت آماده کردن و ویرایش کردن پنجره مربوطه انجام داد.



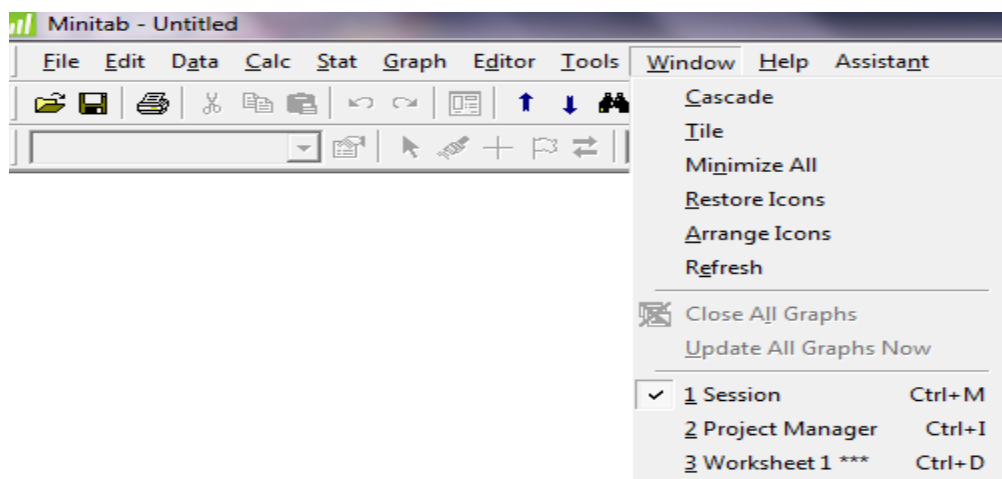
منوی Tools

از این منو بیشتر برای تغییرات پیش فرض های برنامه استفاده می شود.



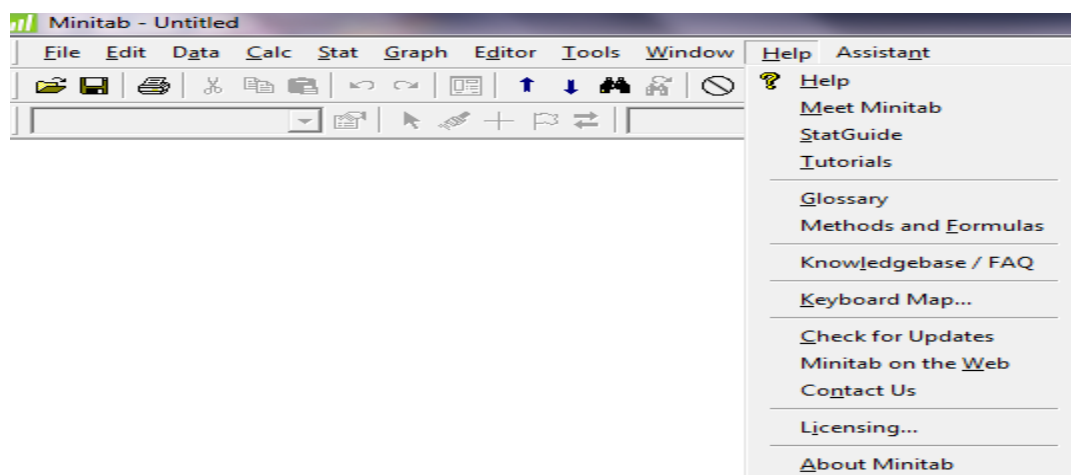
منوی Windows

با انتخاب این منو می توانید به پنجره های موجود در نرم افزار دسترسی پیدا کنید. هم چنین از این پنجره برای تغییر در فرم پنجره ها و فراخوانی گراف ها و خروجی هایی که از یک پروژه گرفتیم، استفاده می شود.



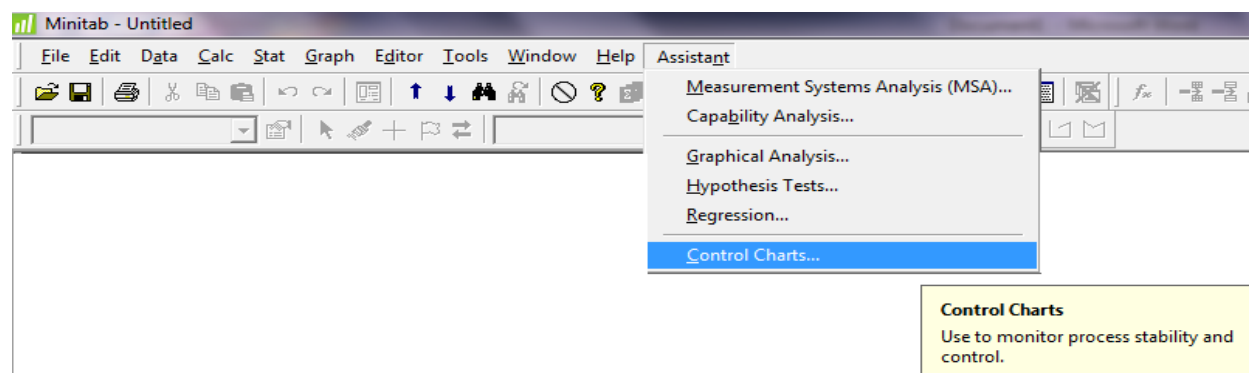
منوی Help

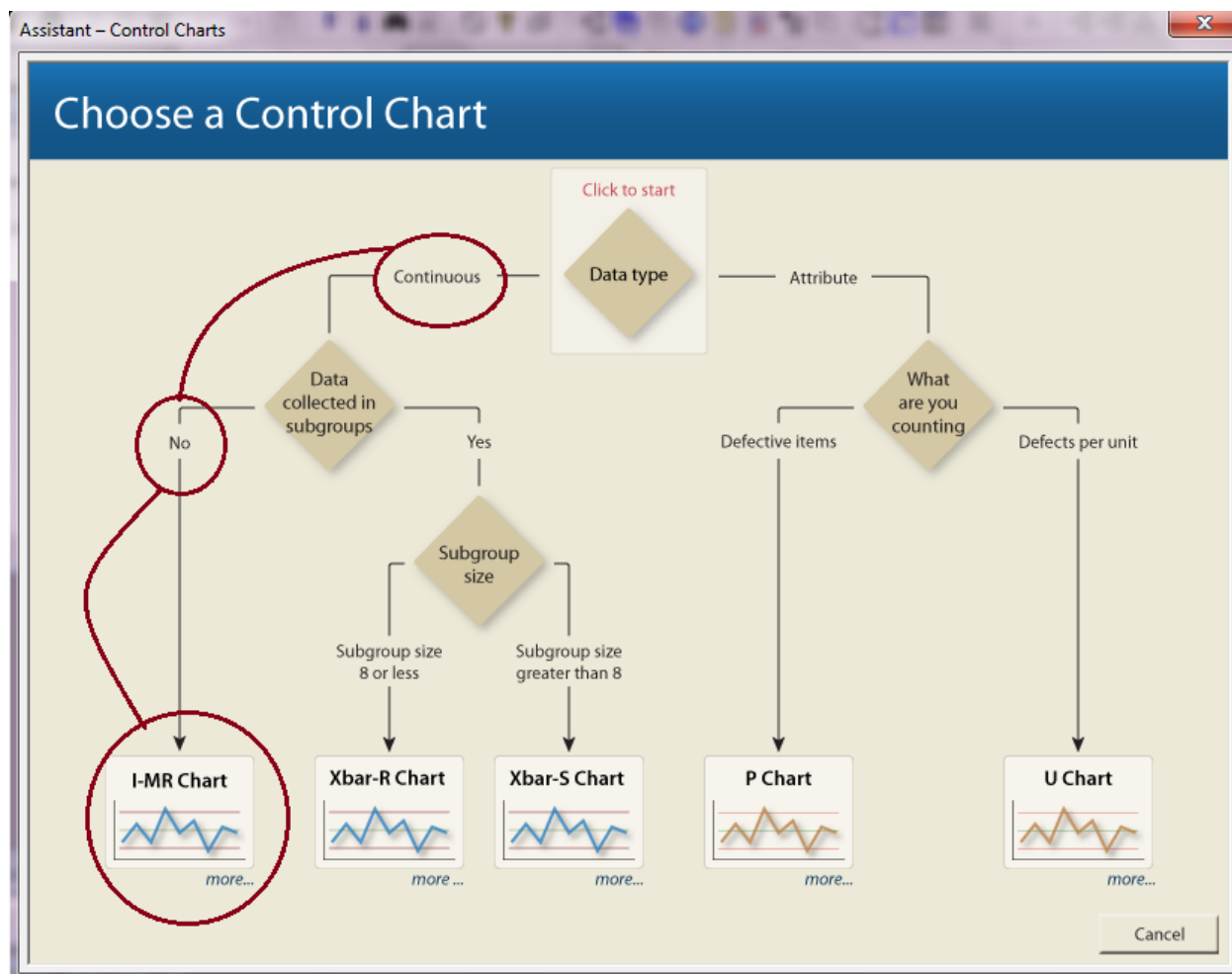
نرم افزار Minitab دارای Help بسیار خوب و قوی می باشد و در تمام پنجره هایی که توضیح داده خواهد شد، دکمه Help در پایین آن است که با کلیک کردن روی آن دکمه پنجره Help باز می شود و در مورد آن فرمان یا دستور اطلاعات جامعی در اختیار کاربر قرار میدهد. در این کتاب استفاده فراوانی از Help نرم افزار شده است.



منوی Assistant

این منو که تنها به نسخه ی 16 نرم افزار اضافه شده است کمک شایانی در پیدا کردن ابزار مناسب برای تحلیل درست می کند. فقط تنها اشکالی که در این منو وجود دارد این است که نتوانسته کلیه ابزارهایی که در Minitab وجود دارد، پوشش دهد. اما در مجموع شما با انتخاب موضوعی که می خواهید بررسی کنید، این منو به شما کمک می کند تا ابزار مناسب را انتخاب کنید. برای مثال فرض کنید شما قصد دارید یک نمودار کنترل برای مقادیر انفرادی برای یک مشخصه کیفی متغیر رسم کنید حال این منو مطابق مسیر زیر به شما کمک می کند تا نمودار کنترل مناسب را پیدا کنید:



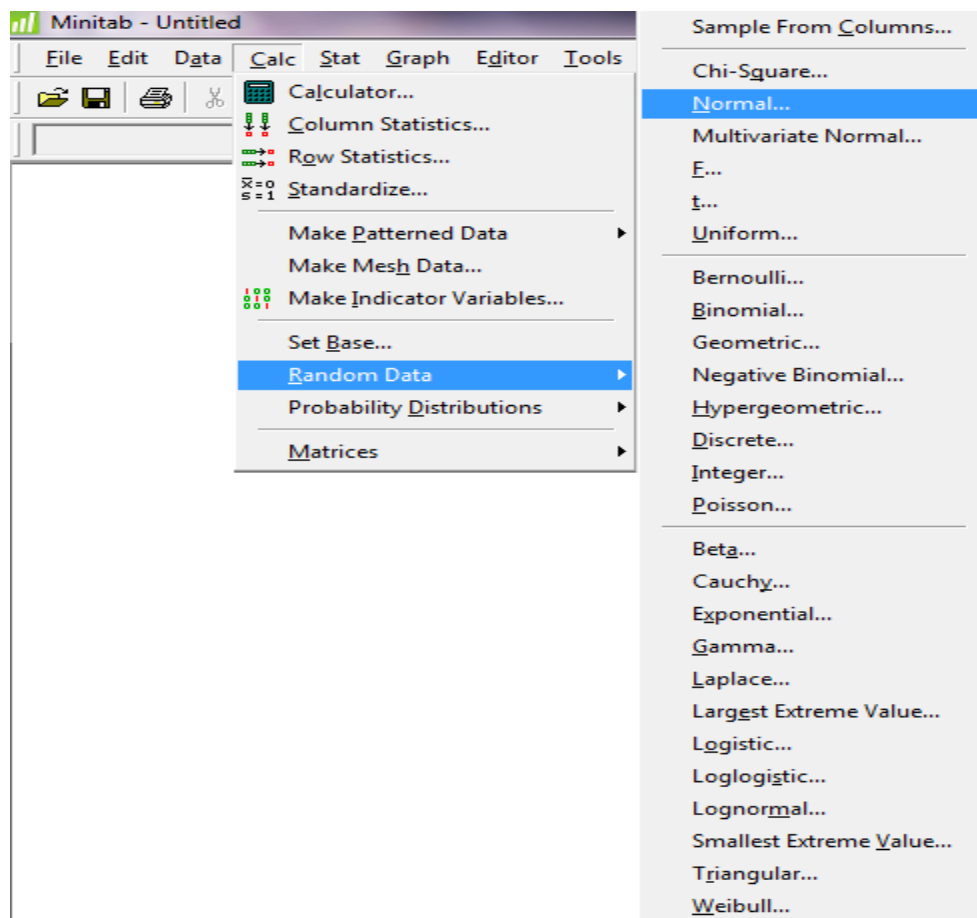


ایجاد یک پروژه جدید با Minitab

در صورتیکه برای اولین بار با نرم افزار شروع به کار می کنید، خود نرم افزار یک پروژه جدید در اختیار شما قرار می دهد، در صورتیکه بخواهید پروژه ای را فراخوانی کنید از منوی **File** ، **Open** ، **Project** را انتخاب کرده و در مسیری که پروژه را در آن ذخیره کردید، آن را فراخوانی کنید، اما در صورتیکه می خواهید یک پروژه جدید ایجاد کنید، از منوی **File** ، **New** ، **Project** را انتخاب کنید. اگر **New project** را انتخاب کنید ، **Minitab** پروژه ی قبلی را با پرسیدن سوال " آیا قصد دارید پروژه را ذخیره کنید؟ " بسته و یک پروژه جدید برای شما ایجاد می کند و اگر **New worksheet** را انتخاب کنید ، **Minitab** با حفظ **Worksheet** های قبل یک کاربرگ جدید برای شما می سازد. در نظر داشته باشید برای استفاده از کاربرگ های این کتاب از منوی **File** گزینه ی **Open worksheet** را انتخاب کنید.

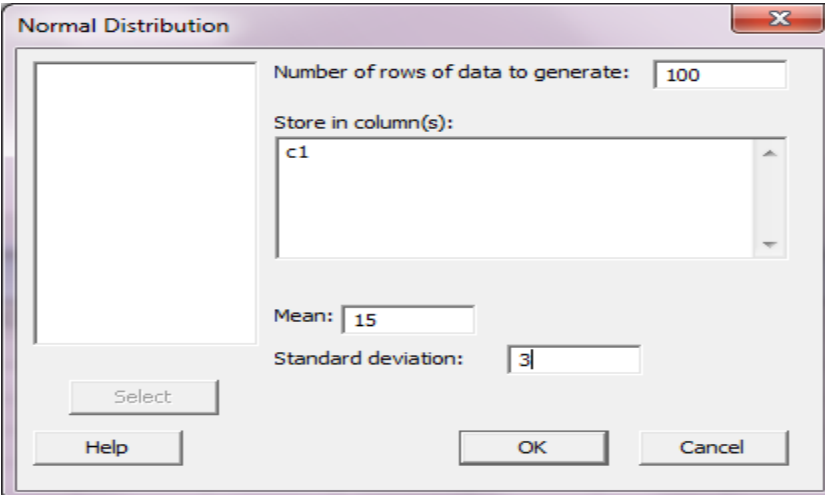
ایجاد داده های تصادفی با Minitab

همواره اکثر نرم افزارهایی که با احتمالات سروکار دارند، قابلیت ایجاد داده های تصادفی را دارند. معمولاً ایجاد داده های تصادفی در بحث شبیه سازی کاربرد فراوانی دارد. شما می توانید داده های تصادفی پیوسته یا گسسته برحسب موضوع مورد بررسی با تابع توزیعی معین ایجاد کنید. فرض کنید برای مثال بخواهیم 100 داده ی تصادفی با توزیع نرمال با میانگین 15 و انحراف معیار 3 ایجاد کنیم، برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



در کادر مقابل Number of rows of data to generate تعداد داده هایی تصادفی که می خواهید ایجاد کنید وارد کنید، چون در این مثال می خواهیم 100 داده تصادفی ایجاد کنید، عدد 100 را در این قسمت وارد کنید. در قسمت Store in column، ستون یا ستون هایی را که می خواهید مقادیر تصادفی در آن ذخیره شود وارد کنید. در این مثال ستون C1 را وارد کنید. توجه داشته باشید اگر عبارت C1-C10 را وارد کنید، نرم افزار در هر ستون C1 الی C10، 100 داده ی تصادفی ایجاد می کند که هر کدام متفاوت می باشد و هر یک در ستون های مربوط به خودش، توزیع نرمال خواهند داشت. در کادر

مقابل Mean مقدار میانگین و در کادر مقابل Standard deviation مقدار انحراف معیاری که می خواهید داده های تصادفی شما داشته باشند را وارد کنید و OK را بزنید.



The image shows a 'Normal Distribution' dialog box with the following fields and buttons:

- Number of rows of data to generate:** 100
- Store in column(s):** c1
- Mean:** 15
- Standard deviation:** 3
- Buttons:** Select, Help, OK, Cancel

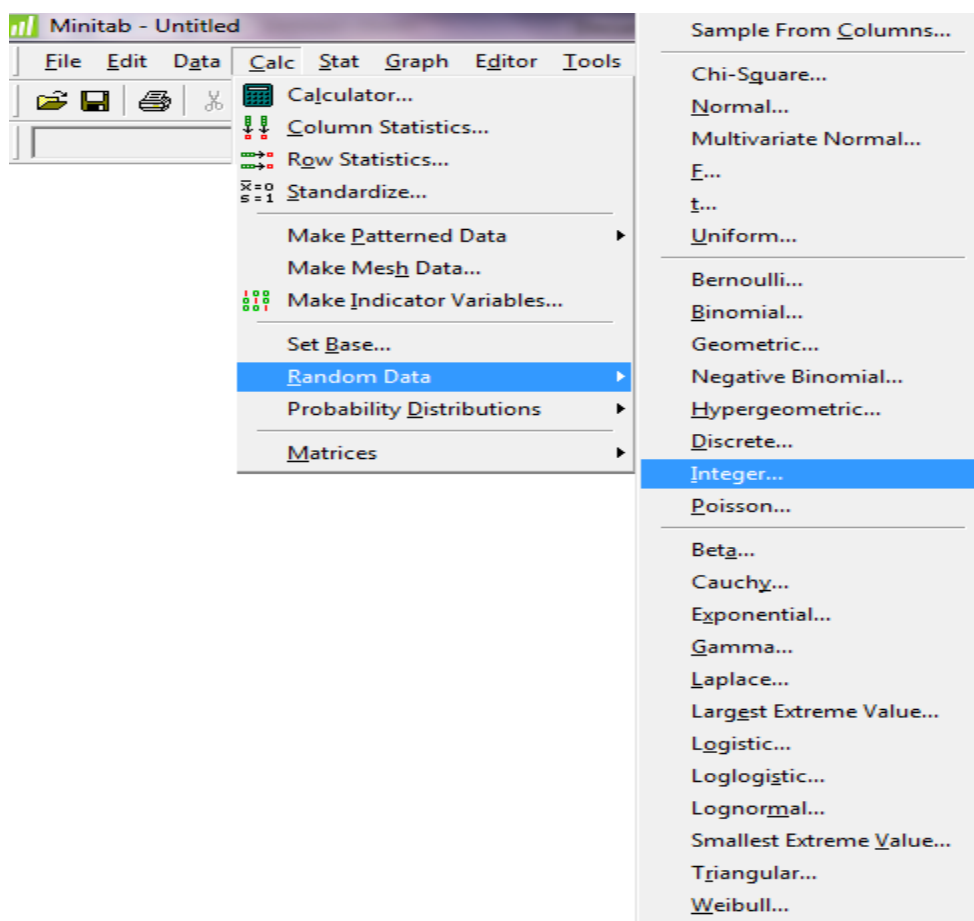
↓	C1	↓	C1	↓	C1	↓	C1
1	16.9968	25	16.5676	51	13.8114	76	11.6146
2	22.1584	26	15.1531	52	13.1326	77	11.6911
3	17.5541	27	16.9540	53	13.6525	78	11.6875
4	8.9121	28	17.0250	54	15.4093	79	19.9590
5	12.6579	29	17.6962	55	15.3805	80	12.9261
6	16.4065	30	12.2648	56	19.9534	81	16.8412
7	21.2283	31	12.3067	57	21.4900	82	16.1191
8	14.5211	32	11.7958	58	11.7465	83	19.2816
9	9.1331	33	17.7786	59	17.3689	84	14.2855
10	11.1912	34	13.9658	60	19.3377	85	11.4115
11	11.8534	35	15.0203	61	19.4799	86	12.0882
12	13.5270	36	15.2332	62	19.0025	87	14.5652
13	14.8727	37	13.6025	63	12.2739	88	18.4423
14	17.3199	38	17.5578	64	7.4919	89	12.1180
15	12.3863	39	14.6925	65	17.3893	90	17.0926
16	13.4597	40	14.5562	66	18.3157	91	19.9469
17	15.9004	41	12.5854	67	14.9938	92	12.9279
18	11.7727	42	13.3555	68	11.7725	93	15.5206
19	15.5360	43	12.5299	69	11.2608	94	20.3530
20	15.1479	44	17.3648	70	17.3255	95	9.1943
21	17.8941	45	17.1122	71	18.8868	96	12.4251
22	13.1681	46	18.3396	72	9.7934	97	13.5231
23	12.4533	47	17.9472	73	14.7876	98	15.8147
24	14.3780	48	15.9168	74	17.1873	99	16.4581
25	16.5676	49	14.3110	75	17.5970	100	15.4234
26	15.1531	50	13.7775				

كد گذاري براي مشاهدات يك متغير تصادفي

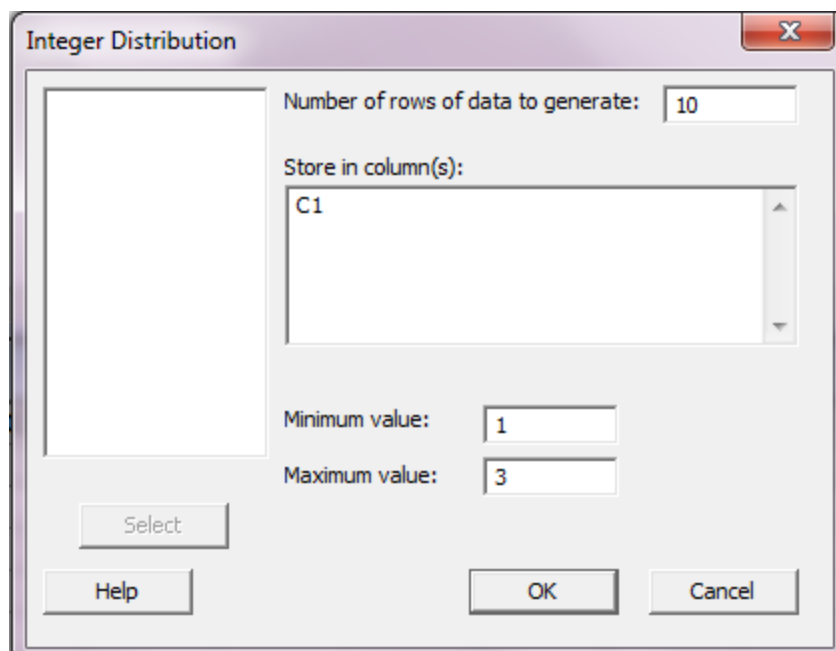
همانطور كه در گذشته توضيح داديم هر ستون در صفحه ي worksheet در Minitab ، يك متغير تصادفي مي باشد كه Format آن مي تواند از نوع Numerical،Text و Date/Time باشد . شما ميتوانيد با كد گذاري براي يك ستون، Text را به Numerical يا Numerical را به Text و... تبديل كنيد.

براي درك بهتر مفاهيم فوق با ذكر يك مثال آنها را شرح مي دهيم.

ابتدا 100 داده ي تصادفي با تابع توزيع Integer كه مقدار Max و Min آن به ترتيب 3 و 1 باشد را ايجاد كنيد.براي اين كار مسير زير ا دنبال كنيد.



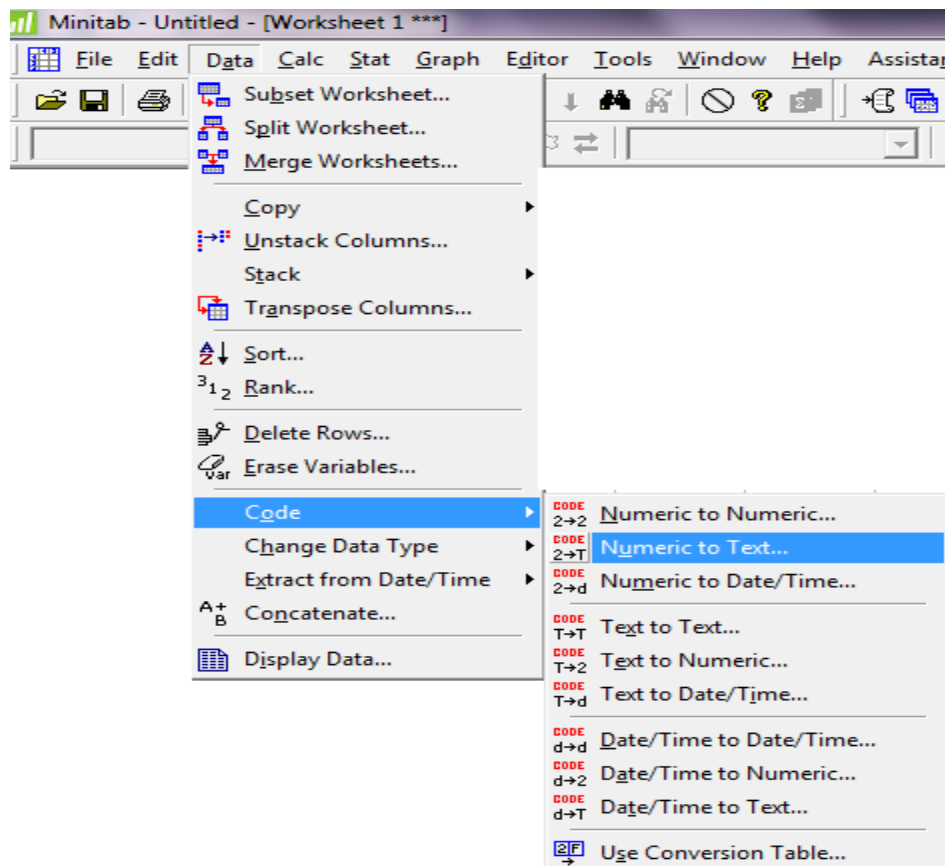
در قسمت Generate عدد 10 را وارد كنيد و در قسمت Store in columns ستون C1 را وارد كنيد و مقدار Max و Min را به ترتيب 3 و 1 قرار دهيد .



The image shows a dialog box titled "Integer Distribution". It has a close button (X) in the top right corner. Inside the dialog, there is a text input field for "Number of rows of data to generate:" with the value "10". Below this is a list box for "Store in column(s):" containing "C1". At the bottom, there are two input fields: "Minimum value:" with "1" and "Maximum value:" with "3". There are also buttons for "Select", "Help", "OK", and "Cancel".

↓	C1
1	3
2	1
3	1
4	3
5	2
6	2
7	1
8	1
9	2
10	2

حال فرض کنید عدد 1 بیانگر حرف A و عدد 2 بیانگر حرف B و عدد 2 بیانگر حرف C می باشد. برای این تبدیل مسیر زیر را دنبال کنید:



Code data from columns: ستونی را که می خواهید آن را کد بندی کنید وارد کنید. در این مثال C1 را وارد کنید.

Into columns: ستونی را که می خواهید کد بندی شده ی داده های آن را مشاهده کنید وارد کنید. توجه داشته باشید هم می توانید یک ستون غیر از ستون قسمت Code data from columns وارد کنید هم می توانید همان ستون که در بالا وارد کردید را در این قسمت وارد کنید تا همان ستون تبدیل به کد شده ی داده های آن شود. در این مثال یک بار C1 و یک بار C2 را در این قسمت وارد کنید تا متوجه مطلب فوق شوید.

Original values: در اینجا می توانید بازه ی تغییرات برای کد بندی داده های آن را وارد کنید. برای مثال می خواهید تعریف کنید تاریخ 1/3/85 الی 1/5/85 برابر A شود و تاریخ 2/5/85 الی 1/7/85 برابر B شود.

آنگاه در قسمت Original values در ردیف اول عبارت 1/3/85:1/5/85 و در کادر مقابل آن حرف A را وارد کنید و در ردیف دوم عبارت 2/5/85:1/7/85 را وارد کنید و در کادر مقابل آن حرف B را وارد کنید.

در این مثال در ردیف اول تا سوم در ستون Original values به ترتیب اعداد 1 و 2 و 3 را وارد کنید و در کادر مقابل آن به ترتیب حروف A، B، C را وارد کنید و OK را بزنید.

Code - Numeric to Text

Code data from columns:
C1

Store coded data in columns:
C1

Original values (eg, 1:4 12):

1	A
2	B
3	C

New:

Select

Help OK Cancel

↓	C1-T
1	C
2	A
3	A
4	C
5	B
6	B
7	A
8	A
9	B
10	B

همواره با کد گذاری برای مشاهداتمان می توانیم از شلوغی بیش از اندازه در صفحه Worksheet جلوگیری کنیم.

ایجاد يك گزارش با استفاده از Minitab:

همواره شما پس از هر تحلیل آماری باید گزارشی از کارکرد خودتان به مدیران تحویل دهید. شما برای اضافه کردن هر تحلیلی چه گراف ها چه خروجی هایی که در پنجره Session مشاهده می شود با راست کلیک کردن بروی آن گراف یا خروجی صفحه Session و انتخاب گزینه Append graph to report آن خروجی را به صفحه گزارشتان اضافه کنید.

برای مشاهده ي صفحه گزارش و Print آن باید مسیر زیر را دنبال کنید.

از منوی Windows گزینه Project manager را انتخاب کرده و روی پوشه Report pad کلیک کنید.

حال شما میتوانید کلیه گزارش های خود را در Report pad مشاهده کنید. حال با راست کلیک کردن روی Report pad می توانید گزارشاتتان را در مسیر دلخواه Save کنید یا از آن پرینت بگیرید و یا آن را به يك فایل Word انتقال دهید.

فصل دوم

آشنایی با برخی از توابع توزیع

در این فصل می آموزید:

- محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع دو جمله ای با Minitab
- محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون با Minitab
- محاسبه احتمال توزیع نرمال با Minitab
- محاسبه احتمال توزیع مربع کای با Minitab
- محاسبه احتمال توزیع t با Minitab
- محاسبه احتمال توزیع F با Minitab
- پیدا کردن تابع توزیع یک متغیر تصادفی با Minitab

مقدمه ای بر احتمالات و متغیر تصادفی

در دنیای واقعی به ندرت پیش می آید مواردی که بررسی می کنید قطعی باشد، معمولاً همه چیز احتمالی می باشد برای مثال مدت زمان ورود افراد به یک بانک، ضخامت کاغذ های تولید شده در یک فرآیند تولید کاغذ، عمر لامپ های تولید شده در یک فرآیند تولید لامپ و... علم آمار به ما این کمک را می کند که با شناخت و تحلیل های مناسب بهترین تصمیم را بگیریم. در واقع هر چیزی که یک متغیر باشد را به آن متغیر گوئیم و هر متغیری که احتمالی باشد را یک متغیر تصادفی گوئیم. این متغیرها می توانند پیوسته یا گسسته باشند. برای مثال تعداد افرادی که در یک مدت زمان معین وارد بانک می شوند، یک متغیر تصادفی گسسته می باشد اما مدت زمان بین ورود افراد به بانک یک متغیر تصادفی پیوسته می باشد. هر متغیر تصادفی یک تابع توزیع احتمال دارد که به وسیله آن تابع توزیع می توان احتمال وقوع یک پیشامد را پیدا کرد. در ادامه به معرفی برخی از تابع توزیع هایی که بیشتر از آن ها استفاده می کنیم، می پردازیم. توجه داشته باشید که در کنترل کیفیت به متغیرهای تصادفی پیوسته، مشخصه کیفی متغیر و به متغیرهای تصادفی گسسته، مشخصه های کیفی وصفی می گویند.

توزیع های گسسته

در این تابع توزیع ها X یک متغیر تصادفی گسسته می باشد. مقادیر ممکن X می تواند محدود یا نامحدود باشد.

1- توزیع دو جمله ای

در این توزیع متغیر تصادفی X پیشامد تعداد موفقیت ها در n آزمایش می باشد به طوریکه در هر آزمایش با احتمال P می بریم و با احتمال $1-P$ می بازیم. تابع توزیع X به صورت زیر می باشد:

$$P(x) = \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

میانگین واقعی و واریانس برای متغیر تصادفی X با توزیع دوجمله ای به صورت زیر می باشد:

$$\mu = nP$$

$$\sigma^2 = nP(1-P)$$

در نظر داشته باشید که هرگاه تعداد نمونه زیاد و احتمال موفقیت در هر نمونه پایین باشد ($np < 5$)، برای محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع دوجمله ای از تقریب های پواسون و نرمال استفاده می کنند.

محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع دو جمله ای با Minitab

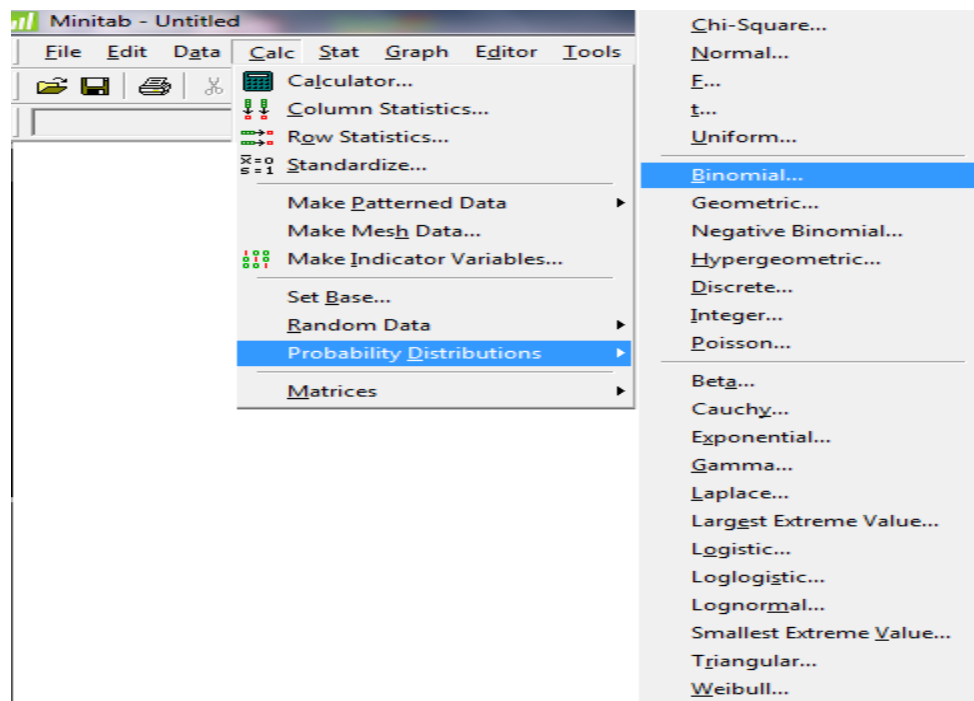
مثال: فرض کنید در یک فرآیند تولید احتمال اینکه یک قطعه معیوب باشد، 0.2 است. اگر یک نمونه ی 50 تایی گرفته شود آنگاه مطلوبست:

الف – احتمال اینکه 8 قطعه معیوب دیده شود؟

ب – احتمال اینکه حداکثر 8 قطعه معیوب دیده شود؟

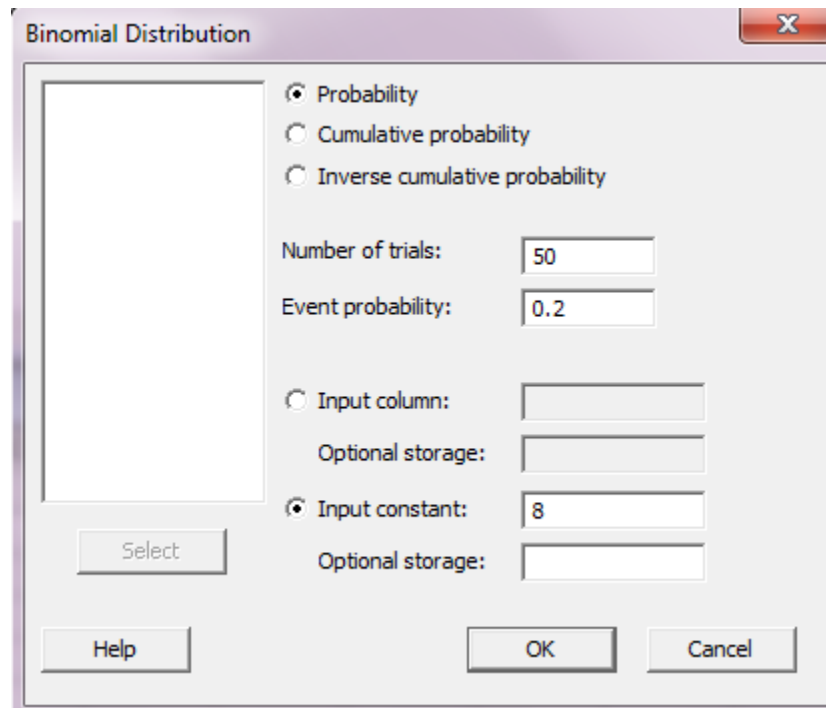
ج – حداکثر تعداد اقلام معیوب چه قدر باشد تا با احتمال حداقل 0.9 پی به وجود آن ببریم؟

برای حل قسمت الف ابتدا مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره Binomial distribution در صورتیکه می خواهید $P(X=x)$ را محاسبه کنید گزینه Probability را انتخاب کنید و در صورتیکه می خواهید $p(X \leq x)$ را محاسبه کنید گزینه Cumulative probability را انتخاب کنید و اگر می خواهید احتمال تجمعی معکوس یا عدد a را در $p(X \leq a) = P$ محاسبه کنید گزینه Inverse cumulative probability را انتخاب کنید. این سه گزینه در محاسبه احتمال همه ی تابع توزیع های گسسته وجود دارد و توضیحاتی که داده شده برای همه ی آن ها صادق است. برای حل قسمت الف این سوال گزینه Probability را انتخاب کرده و در کادر مقابل Number of trial تعداد آزمایش ها را وارد کنید که در این مثال برابر 50 می باشد و در قسمت

Event probability احتمال موفقیت در هر آزمایش یا همان P را وارد کنید که در این مثال برابر 0.2 می باشد هم چنین در قسمت Input constant عدد 8 را وارد کنید و OK را بزنید. توجه داشته باشید که اگر می خواهید احتمال پیشامد های مختلفی را که در یک ستون وارد کردید محاسبه کنید، گزینه ی Input column را انتخاب کنید و ستون مورد نظر را وارد کنید.



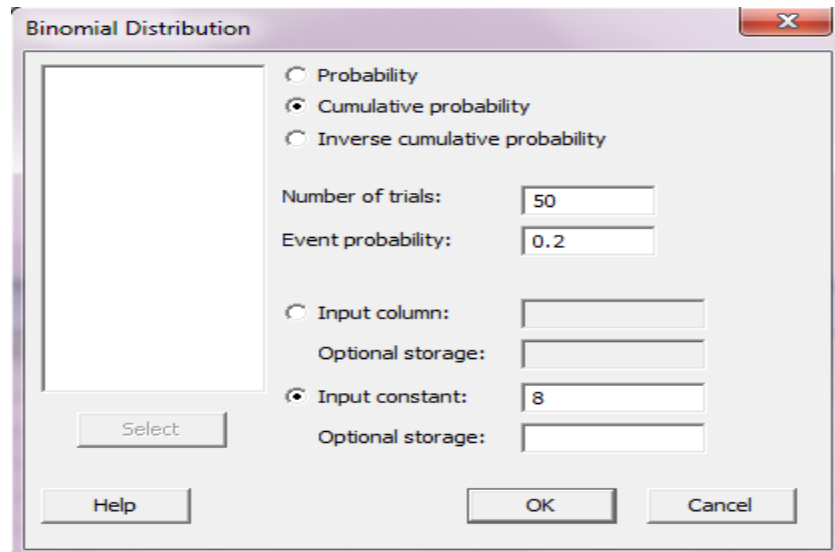
Probability Density Function

Binomial with $n = 50$ and $p = 0.2$

x	$P(X = x)$
8	0.116922

تحلیل: احتمال اینکه 8 کالای معیوب در یک نمونه ی 50 تایی ببینیم برابر 0.11 می باشد.

برای حل قسمت ب این سوال در پنجره Binomial distribution فقط کافیست به جای گزینه ی Probability , گزینه Cumulative probability را انتخاب کرده و OK را بزنید.



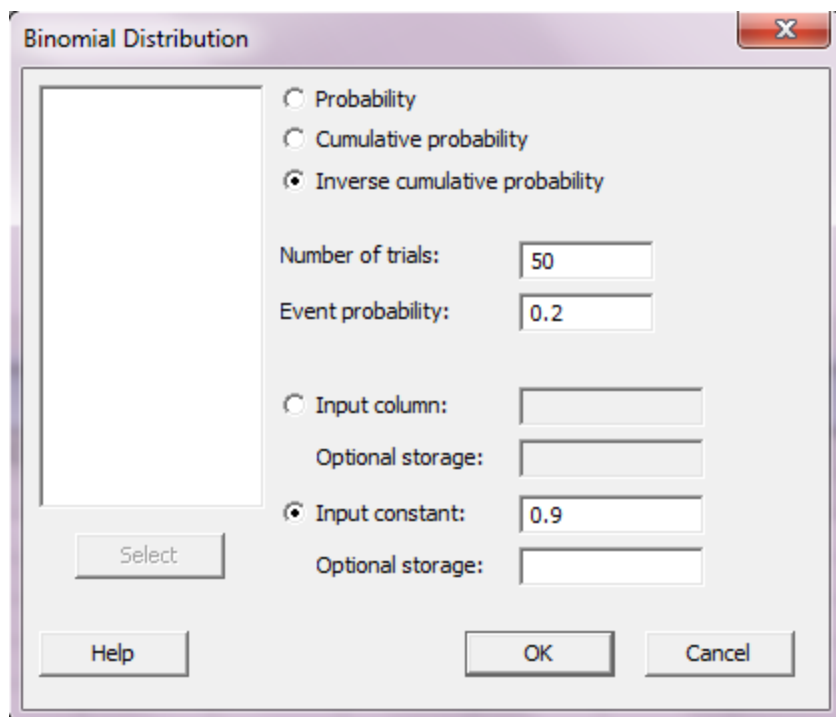
Cumulative Distribution Function

Binomial with $n = 50$ and $p = 0.2$

x	$P(X \leq x)$
8	0.307332

تحلیل: احتمال اینکه حداکثر 8 کالای معیوب در یک نمونه ی 50 تایی ببینیم برابر 0.3 می باشد.

برای حل قسمت ج سوال اینبار در پنجره Binomial distribution گزینه ی Inverse cumulative distribution انتخاب کرده و در کادر مقابل Input constant عدد 0.9 را وارد کنید و OK را بزنید.



Inverse Cumulative Distribution Function

Binomial with $n = 50$ and $p = 0.2$

x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$
13	0.889413	14	0.939278

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید احتمال دیده شدن حداکثر 13 معیوب در 50 نمونه 0.88 و احتمال دیده شدن حداکثر 14 معیوب برابر 0.93 می باشد پس اگر 14 معیوب در این 50 نمونه وجود داشته باشد با احتمال 0.93 قابل کشف خواهد بود.

2- توزیع پواسون

در این توزیع متغیر تصادفی X پیشامد تعداد رویدادها در یک بازه زمانی یا مکانی می باشد به طوریکه λ متوسط تعداد رویدادها در همان بازه ی زمانی یا مکانی می باشد. تابع توزیع پواسون به صورت زیر است:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

در صورتیکه X متغیر تصادفی با توزیع پواسون باشد، میانگین واقعی و واریانس این متغیر تصادفی به قرار زیر است:

$$\mu = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda$$

توزیع پواسون تنها تابع توزیعی می باشد که میانگین و واریانس آن با هم برابر است.

محاسبه احتمال یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون با Minitab

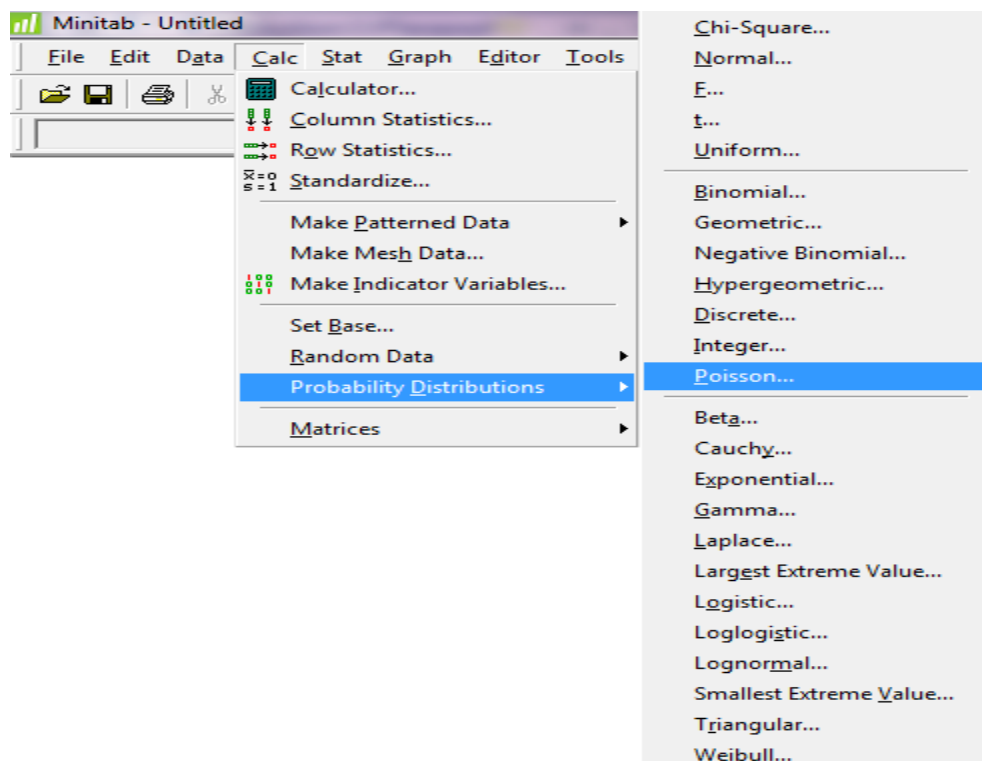
مثال: فرض کنید متوسط تعداد غلط های تایپی در یک صفحه از یک کتاب 200 صفحه ای، دو تا می باشد. آن گاه مطلوبست احتمال اینکه:

الف - احتمال اینکه تنها سه غلط در یک صفحه ی این کتاب دیده شود؟

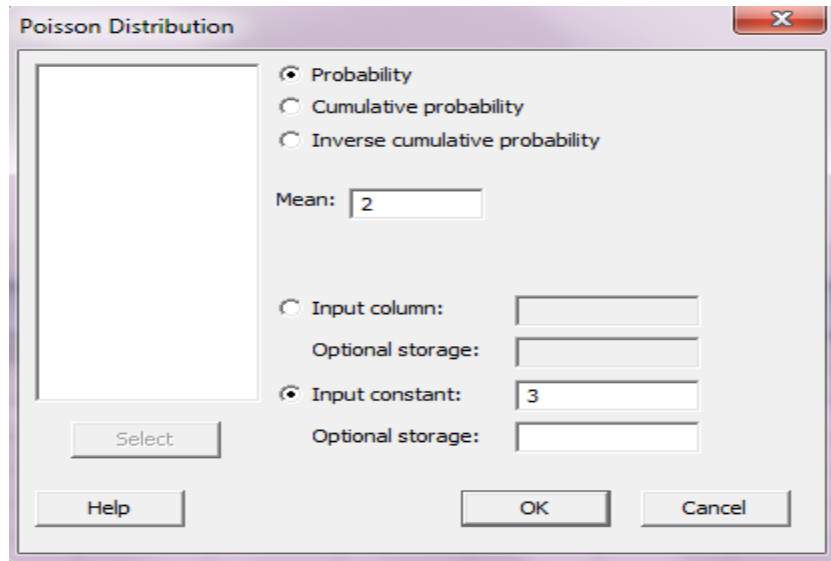
ب - احتمال اینکه حداکثر سه غلط در یک صفحه این کتاب دیده شود؟

ج - حداکثر چند غلط تایپی در یک صفحه کتاب وجود داشته باشد تا با احتمال حداقل 0.9 پی به وجود آن ببریم؟

برای حل سه قسمت این سوال مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره Poisson distribution گزینه Probability را انتخاب کنید و در کادر مقابل Mean مقدار λ را وارد کنید که برابر 2 می باشد هم چنین با انتخاب گزینه Input constant و وارد کردن عدد 3 می توانید قسمت الف این سوال را حل کنید.



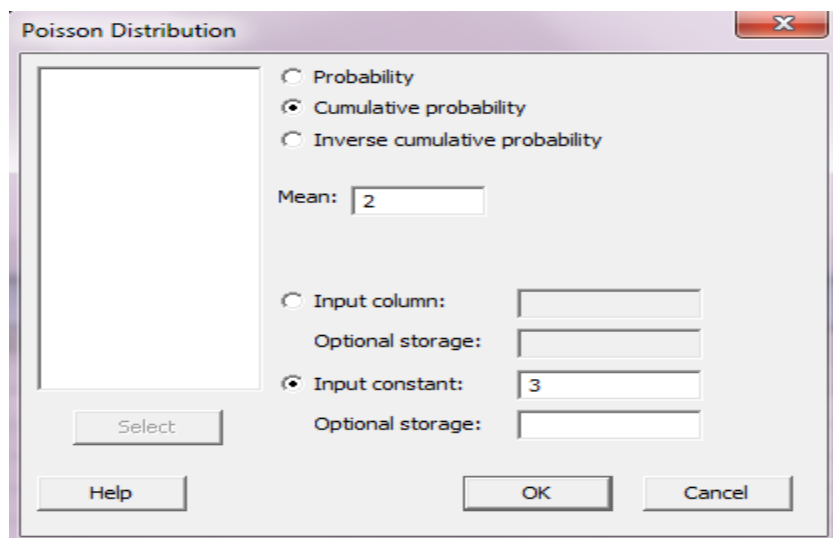
Probability Density Function

Poisson with mean = 2

x	P(X = x)
3	0.180447

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید احتمال اینکه در یک صفحه خاص سه غلط تایپی دیده شود برابر 0.18 می باشد.

برای حل قسمت ب این سوال فقط کافیست به جای گزینه Probability ، گزینه Cumulative را انتخاب کنید و OK را بزنید.



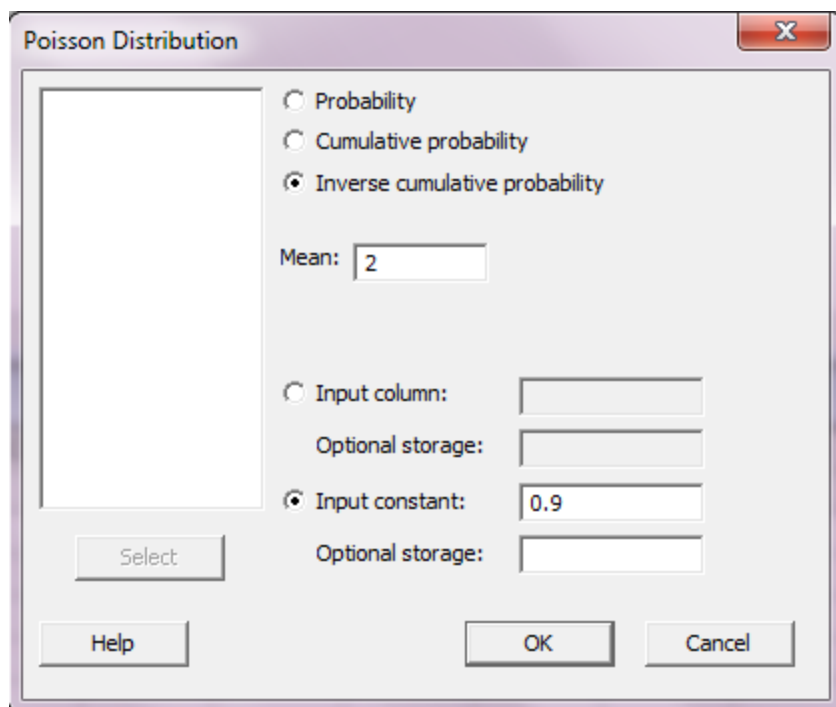
Cumulative Distribution Function

Poisson with mean = 2

x	P (X ≤ x)
3	0.857123

تحلیل: همانطور که از خروجی صفحه Session پیدا ست احتمال اینکه حداکثر سه غلط تایپی در یک صفحه ببینیم برابر 0.85 می باشد.

برای حل قسمت ج سوال در پنجره Poisson distribution گزینه Inverse cumulative probability را انتخاب کرده و در کادر مقابل Input constant عدد 0.9 را وارد کرده و OK را بزنید.



Inverse Cumulative Distribution Function

Poisson with mean = 2

x	P (X ≤ x)	x	P (X ≤ x)
3	0.857123	4	0.947347

تحلیل: در صورتیکه حداکثر 4 غلط تایپی در یک صفحه ی کتاب وجود داشته باشد شما با احتمال 0.94 پی به وجود این 4 غلط خواهید برد.

توزیع های پیوسته

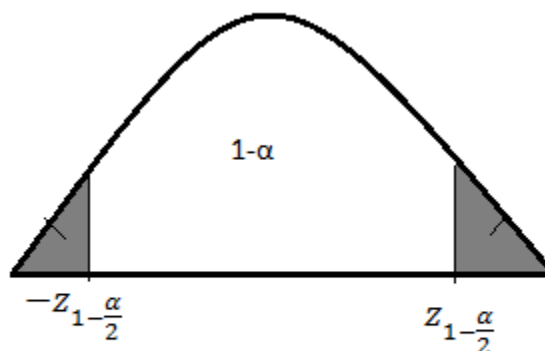
در این تابع توزیع ها ، X پیشامد یک متغیر تصادفی پیوسته می باشد. مقادیر ممکن X می تواند بی کران یا کراندار باشد.

1- توزیع نرمال

توزیع نرمال حالت خاصی از توزیع گاما می باشد به طوریکه اگر X پیشامد یک متغیر تصادفی پیوسته با میانگین μ و انحراف معیار σ باشد، آن گاه تابع توزیع X به صورت زیر می باشد:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$

از آنجاییکه برای محاسبه ی هر احتمالی باید از تابع توزیع فوق انتگرال گرفت، و هر انتگرالی از تابع فوق غیر قابل حل می باشد، پس از تغییر متغیر $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ برای محاسبه ی هر احتمالی استفاده می شود که به Z مقدار استاندارد شده گویند و در صورتیکه X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ باشد، آن گاه Z دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک می باشد. نمودار تابع چگالی احتمال نرمال به صورت زیر می باشد:



نمودار تابع چگالی احتمال نرمال

قضیه حد مرکزی

در صورتیکه متغیر تصادفی $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ باشد و هر یک از X_i ها متغیرهای تصادفی مستقل تابع توزیع های مختلف با میانگین های μ_i و واریانس های σ_i^2 داشته باشند و $n \geq 30$ باشد آن گاه متغیر تصادفی Y دارای توزیع نرمال با میانگین $\sum_{i=1}^n \mu_i$ و واریانس $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2$ می باشد. هم چنین اگر $n < 30$ باشد ولی هر یک از X_i ها توزیع نرمال با میانگین های μ_i و واریانس های σ_i^2 داشته باشند آنگاه باز هم متغیر تصادفی Y دارای توزیع نرمال با میانگین $\sum_{i=1}^n \mu_i$ و واریانس $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2$ می باشد. هم چنین اگر هر یک از X_i ها متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند آنگاه متغیر تصادفی Y دارای توزیع نرمال با میانگین $n\mu$ و واریانس $n\sigma^2$ می باشد.

یکی از کاربردهای اصلی قضیه حد مرکزی در بیان توزیع میانگین نمونه می باشد. در صورتیکه x_1, x_2, \dots, x_n متغیرهای تصادفی مستقل از هم و هم توزیع باشند آن گاه میانگین نمونه از رابطه زیر به دست می آید:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

از آنجاییکه \bar{x} نیز یک متغیر تصادفی می باشد و هر متغیر تصادفی دارای تابع توزیعی می باشد و بنا به قضیه حد مرکزی می توان گفت :

اگر هر یک از x_i ها دارای توزیع غیر نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند و $n \geq 30$ باشد آن گاه :

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

اگر هر یک از x_i ها دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند و $n < 30$ باشد آن گاه:

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

اگر هر یک از x_i ها دارای توزیع غیر نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند و $n < 30$ باشد آن گاه برای تعیین توزیع میانگین نمونه باید از روش های ناپارامتری استفاده کنیم.

تجربه نشان داده است اگر هر یک از x_i ها دارای توزیع های یکنواخت یا راست گوشه ای یا گاما با پارامتر شکل یک و پارامتر مقیاس های 1,2,3 و 4 باشد اندازه نمونه 4 یا 5 تایی نیز به اندازه کافی بزرگ هستند تا نشان دهند که میانگین نمونه دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس $\frac{\sigma^2}{n}$ می باشد.

محاسبه احتمال توزیع نرمال با Minitab

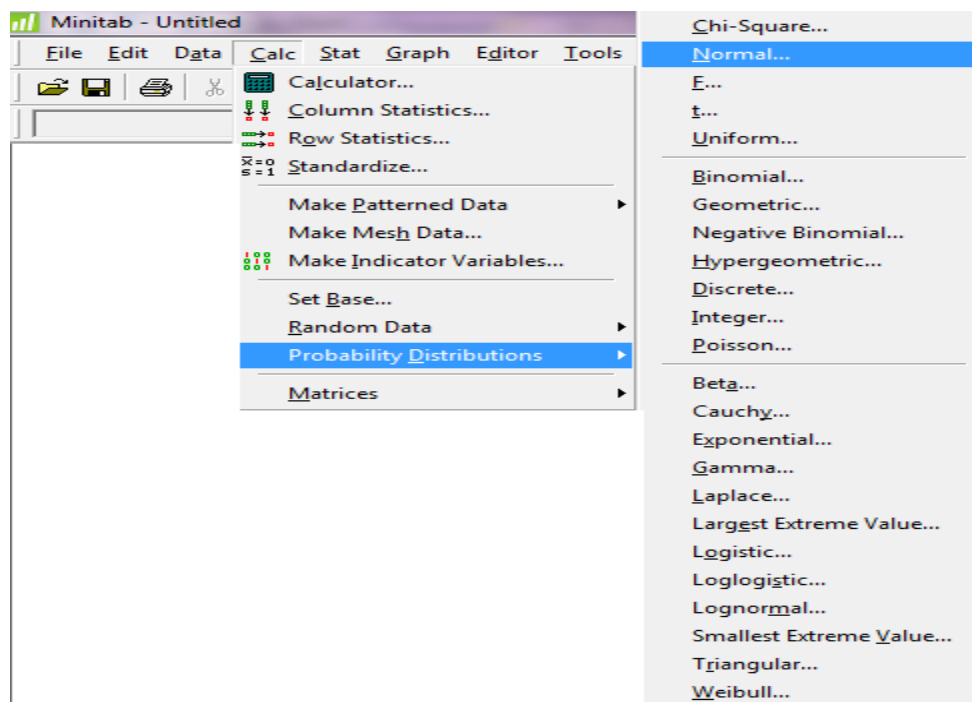
مثال: فرض کنید ضخامت نورد های تولید شده در فرآیند تولید نورد دارای توزیع نرمال با میانگین 2 و انحراف معیار 0.1 میلی متر می باشد. آن گاه مطلوبست احتمال اینکه:

الف – احتمال اینکه ضخامت نورد تولید شده حداکثر 2.2 میلی متر باشد؟

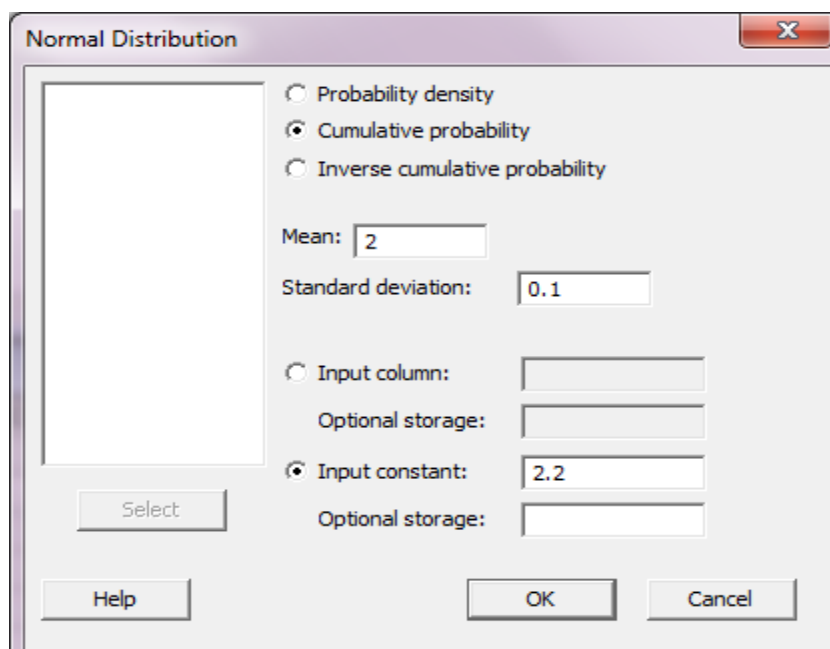
ب– ضخامت نورد تولید شده حداکثر چه قدر باشد تا با احتمال 0.975 قابل کشف باشد؟

ج – اگر یک نمونه ی 9 تایی از این فرآیند گرفته شود، احتمال اینکه میانگین نمونه حداکثر برابر 2.1 میلی متر شود چه قدر است؟

برای حل دو قسمت این سوال مسیر زیر را دنبال کنید:



در صورتیکه می خواهید $p(X \leq x)$ را محاسبه کنید گزینه Cumulative probability را انتخاب کنید، اما اگر می خواهید مقدار معکوس یک احتمال جمع را به دست آورید، گزینه Inverse cumulative probability را انتخاب کنید. برای حل قسمت الف این سوال گزینه Cumulative probability را انتخاب کرده و در کادر مقابل Mean و Standard deviation مقدار میانگین و انحراف معیار را که هر یک به ترتیب برابر 2 و 0.1 می باشد وارد کنید. هم چنین گزینه Input constant را انتخاب کرده و در کادر مقابل آن عدد 2.2 را وارد کرده و OK را بزنید.



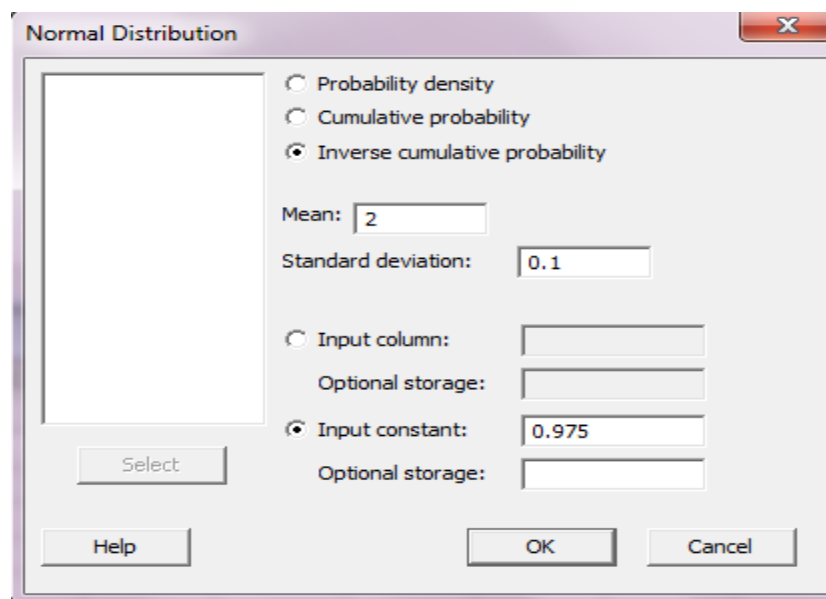
Cumulative Distribution Function

Normal with mean = 2 and standard deviation = 0.1

x	P (X <= x)
2.2	0.977250

تحلیل: احتمال اینکه ضخامت نورد تولید شده حداکثر 2.2 باشد برابر 0.97 می باشد.

برای حل قسمت ب این سوال فقط کافیست به جای گزینه ی Cumulative probability , گزینه ی Inverse Cumulative probability را انتخاب کرده و در کادر مقابل Input constant عدد 0.975 را وارد کرده و OK را بزنید.



Inverse Cumulative Distribution Function

Normal with mean = 2 and standard deviation = 0.1

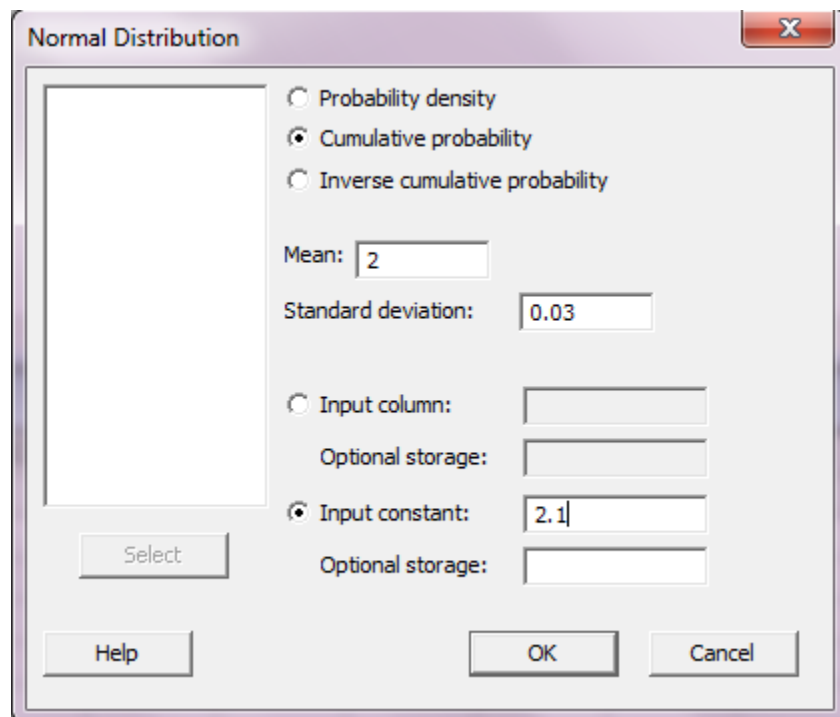
P (X <= x)	x
0.975	2.19600

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید در صورتیکه ضخامت نورد، حداکثر 2.16 میلی متر باشد با احتمال 0.975 کشف خواهد شد.

قسمت ج نیز احتمال $p(\bar{x} \leq 2.1)$ را خواسته است از آن جاییکه ضخامت نورد توزیع نرمال دارد پس میانگین نمونه این 9 نمونه نیز توزیع نرمال با میانگین 2 و انحراف معیار $\frac{0.1}{\sqrt{9}}$ دارد پس می توان برای حل قسمت ج احتمال زیر را حل کرد:

$$p\left(z \leq \frac{2.1 - 2}{0.03}\right) = p(z \leq 3)$$

برای حل احتمال فوق گزینه Cumulative probability را انتخاب کرده و در کادر مقابل Mean و Standard deviation مقدار میانگین و انحراف معیار را که هر یک به ترتیب برابر 2 و 0.03 می باشد وارد کنید. هم چنین گزینه Input constant را انتخاب کرده و در کادر مقابل آن عدد 2.1 را وارد کرده و OK را بزنید.



Cumulative Distribution Function

Normal with mean = 2 and standard deviation = 0.03

x	P (X <= x)
2.1	0.999571

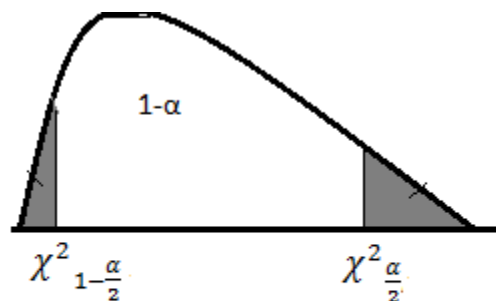
تحلیل: احتمال اینکه میانگین نمونه حداکثر برابر 2.1 شود برابر 0.99 می باشد.

2- توزیع مربع کای

در صورتیکه X_1, X_2, \dots, X_n هر کدام توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک داشته باشند و از یک جامعه باشند، آن گاه مجموع مربعات آن ها توزیع کای دو با درجه آزادی n دارند. از آنجاییکه یک متغیر تصادفی کای دو با n درجه آزادی از n متغیر نرمال تشکیل شده است پس توزیع متغیر تصادفی مربع کای اختیاری نبوده و تابع چگالی آن حالت خاصی از توزیع گاما می باشد. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع کای دو با n درجه آزادی باشد پس تابع چگالی X به صورت زیر تعریف می شود:

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n-2}{2}} e^{-\frac{x}{2}} \quad x \geq 0$$

که در رابطه فوق Γ معرف تابع گاما می باشد. نمودار زیر، نمودار تابع چگالی احتمال توزیع مربع کای با n درجه آزادی می باشد:



نمودار تابع چگالی احتمال توزیع مربع کای با n درجه آزادی

در صورتیکه X یک متغیر تصادفی مربع کای با n درجه آزادی باشد، آنگاه میانگین واقعی این متغیر تصادفی برابر n و واریانس آن به ازای n های بزرگ تر مساوی n برابر $2n$ می باشد.

یکی از کاربردهای اصلی توزیع مربع کای، این است که برای توزیع واریانس نمونه (S^2) در یک جامعه نرمال به کار می رود به طوریکه اگر یک نمونه n تایی از یک جامعه نرمال با انحراف معیار σ تهیه کنیم، آن گاه

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)} \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

برای درک بهتر رابطه فوق ، فرض کنید نمونه های 5 تایی از یک جامعه نرمال با انحراف معیار 0.005 برداشته شده باشد. احتمال اینکه واریانس نمونه حداکثر 0.008^2 باشد به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{4(0.008)^2}{0.005^2} = 10.24$$

$$p(\chi_{(4)}^2 < 10.24) = 0.96$$

رابطه فوق بدین معنی می باشد که یک نمونه ی 5 تایی از یک جامعه نرمال تهیه می کنیم و احتمال اینکه حداکثر واریانس نمونه برابر 0.008^2 باشد، 0.96 می باشد.

یکی دیگر از خاصیت های توزیع مربع کای خاصیت تولید مثل آن می باشد یعنی اگر دو متغیر تصادفی مربع کای را با دو درجه آزادی مختلف جمع کنیم حاصل آن یک متغیر تصادفی مربع کای با مجموع درجه آزادی های دو متغیر قبلی می باشد، به رابطه زیر توجه کنید:

$$\chi_{n_1}^2 + \chi_{n_2}^2 \sim \chi_{n_1+n_2}^2$$

محاسبه احتمال توزیع مربع کای با Minitab

مثال: از یک فرآیند تولید کاغذ یک نمونه ی 9 تایی تهیه می کنیم. ضخامت کاغذ توزیع نرمال با میانگین 2 و واریانس 1 دارد. آن گاه مطلوبست احتمال اینکه:

الف – واریانس نمونه حداکثر 1.1 باشد؟

ب – واریانس نمونه حداکثر چه قدر باشد تا با احتمال 0.95 قابل کشف باشد؟

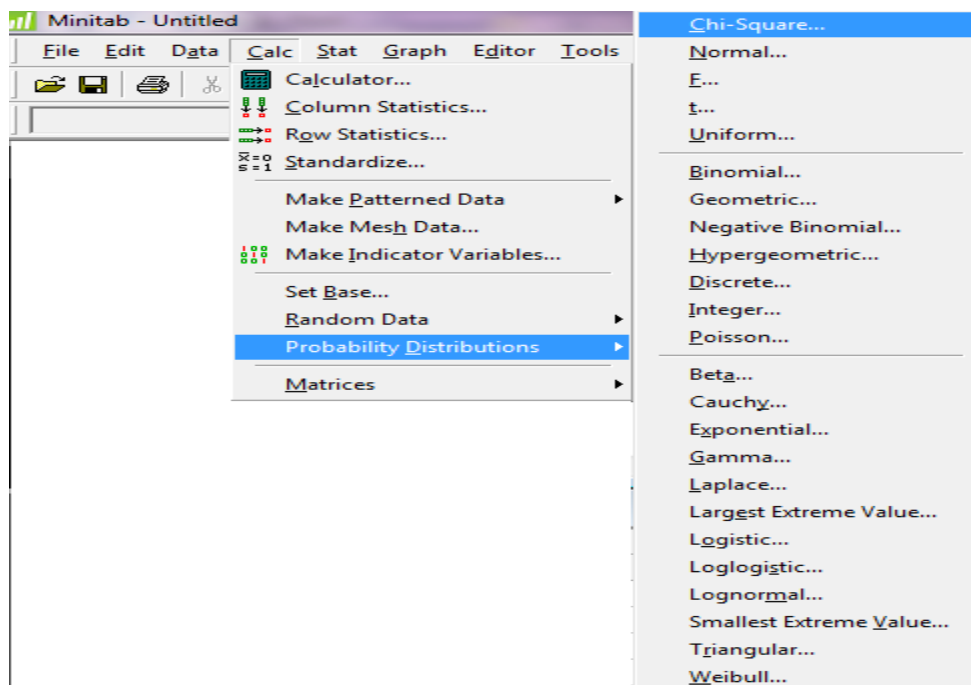
در قسمت الف باید احتمال $p(s^2 \leq 1.1)$ را محاسبه کنیم از طرفی می دانیم که

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(n-1)}^2$$

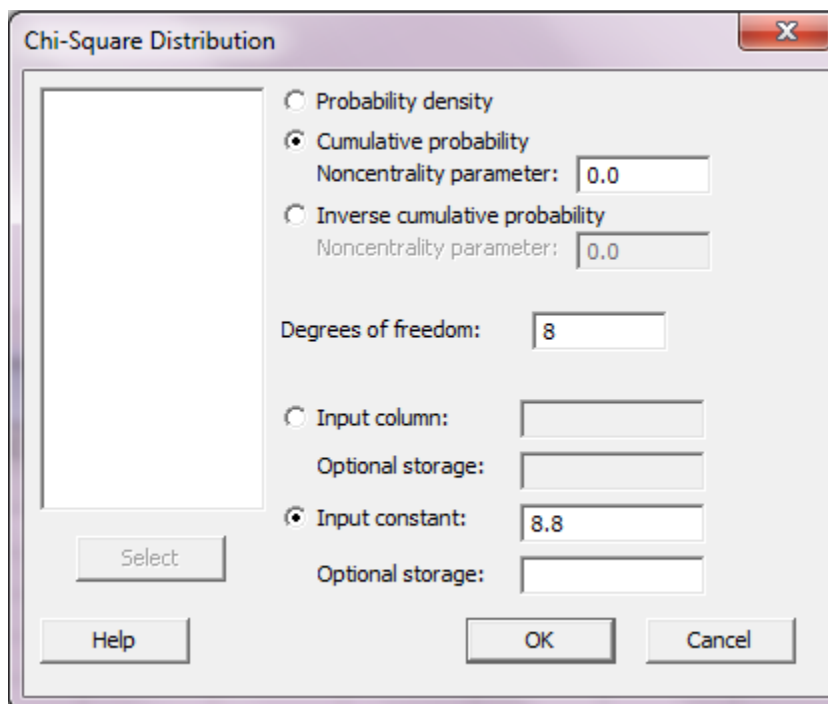
پس

$$\frac{(8)s^2}{1} \sim \chi_{(8)}^2$$

در نتیجه می توان گفت برای محاسبه احتمال $p(s^2 \leq 1.1)$ ، $p(\chi_{(8)}^2 \leq 8 * 1.1)$ را محاسبه کنیم. حال برای محاسبه این احتمال مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره Chi-Square distribution گزینه Cumulative probability را انتخاب کرده و در کادر مقابل Degrees of freedom مقدار درجه آزادی که برابر 8 می باشد را وارد کنید و با انتخاب گزینه Input constant عدد 8.8 را در مقابل کادر آن وارد کرده و OK را بزنید.



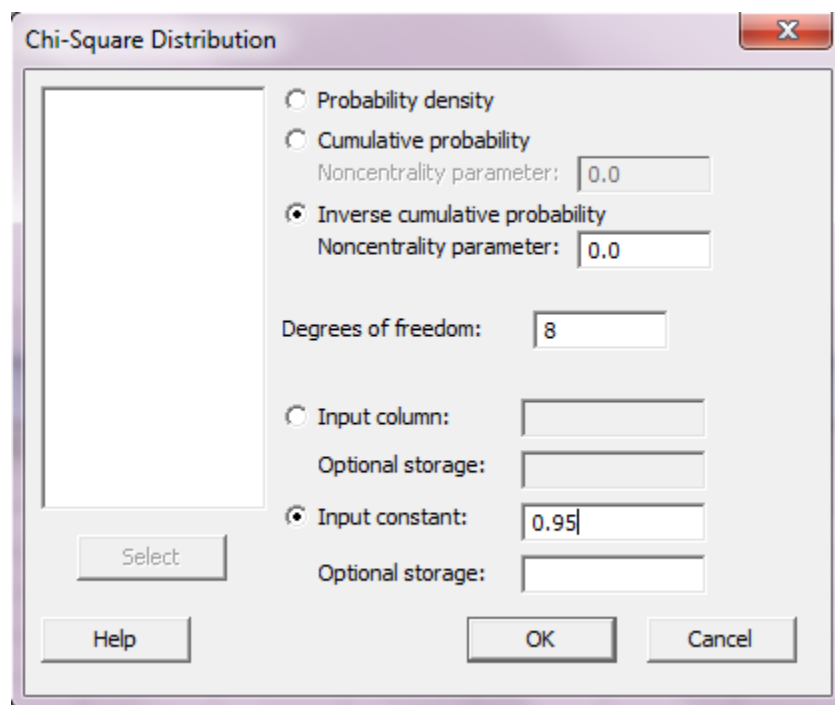
Cumulative Distribution Function

Chi-Square with 8 DF

x	P (X ≤ x)
8.8	0.640552

تحلیل: احتمال اینکه واریانس نمونه حداکثر 1.1 باشد، 0.64 می باشد.

برای حل قسمت ب این سوال کافیت در پنجره Chi-Square distribution ، گزینه Inverse cumulative distribution را انتخاب کرده و در کادر مقابل Input constant عدد 0.95 را وارد کرده و OK را بزنید.



Inverse Cumulative Distribution Function

Chi-Square with 8 DF

P (X ≤ x)	x
0.95	15.5073

تحلیل: مقدار X که به دست آمده مربوط به رابطه $\frac{(8)s^2}{1}$ می باشد پس s^2 با $15.50/8$ برابر است که مقدار آن 1.93 به دست خواهد آمد. یعنی اگر واریانس یک نمونه ی 9 تایی حداکثر برابر 1.93 باشد با احتمال 0.95 قابل کشف خواهد بود.

3- توزیع t استیودنت

در صورتیکه دو متغیر تصادفی مستقل از هم X با توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک و متغیر تصادفی مربع کای با n درجه آزادی $(\chi^2_{(n)})$ در یک فضای نمونه رابطه ای به شرح زیر داشته باشند:

$$\frac{X}{\sqrt{\frac{\chi^2_{(n)}}{n}}}$$

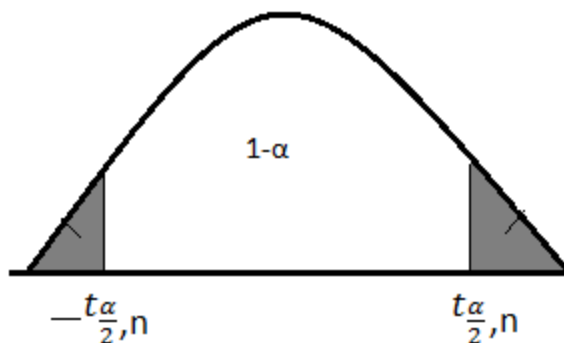
آنگاه می توان گفت که

$$\frac{X}{\sqrt{\frac{\chi^2_{(n)}}{n}}} \sim t(n)$$

دارای توزیع t با n درجه ی آزادی هستند. از آن جاییکه توزیع t از دو متغیر مستقل از توزیع مربع کای و نرمال به دست آمده است پس تابع چگالی متغیر تصادفی t نیز اختیاری نمی باشد و حالت خاصی از توزیع گاما می باشد. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع t با n درجه آزادی باشد، تابع چگالی آن به صورت زیر می باشد:

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{(n+1)}{2}} \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$

نمودار زیر ، نمودار تابع چگالی احتمال توزیع t با n درجه ی آزادی می باشد:



نمودار تابع چگالی احتمال توزیع t

همانطور که مشاهده می کنید شکل توزیع t مانند توزیع نرمال می باشد یعنی هر دو دارای میانگین واقعی صفر می باشند و هر دو متقارن نیز می باشند. فقط با این تفاوت که توزیع t پهن تر میباشد هر چند در درجه آزادی های بزرگ این اختلاف کاهش پیدا می کند. همانطور که گفته شد امید ریاضی یک متغیر تصادفی t با n درجه آزادی برابر صفر و واریانس آن به ازای n های بزرگ تر مساوی دو برابر $\frac{n}{n-2}$ می باشد.

یکی از کاربردهای توزیع t برای بیان توزیع میانگین نمونه از یک جامعه نرمال وقتی که انحراف معیار مجهول است به کار می رود به صورتیکه :

$$\frac{(\bar{x} - \mu)\sqrt{n}}{s} \sim t(n - 1)$$

برای درک بهتر رابطه فوق، فرض کنید یک نمونه ی 4 تایی از یک جامعه نرمال با میانگین 5 انتخاب کردید و مقدار انحراف معیار نمونه به ترتیب برابر 0.5 به دست آمده است، حال احتمال اینکه میانگین نمونه حداکثر برابر 5.5 شود به صورت زیر محاسبه می شود

$$t = \frac{(5.5 - 5)\sqrt{4}}{0.5} = 2$$

$$p(t_3 \leq 2) = 0.93$$

احتمال فوق بدین معنی می باشد که اگر یک نمونه ی 4 تایی از یک جامعه نرمال تهیه کنیم که انحراف معیار آن مجهول است، احتمال اینکه میانگین نمونه این 4 نمونه حداکثر برابر 5.5 شود برابر با 0.93 می باشد.

یکی دیگر از کاربردهای توزیع t برای بیان توزیع اختلاف میانگین نمونه y دو جامعه y نرمال مستقل از هم وقتی که واریانس هر دو جامعه نامعلوم ولی مساوی می باشد به کار می رود به طوریکه:

$$\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} \sim t(n_x + n_y - 2)$$

در رابطه فوق n_x برابر اندازه نمونه y می باشد که از جامعه x و n_y اندازه نمونه y می باشد که از جامعه y تهیه کردیم و S_p برابر انحراف معیار مشترک دو جامعه x و y می باشد که از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}}$$

محاسبه احتمال توزیع t با Minitab

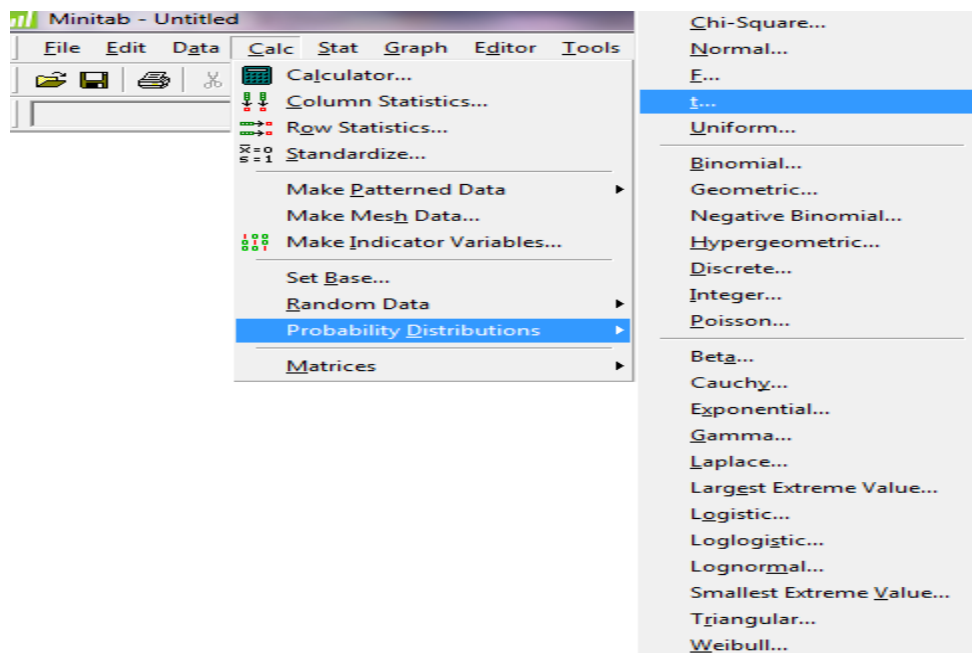
مثال: فرض کنید یک نمونه y 10 تایی از یک فرآیند تولید لامپ تهیه کردیم به طوریکه عمر لامپ ها توزیع نرمال با میانگین 1 سال و انحراف معیار نامعلوم دارند. انحراف معیار نمونه برای این 10 لامپ برابر 6 ماه می باشد. آن گاه مطلوبست

الف - احتمال اینکه میانگین نمونه عمر این لامپ ها حداکثر برابر 1.5 سال باشد؟

ب - میانگین نمونه حداکثر چه قدر باشد تا با احتمال حداقل 0.95 قابل کشف باشند؟

ج - فرض کنید یک نمونه y 16 تایی دیگر از این فرآیند تهیه کردیم و انحراف معیار نمونه آن برابر 8 ماه به دست آمده باشد، احتمال اینکه تفاوت میانگین نمونه از این دو بار نمونه گیری برابر 2 ماه باشد را به دست آورید؟

برای حل سه قسمت این سوال مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت الف باید احتمال زیر را محاسبه کنیم:

$$p(\bar{x} \leq 1.5)$$

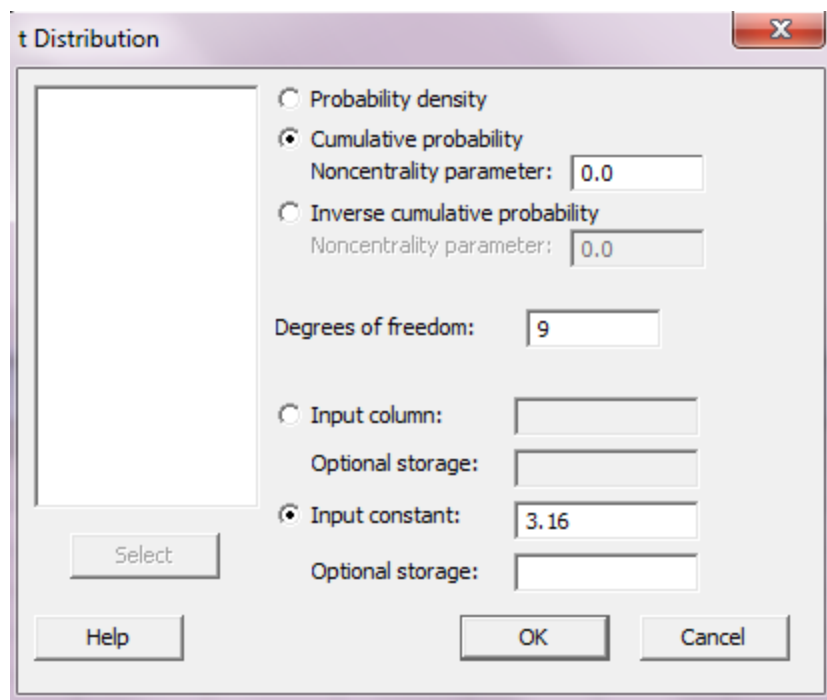
از آنجاییکه انحراف معیار فرآیند نامعلوم می باشد پس باید از رابطه زیر برای محاسبه احتمال فوق استفاده کنیم:

$$\frac{(\bar{x} - \mu)\sqrt{n}}{s} \sim t(n - 1)$$

در نتیجه

$$p\left(\frac{(\bar{x} - \mu)\sqrt{n}}{s} \leq \frac{(1.5 - \mu)\sqrt{n}}{s}\right) = p\left(t_9 \leq \frac{(1.5 - 1)\sqrt{10}}{0.5}\right) = p(t_9 \leq 3.16)$$

پس برای محاسبه احتمال $p(t_9 \leq 3.16)$ در پنجره *t distribution* گزینه *Cumulative probability* را انتخاب کرده و در کادر مقابل *Degrees of freedom* عدد 9 را وارد کنید و گزینه *Input constant* را انتخاب کرده و در کادر مقابل آن عدد 3.16 را وارد کنید و OK را بزنید.



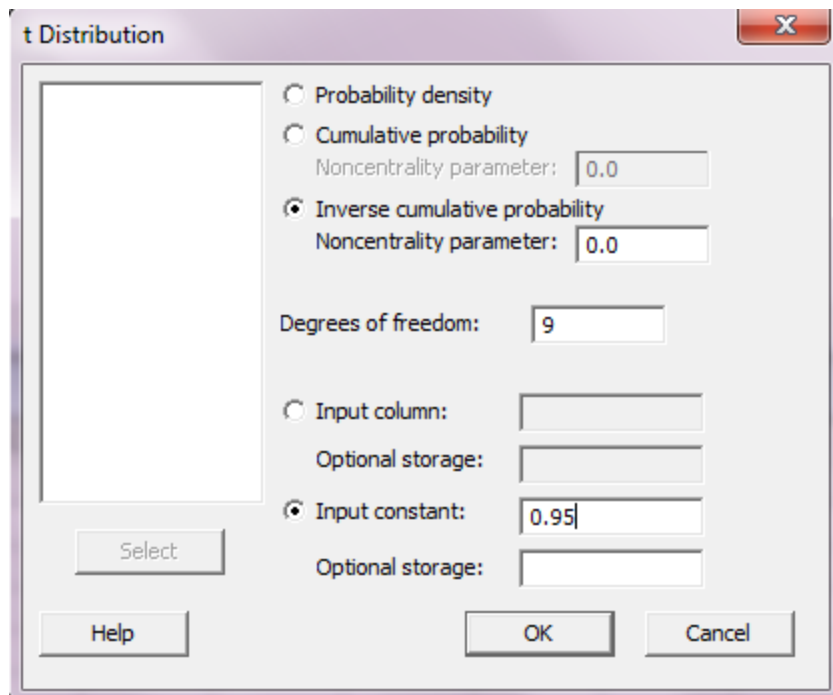
Cumulative Distribution Function

Student's t distribution with 9 DF

x	P(X ≤ x)
3.16	0.994225

تحلیل: احتمال اینکه میانگین نمونه این 10 لامپ حداکثر 1.5 سال شود برابر 0.99 می باشد.

برای حل قسمت ب این سوال کافیت در پنجره t distribution , گزینه Inverse cumulative distribution را انتخاب کرده و در کادر مقابل Input constant عدد 0.95 را وارد کرده و OK را بزنید.



Inverse Cumulative Distribution Function

Student's t distribution with 9 DF

P (X ≤ x) x
0.95 1.83311

تحلیل: عدد X به دست آمده برای رابطه $\frac{(\bar{X}-1)\sqrt{10}}{0.5}$ می باشد پس خود \bar{X} از رابطه $(1.83 * \frac{0.5}{\sqrt{10}}) + 1$ به دست می آید که برابر 1.2 خواهد بود، یعنی اگر میانگین نمونه عمر لامپ ها حداکثر 1.2 سال باشد با احتمال 0.95 قابل کشف خواهد بود.

در قسمت ج باید احتمال $P(\bar{x} - \bar{y} \leq \frac{1}{6})$ را محاسبه کنیم از طرفی میدانیم که

$$\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} \sim t(n_x + n_y - 2)$$

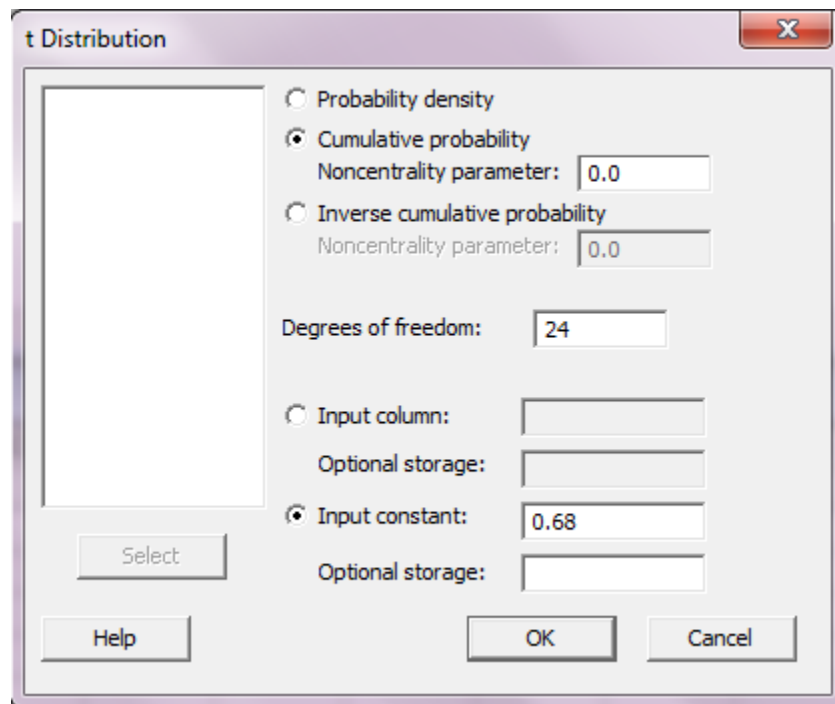
و از آنجاییکه

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}} = \sqrt{\frac{(9)0.5^2 + (15)(8/12)^2}{24}} = 0.6$$

پس :

$$P\left(\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} \leq \frac{(\frac{1}{6}) - (\mu_x - \mu_y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}}\right) = P\left(t_{24} \leq \frac{(\frac{1}{6}) - 0}{0.6 \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{16}}}\right) = p(t_{24} \leq 0.68)$$

پس برای محاسبه احتمال $p(t_{24} \leq 0.68)$ در پنجره *t distribution* گزینه *Cumulative probability* را انتخاب کرده و در کادر مقابل *Degrees of freedom* عدد 24 را وارد کنید و گزینه *Input constant* را انتخاب کرده و در کادر مقابل آن عدد 0.68 را وارد کنید و OK را بزنید.



Cumulative Distribution Function

Student's t distribution with 24 DF

x	P (X <= x)
0.68	0.748494

تحلیل: احتمال اینکه اختلاف میانگین نمونه حداکثر برابر دو ماه شود برابر 0.74 می باشد.

4- توزیع F - فیشر

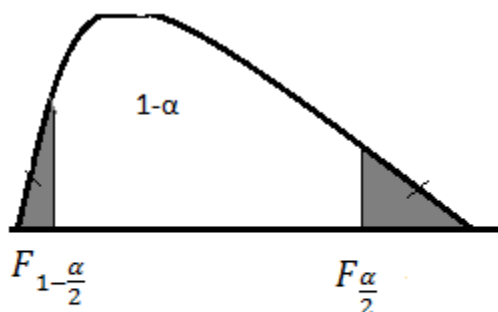
متغیر تصادفی توزیع F از دو متغیر مستقل از هم $\chi_{n_1}^2$ و $\chi_{n_2}^2$ در یک فضای نمونه تشکیل شده است به طوریکه :

$$\frac{\frac{\chi_1^2}{n_1}}{\frac{\chi_2^2}{n_2}} \sim F_{(n_1, n_2)}$$

از آن جاییکه متغیر تصادفی F از دو متغیر تصادفی مربع کای تشکیل شده است پس تابع توزیع متغیر تصادفی F اختیاری نبوده و حالت خاصی از توزیع گاما می باشد. پس اگر متغیر تصادفی X یک متغیر F با n_1 و n_2 درجه ی آزادی باشد آن گاه تابع چگالی X به صورت زیر می باشد:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{n_1 + n_2}{2}) n_1^{\frac{n_1}{2}} n_2^{\frac{n_2}{2}}}{\Gamma(\frac{n_1}{2}) \Gamma(\frac{n_2}{2})} \frac{x^{\frac{(n_1)}{2} - 1}}{(n_2 + n_1 x)^{\frac{n_1 + n_2}{2}}} \quad x \geq 0$$

شکل تابع چگالی احتمال توزیع F نیز مانند مربع کای می باشد و هر دو از مقادیر مثبت الی بی نهایت می باشند زیرا توزیع مربع کای مجموع مربعات n متغیر مستقل از هم می باشد و هیچ گاه مجموع مربعات منفی نمی باشد و توزیع F نیز که از دو متغیر مربع کای تشکیل شده است.



شکل تابع چگالی احتمال توزیع F

یکی از کاربردهای اصلی توزیع F برای بیان توزیع نسبت دو واریانس نمونه از دو جامعه مستقل از هم و نرمال می باشد به طوریکه اگر n_1 نمونه از جامعه نرمال اول با واریانس σ_1^2 انتخاب کنیم و n_2 نمونه از جامعه نرمال دوم با واریانس σ_2^2 انتخاب کنیم آن گاه :

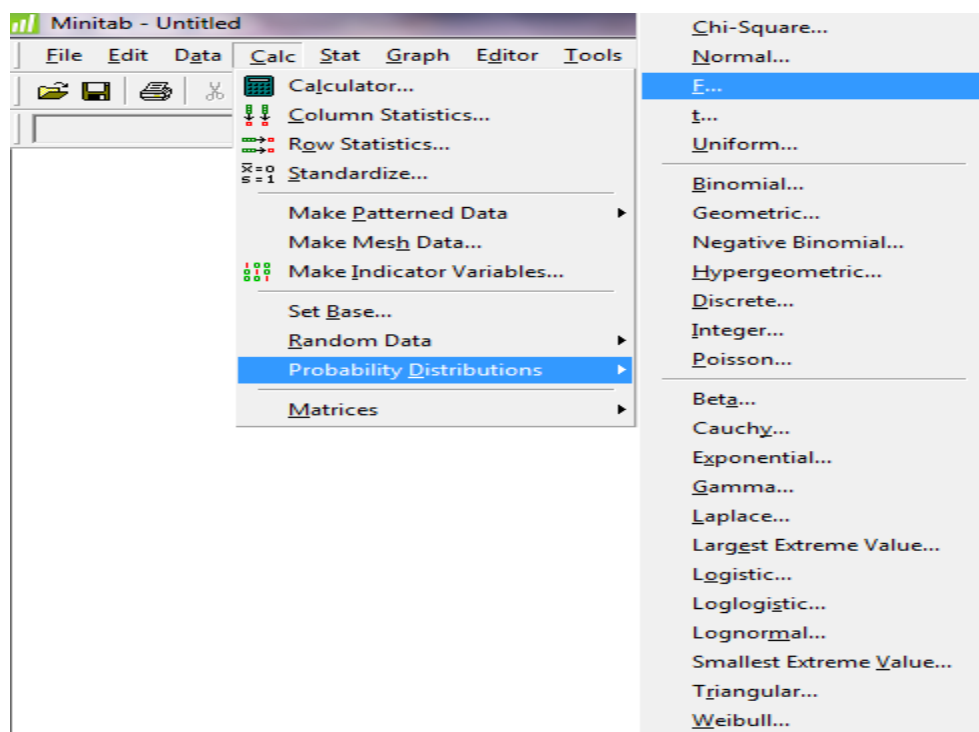
$$\frac{\frac{s_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{s_2^2}{\sigma_2^2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

دارای توزیع F با $n_2 - 1$ و $n_1 - 1$ درجه ی آزادی می باشد.

محاسبه احتمال توزیع F با Minitab

مثال: فرض کنید یک نمونه ی 16 تایی از یک جامعه ی نرمال با واریانس 1 انتخاب کردیم و یک نمونه ی 9 تایی نیز از یک جامعه نرمال دیگر با واریانس 2 انتخاب کردیم. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه نسبت واریانس نمونه برای این دو جامعه حداکثر برابر 1.5 باشد؟

برای حل این سوال ابتدا مسیر زیر را دنبال کنید:



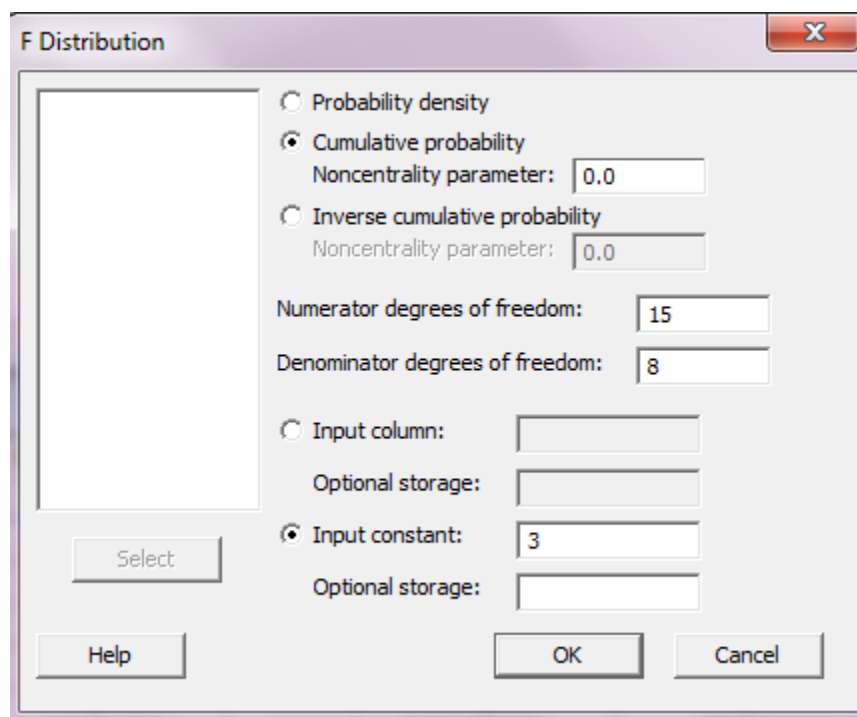
برای حل این سوال باید احتمال $p(\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq 1.5)$ را محاسبه کنیم از طرفی می دانیم که

$$\frac{\frac{s_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{s_2^2}{\sigma_2^2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

پس می توان گفت :

$$p\left(\frac{\frac{s_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{s_2^2}{\sigma_2^2}} \leq 1.5 * \frac{2}{1}\right) = p(F(15, 8) \leq 3)$$

پس برای حل احتمال $p(F(15, 8) \leq 3)$ در پنجره *F distribution* گزینه *Cumulative probability* را انتخاب کرده و در کادر مقابل *Numerators Degrees of freedom* عدد 15 و در کادر مقابل *denominator degrees of freedom* عدد 8 را وارد کنید و گزینه *Input constant* را انتخاب کرده و در کادر مقابل آن عدد 3 را وارد کرده و *OK* را بزنید.



Cumulative Distribution Function

F distribution with 15 DF in numerator and 8 DF in denominator

x	P (X <= x)
3	0.939535

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید احتمال اینکه نسبت دو واریانس نمونه حداکثر برابر 1.5 شود برابر 0.93 می باشد.

پیدا کردن تابع توزیع یک متغیر تصادفی

همواره یکی از مشکلاتی که برای یک تحلیل گر آماری در کلیه زمینه های آمار به وجود می آید این است که نمونه هایی که یک تحلیل گر گردآوری کرده است ، از چه تابع توزیعی پیروی می کند؟ به ندرت پیش می آید که متغیر تصادفی شما از تابع توزیع نرمال پیروی کند. لذا همیشه انجام یک آزمون برای اینکه داده ها از چه تابع توزیعی پیروی می کنند ، اجتناب ناپذیر است. معمولاً ابزارهای مختلفی برای برآزش داده ها وجود دارد. مانند هیستوگرام که از روی شکل توزیع می توان آن را حدس زد یا آزمون فرض نیکویی برآزش مربع کای که دقیق تر از هیستوگرام می باشد چون بر اساس روابط آماری داده ها را برآزش می کند نه از روی شکل و حدس و گمان، اما وضعی که این آزمون دارد، این است که به اندازه نمونه بسیار بالایی نیاز دارد. آزمون دیگر، آزمون کولموگروف اسمیرنف می باشد که ضعف آزمون نیکویی برآزش را پوشش داده است و در اندازه نمونه های پایین تر نیز می توان به نتایج مطمئن تری دست یافت، اما بهترین آزمون، آزمون اندرسون دارلینگ می باشد این آزمون قوی ترین آزمون برای برآزش داده ها می باشد و در اندازه نمونه های حتی کمتر از ده نیز می توان به نتایج مطمئنی دست یافت. در مورد هر یک از ابزارهای ذکر شده در فصل های آتی توضیحات مفصلی داده شده است.

پیدا کردن تابع توزیع یک متغیر تصادفی با Minitab

نرم افزار Minitab قابلیت برآزش 14 تابع توزیع پیوسته را با آزمون اندرسون دارلینگ و هم چنین رسم هم زمان طرح احتمال آن ها دارد. در صورتیکه مقدار P-Value از خطای نوع اول آزمون (α) بیشتر شود، بدین معنی می باشد که فرض صفر در آزمون اندرسون دارلینگ قبول می شود. فرض صفر در این آزمون مبنی بر اینکه داده های جمع آوری شده تابع توزیع خاصی دارند می باشد. از آن جاییکه ممکن است چندین P-Value برای برآزش داده ها برای چند توزیع بیش از α شود، آن گاه تابع توزیعی را انتخاب کنید که بیشترین مقدار P-value را داشته باشد. یکی دیگر از روش هایی که Minitab به برآزش داده ها می پردازد روش آزمون نسبت درست نمایی (Likelihood ratio test) می باشد، این روش به این صورت است که به مقایسه برآزش دو مدل

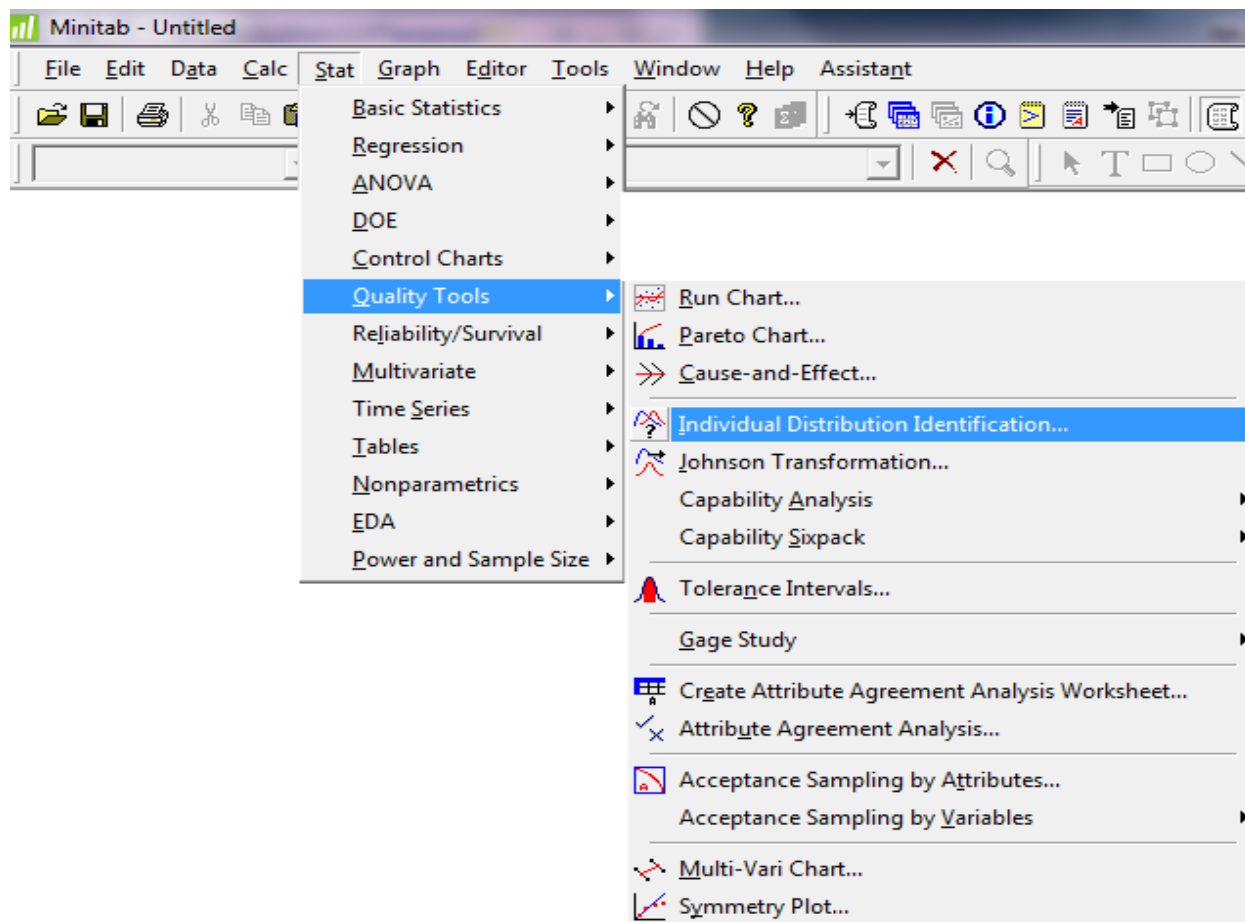
می پردازد. یکی مدل فرض صفر و دیگر مدل تصمیم گیری. مدل فرض صفر در این آزمون همان تخمین پارامتر به روش درست نمایی در شرایط بزرگ تر تابع توزیع مثلاً وقتی سه پارامتر آزاد دارد و مدل تصمیم گیری در شرایط کوچک تر تابع توزیع مثلاً وقتی دو پارامتر آزاد دارد می باشد. در صورتیکه مقدار P-Value در این آزمون کمتر از α باشد فرض مبنی بر اینکه تابع توزیع مورد بررسی، تابعی مناسب برای داده های شما می باشد می پذیریم در نظر داشته باشید که اگر چندین P-Value کمتر از α شد، تابع توزیعی را انتخاب کنید که کمترین P-value را داشته باشد.

در نظر داشته باشید که اگر همه ی تابع توزیع ها در این آزمون رد شدند ، یا اندازه نمونه خود را افزایش دهید یا اینکه می توان گفت که داده های شما از تابع توزیع تجربی (Empirical distribution) پیروی می کنند.

مثال : فرض کنید شما برای شرکتی کار می کنید که کارش موزائیک کردن زمین می باشد و شما نگران میزان پایداری موزائیک ها هستید. برای مطمئن شدن از کیفیت محصول شما میزان پایداری را در 10 موزائیک در 10 روز اندازه گیری می کنید و داده های زیر به دست می آید. میزان پایداری در موزائیک ها از چه تابع توزیعی پیروی می کنند؟

قدم اول : کاربرگ Tiles.MTW را از منوی File دستور Open worksheet باز کنید.

قدم دوم : مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت Single columns ستون C1 را وارد کنید.

قدم چهارم: در صورتیکه گزینه Use all distributions را بزنید، نرم افزار کلیه 14 تابع توزیع را بروی داده های شما آزمون می کند و در غیر اینصورت گزینه Specify را انتخاب کرده و از 4 تابع توزیعی که نرم افزار در اختیار شما قرار داده هر کدام را به دلخواه انتخاب کنید. حتی می توانید هم زمان هر 4 تابع توزیع را روی داده هایتان آزمون کنید.

قدم پنجم: به Option رفته و سطح اطمینان $(1-\alpha)$ ، Confidence level را مشخص کنید. که به طور پیش فرض 0.95 است و Ok را بزنید.

Results for: Tiles.MTW

Distribution Identification for Warping

2-Parameter Exponential

* WARNING * Variance/Covariance matrix of estimated parameters does not exist.
The threshold parameter is assumed fixed when calculating confidence intervals.

Distribution ID Plot for Warping

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
100	0	2.92307	1.78597	2.60726	0.28186	8.09064	0.707725	0.135236

Box-Cox transformation: Lambda = 0.5

Johnson transformation function:
 $0.882908 + 0.987049 * \ln((X + 0.132606) / (9.31101 - X))$

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P	LRT	P
Normal	1.028	0.010		
Box-Cox Transformation	0.301	0.574		
Lognormal	1.477	<0.005		
3-Parameter Lognormal	0.523	*	0.007	
Exponential	5.982	<0.003		
2-Parameter Exponential	3.660	<0.010	0.000	
Weibull	0.248	>0.250		
3-Parameter Weibull	0.359	0.467	0.225	
Smallest Extreme Value	3.410	<0.010		
Largest Extreme Value	0.504	0.213		
Gamma	0.489	0.238		
3-Parameter Gamma	0.547	*	0.763	
Logistic	0.879	0.013		
Loglogistic	1.239	<0.005		
3-Parameter Loglogistic	0.692	*	0.085	
Johnson Transformation	0.231	0.799		

ML Estimates of Distribution Parameters

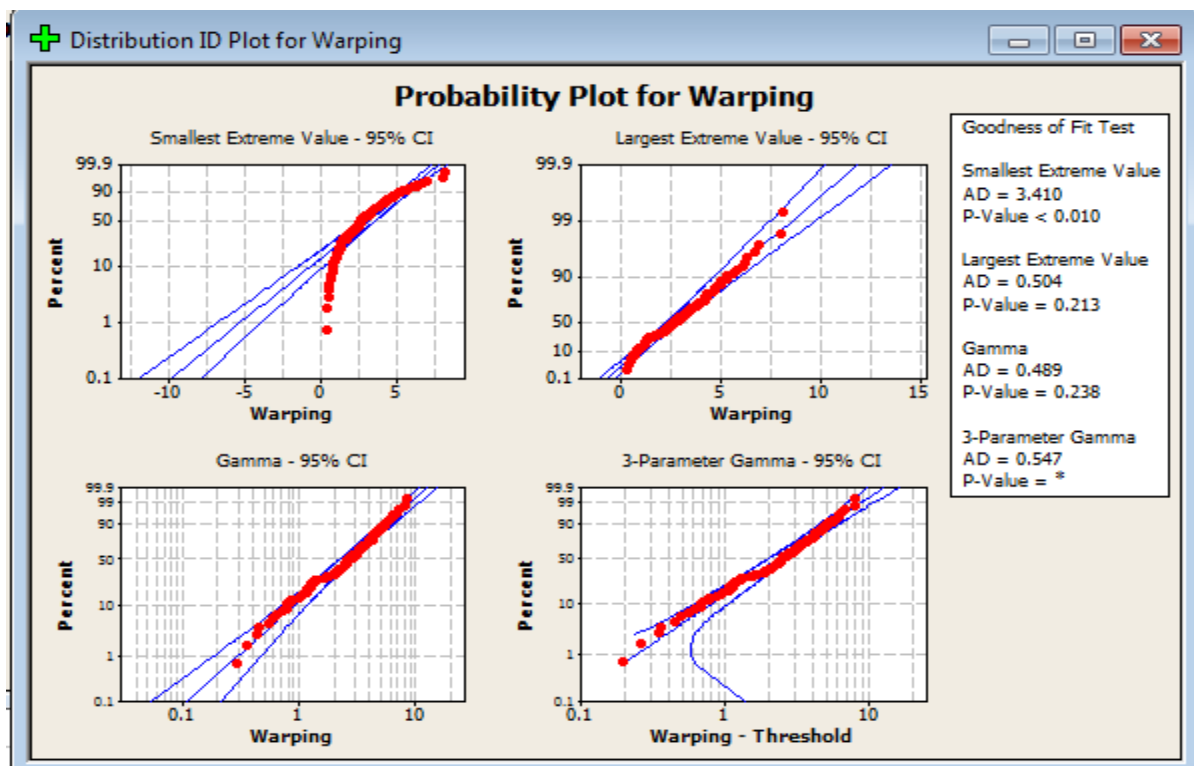
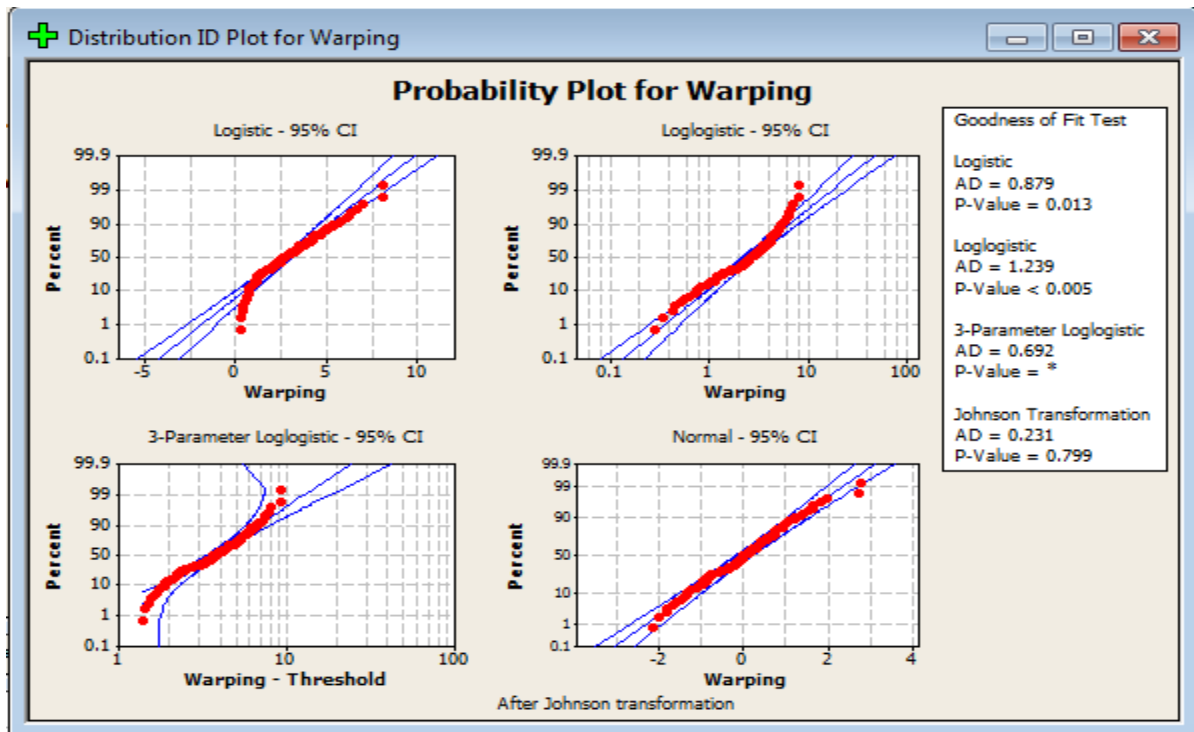
Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Normal*	2.92307		1.78597	
Box-Cox Transformation*	1.62374		0.53798	
Lognormal*	0.84429		0.74444	
3-Parameter Lognormal	1.37877		0.41843	-1.40015
Exponential			2.92307	
2-Parameter Exponential			2.66788	0.25518
Weibull		1.69368	3.27812	
3-Parameter Weibull		1.50491	2.99693	0.20988
Smallest Extreme Value	3.86413		1.99241	
Largest Extreme Value	2.09575		1.41965	
Gamma		2.34280	1.24768	
3-Parameter Gamma		2.12768	1.33208	0.08883
Logistic	2.79590		1.01616	
Loglogistic	0.90969		0.42168	
3-Parameter Loglogistic	1.30433		0.26997	-1.09399
Johnson Transformation*	0.01120		0.99495	

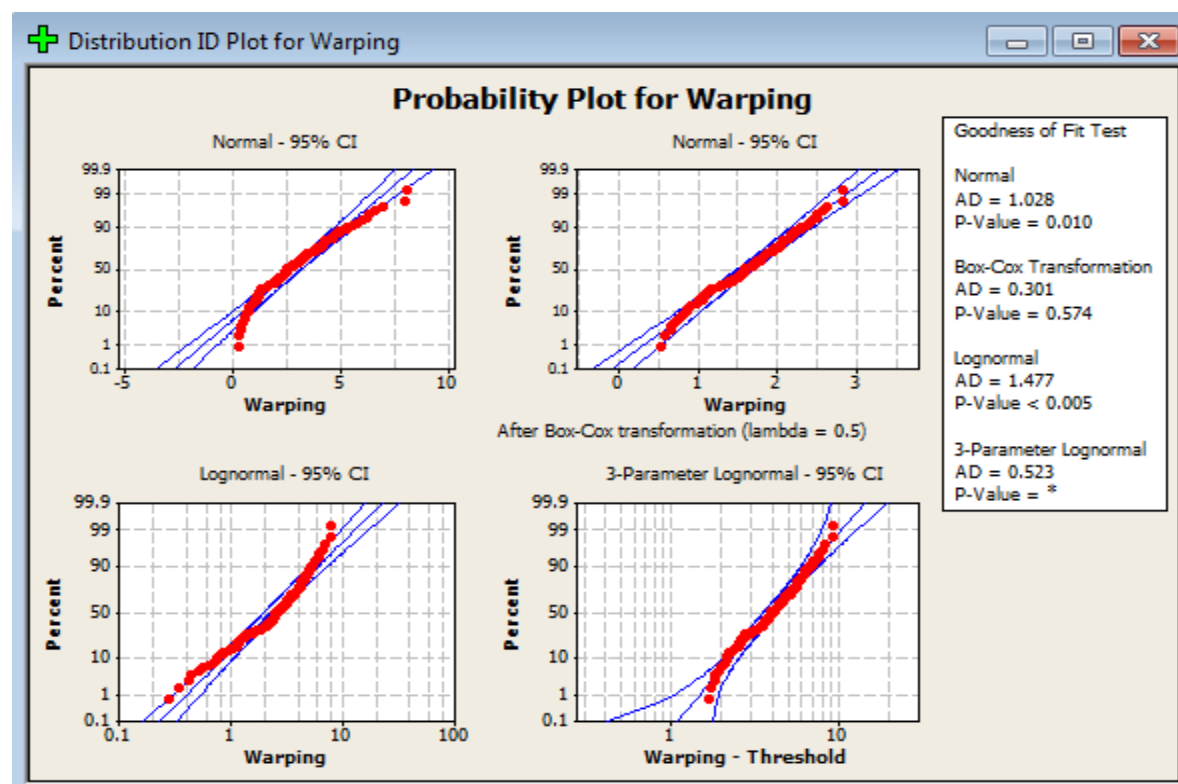
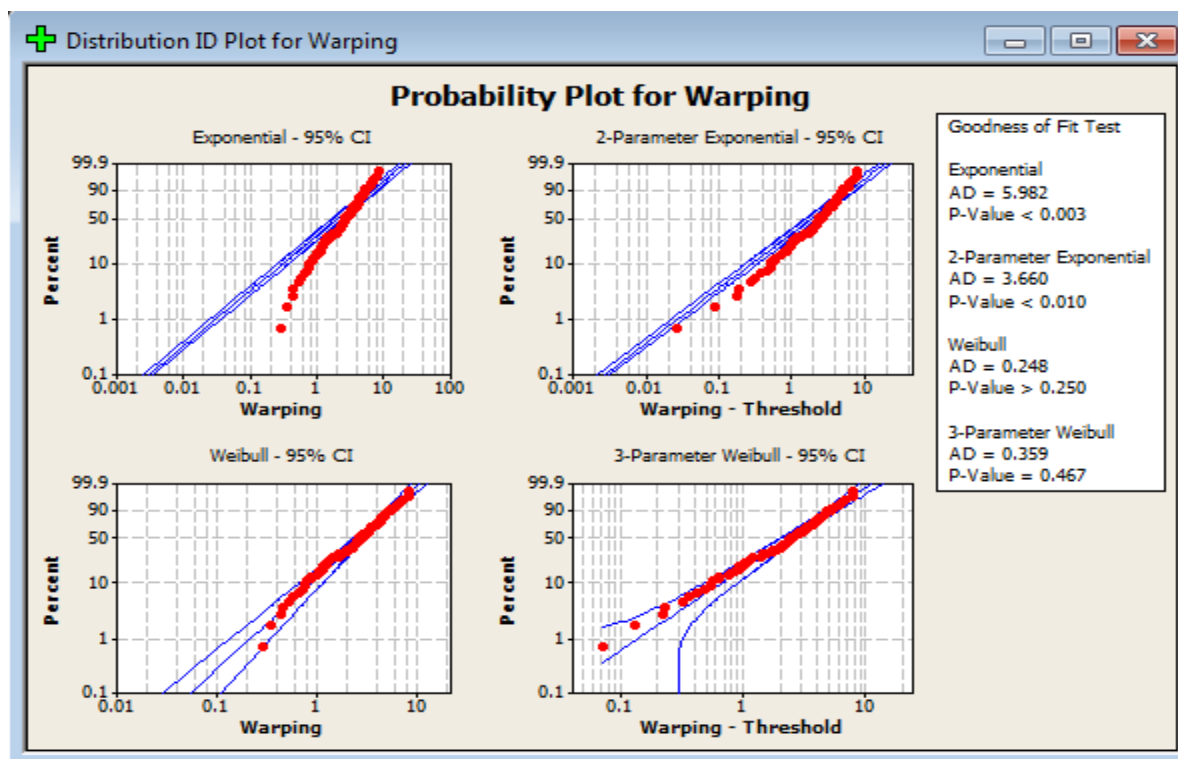
* Scale: Adjusted ML estimate

Distribution ID Plot for Warping

Distribution ID Plot for Warping

Distribution ID Plot for Warping





تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برای آزمون اندرسون دارلینگ برای تابع توزیع ویبول با سه پارامتر برابر 0.46 شده و بیشترین مقدار P-value می باشد، هم چنین داده های جمع

آوری شده به خوبی طرح احتمال این تابع توزیع را پوشش دادند، اما بر اساس آزمون نسبت درست نمایی توزیع وایبول با سه پارامتر توزیع مناسبی نمی باشد و توزیع نمای با دو پارامتر می تواند داده های شما را به خوبی پوشش دهد چون مقدار P-value برای این توزیع بر اساس آزمون نسبت درست نمایی برابر صفر شده به همین خاطر Minitab تابع توزیع نمایی را با متوسط 2.66 (بر اساس تخمین MLE) و برای $X \geq 0.25$ بهترین توزیع می داند هر چند آزمون اندرسون دارلینگ این توزیع را رد کرده است و توزیع وایبول با پارامترهای شکل برابر 1.5 و مقیاس 2.99 برای $X \geq 0.2$ را مناسب می داند.

تمرینات فصل دوم

1- بازیکنی باید 5 ضربه ی پنالتی بزند. احتمال گل کردن هر پنالتی 0.6 می باشد.

الف – احتمال اینکه 4 توپ گل شود؟

ب – احتمال اینکه حداکثر 3 توپ گل شود؟

ج – حداکثر چند توپ گل شود تا احتمال آن حداقل 0.85 شود؟

2- متوسط تعداد دفعاتی که در یک زمستان برف می آید 5 بار می باشد.

الف – احتمال اینکه در یک زمستان 6 بار برف بیاید؟

ب – احتمال اینکه در یک زمستان حداکثر 4 بار برف بیاید؟

ج – در یک زمستان حداکثر چند بار برف بیاید تا با احتمال حداقل 0.9 مشخص شود؟

د – احتمال اینکه در دو زمستان متوالی حداکثر 8 بار برف بیاید؟

3- قطر بلیط های مترو , دارای توزیع نرمال با میانگین یک اینچ و انحراف معیار 0.03 اینچ می باشد. حدود مشخصات تهیه ی بلیط 1 ± 0.05 اینچ می باشد.

الف – چند درصد از بلیط های جدید در داخل این حدود مشخصات خواهد بود؟

ب – اگر یک نمونه ی 9 تایی از بلیط ها گرفته شود, احتمال اینکه قطر میانگین نمونه در داخل حدود مشخصات قرار بگیرد چه قدر است؟

4 – درجه ی حرارت وضعیت " روشن " یک کلید با ترموستات کنترل می شود, توزیع نرمال با میانگین مجهول و واریانس 2 دارد. اگر یک نمونه ی 9 تایی از این فرآیند گرفته شود, احتمال اینکه واریانس نمونه حداکثر برابر 2.5 شود چه قدر است؟

5- تغییر پذیری دو نحوه ی عمل مورد مقایسه قرار می گیرد. از هر نحوه ی عمل, یک نمونه ی تصادفی 10 تایی می گیریم و واریانس نمونه ی آن ها را مورد مقایسه قرار می دهیم. احتمال اینکه نسبت واریانس ها ی هر عملکرد برابر یک باشد را به دست آورید؟

6- فرض کنید در سوال سوم انحراف معیار قطر بلیط ها نامعلوم بود. اگر یک نمونه ی 9 تایی از قطر بلیط ها گرفته شود و مقدار انحراف معیار نمونه برابر 0.04 شود, احتمال اینکه قطر میانگین نمونه در داخل حدود مشخصات فنی قرار بگیرد, چه قدر است؟

7- نمونه های زیر جمع آوری شده است. تابع توزیع آن ها را همراه با پارامترهایشان مشخص کنید.

1	1215.0
2	4430.9
3	656.6
4	21.8
5	1125.9
6	802.1
7	495.9
8	6365.1
9	3954.4
10	906.4
11	183.9
12	639.1
13	253.3
14	1788.7
15	1383.7
16	746.0
17	1140.5
18	1444.0
19	1213.5
20	177.7
21	47.7
22	553.6
23	1158.6
24	269.2
25	1935.4

بخش اول

کنترل کیفیت آماری

فصل سوم:

مقدمه ، تعاریف ، مفاهیم و روش های بهبود کیفیت

در این فصل می آموزید:

- تعریف کیفیت
- جنبه های کیفیت از نظر سازمان
- جنبه های کیفیت از نظر مشتری (از دیدگاه کانو)
- رابطه ی بین بهبود کیفیت و بهره وری
- هزینه های کیفیت
- مهندسی کیفیت
- انواع روش های مهندسی کیفیت
- سیستم فرآیند تولید و انواع روش های آماری مفید در کنترل کیفیت آماری

تعريف کیفیت

يك محصول همیشه باید خواسته هاي افرادي را كه از آن استفاده مي كنند برآورده نمايد پس با توجه به نکته بالا ميتوان کیفیت را :

- شايستگی جهت استفاده (دکتر ژوران)
 - تطابق با نیازهاي مشتریان (دکتر کرازبي)
 - برآورده کردن نیازهاي امروز و فرداي مشتري (دکتر دمنیگ)
- تعريف نمود.

جنبه هاي کیفیت از نظر سازمان :

در هر سازمانی کیفیت یک محصول به سه بخش زیر تقسیم بندی میشود:

1) کیفیت طراحی

منظور از این جنبه از کیفیت، طراحی بر اساس شکل، ابعاد، مواد بکار رفته، عملکرد و ... که عمداً در طراحی محصول به کار برده میشود.

مثال 1: محصولاتی برای کار مشابهی مورد استفاده قرار میگیرند ولی در طراحی آن ها اختلاف زیادی مشاهده می شود. يك محصول از پلاستيك معمولي و قطعات ناجور ساخته شده است كه قطعاً عمر آن پایین است ولی محصول دیگر از مواد اولیه و قطعات خوب ساخته شده باشد، پس دارای کیفیت بهتری می باشد.

مثال 2: هدف اصلی کلیه تولید کنندگان اتومبیل، حمل و نقل ایمن مصرف کنندگان است. هرچند که اتومبیل ها از نظر اندازه، وسایل، شکل ظاهري با هم تفاوت دارند.

باتوجه به 2 مثال بالا منظور از کیفیت طراحی، تفاوت هاي ناشي از اختلاف ها در طراحی می باشد که به طور عمدي و آگاهانه در محصول اعمال می گردد.

2) کیفیت انطباق

اینکه محصول تولید شده از نظر کیفیت طراحی تا چه حد با تفرانس هاي مورد نظر سازمان مطابقت دارد. یعنی آیا یک محصول تولید شده با ایده آل ها ی یک سازمان هم خوانی میکند یا خیر.

3) کیفیت عملکرد

تابعی از کیفیت طراحی و انطباق می باشد اگر هر 2 بالا باشند کیفیت عملکرد نیز بالا می باشد.

جنبه هاي كيفيت از نظر مشتري از دیدگاه کانو:

1) **كيفيت اساسي (BQ^1):** حداقل استانداردهاي لازم در يك محصول كه به چشم نمي آيد ولي بايد باشد (مشتري آن را بيان نمي كند ولي بايد باشد).

2) **كيفيت عملکردي (PQ^2):** جنبه اي از كيفيت يك محصول مي باشد كه مشتري آن را بيان مي كند . يعني اگر يك محصول خواسته هاي مشتري را برآورده نمايد ، رضايت مشتري به صورت خطي افزايش پيدا مي كند و بر عكس . مثلاً مصرف بهتر سوخت يك خودرو از خودرو هاي ديگر .

3) **كيفيت انگيزشي (EQ^3):** جنبه اي از كيفيت مي باشد كه مشتري آنرا بيان نمي كند ولي اگر باشد رضايت مشتري به شدت افزايش پيدا مي كند. مثلاً جايزه هايي كه در يك محصول قرار داده ميشود.

طبق مدل كانو نيازهای مشتری در طول زمان تغییر می کنند و نیاز های انگیزشی به نیاز های عملکردی و نیاز های عملکردی به نیاز های اساسی تبدیل می شوند.

رابطه ي بين بهبود كيفيت و بهره وري :

كيفيت امري هزينه را اما اقتصادي است . زيرا اگر منافع يك سازمان به صورت زير تعريف شود:

- پيش گيري از خرابي هاي احتمالي
- پيش گيري از ضايعات بالا

منافع يك سازمان = $\text{صرفه جويي} + \text{ضررها} - \text{در آمد ها}$

پس ميتوان نتيجه گرفت , بهره گيري از يك روش بهبود كيفيت موثر باعث افزايش بهره وري و کاهش هزينه ها مي شود و منافع يك سازمان را افزايش مي دهد .

مثال : يك قطعه مكانيكي كه در دستگاه كپي کاربرد دارد را در نظر گيريد. اين قطعه به وسيله يك فرآيند ماشين كاری روزی 100 عدد ساخته میشود كه فقط 75% آن ها با استانداردهای سازمان مطابقت دارد و حدود 60% از قطعات غير استاندارد را ميتوان با دوباره كاری به قطعات قابل مصرف تبديل نمود. همچنين هزينه ساخت و دوباره كاری هر قطعه به ترتيب برابر 20 و 4 دلار ميباشد. پس:

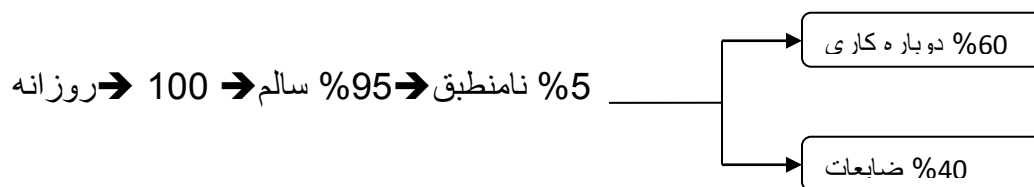
¹ Basic Quality

² Performance Quality

³ Excitement Quality

$$\text{متوسط هزینه ساخت يك قطعه خوب} = \frac{\text{كل هزینه}}{\text{كل قطعات خوب}} = \frac{20 \times 100 + 4 \times \frac{6}{10} \times 25}{75 + 15} = 22.89$$

بعد از يك مطالعه مهندسي بروي فرآیند و شناسایی مشکل و ایجاد يك روش بهبود کیفیت , میزان تولید محصول استاندارد به 90% افزایش یافت. پس:



$$\text{متوسط هزینه ساخت يك قطعه خوب} = \frac{20 \times 100 + 4 \times 3}{98} = 20.53$$

$$\frac{20.53}{22.89} \times 100 = 89\% \quad (11\% \text{ کاهش هزینه و } 11\% \text{ افزایش بهره وري})$$

نکته قابل توجه این میباشد که 11% از هزینه ها را با استفاده از یک روش بهبود کیفیت کاهش دادیم و منافع سازمان را بهبود بخشیدیم.

دلایل کلي استفاده از بهبود کیفیت :

- 1) تنگ تر شدن عرصه رقابت
- 2) افزایش هزینه های نیروي کار ، انرژی ، مواد اولیه و ...
- 3) مسئولیت در قبال محصول
- 4) افزایش بهره وري و کاهش هزینه ها

انواع هزینه های کیفیت

همان طور که گفته شد ایجاد و عدم ایجاد هر روش بهبود کیفیت هزینه هایی دارد که انواع این هزینه ها توسط مهندسین کیفیت شناسایی و به مدیران ارشد داده می شود تا آنها در صورت لزوم کاسته شوند.

1) هزینه های پیش گیری :

هزینه های مرتبط با طراحی و تولید محصول در بار اول جهت پیش گیری از تولید محصول نامنطبق میباشد. انواع هزینه های پیشگیری به شرح زیر است:

- ✓ **مهندسی و برنامه ریزی کیفیت :** هزینه های مربوط به طراحی, بازرسی , قابلیت اطمینان , هزینه های ممیزی تیم و... را هزینه های برنامه ریزی کیفیت می گویند .
- ✓ **بازنگری محصولات جدید :** بررسی طرح محصول جدید از دید کیفیت , آماده سازی آزمایش ها و برنامه های تجربی جهت ارزیابی عملکرد محصولات جدید و فعالیت های دیگر مرتبط با کیفیت در طی مراحل توسعه و قبل از تولید محصول نهایی را هزینه های بازنگری محصولات جدید می نامند.
- ✓ **طراحی محصول یا فرآیند :** هزینه های صرف شده در مرحله ی طراحی محصول یا انتخاب فرآیندهای تولید که انتظار میرود کیفیت کلی محصول را بهبود بخشند را هزینه های طراحی محصول یا فرآیند مینامند. برای مثال یک سازمان تولید محصولات الکتریکی را در نظر بگیرید که ممکن است به منظور افزایش قابلیت اطمینان محصول خود و همچنین افزایش زمان متوسط تا بازمانی محصول خود یک قطعه را بیش از یکبار در مدار آن قطعه استفاده کند.
- ✓ **کنترل فرآیند :** هزینه های استفاده از روش های کنترل فرآیند نظیر نمودارهای کنترل و ... را هزینه های کنترل فرآیند مینامند.
- ✓ **آزمایش نهایی**
- ✓ **آموزش**
- ✓ **جمع آوری و تجزیه و تحلیل داده های مربوط به کیفیت :** هزینه های مربوط به جمع آوری اطلاعات.

2) هزینه های ارزیابی :

هزینه هایی که مربوط به اندازه گیری , ممیزی و ارزیابی محصول و قطعات خریداری شده (مواد اولیه) جهت کسب اطمینان از منطبق بودن آنها می باشد .

- ✓ **بازرسی و آزمایش مواد ورودی:** هزینه های مربوط به بازرسی و آزمایش کلیه مواد تامین شده به وسیله فروشنده را هزینه های بازرسی و آزمایش مواد ورودی مینامند.
- ✓ **بازرسی و آزمایش محصول:** هزینه های ارزیابی میزان انطباق محصول با خواسته های از قبل تعیین شده در مراحل مختلف تولید از قبیل آزمایش, پذیرش نهایی, بسته بندی و حمل و هم چنین انجام هرگونه آزمایش و بازرسی محل تولید کننده قبل از تحویل محصول به مشتری را هزینه ی بازرسی و آزمایش محصول مینامند.

✓ مواد و خدمات مصرف شده: هزینه های مواد و محصولات مصرف شده در آزمایش های مخرب یا آزمایش های قابلیت اطمینان را هزینه های خدمات و مواد مصرف شده مینامند.

✓ دقیق نگه داشتن دستگاههای آزمایش : هزینه های برقراری سیستم که دستگاههای اندازه گیری را همیشه در وضعیت کالیبره و آماده نگه می دارد .

4) هزینه های خرابی داخلی :

زمانی به وجود می آید که محصول نامنطبق باشد و این گونه عدم توانایی ها، قبل از رسیدن به دست مشتری در درون سازمان شناسایی میگردند. اگر محصول فاقد عیب میبود هیچیک از این هزینه ها به وجود نمی آمدند. انواع این هزینه ها به شرح زیر است:

✓ دور ریز (ضایعات)

✓ دوباره کاری

✓ آزمایش مجدد محصولات دوباره کاری شده

✓ تجزیه و تحلیل خرابی

✓ توقف خط تولید به دلیل استفاده از مواد اولیه نامرغوب

✓ بازده از دست رفته : هزینه ی بازده ی کم فرآیند به دلیل عدم وجود روش های بهبود کنترل کیفیت . مثلاً سرریز شدن نوشابه به دلیل تغییرات زیاد در دستگاه پرکن یا بدنه ی ضعیف پرآید به دلیل استفاده از مواد اولیه ضعیف در خط تولید

✓ مرغوبیت کمتر

4) هزینه های خرابی خارجی :

هنگامیکه محصولی که به مشتری رسیده است عملکرد رضایت بخشی نداشته باشد . این نوع هزینه ها بیشترین هزینه را به سازمان متحمل می کنند و اگر حذف شوند ، بیشترین کاهش هزینه را در يك سازمان خواهیم داشت .

✓ تنظیم شکایات : کلیه ی هزینه های مربوط به بررسی و تنظیم شکایات

✓ محصول/مواد برگشتی

✓ هزینه های گارانتی

✓ هزینه های غیر مستقیم یا اعتبار از دست رفته: هزینه های غیر مستقیم میتواند شامل سلب اطمینان مشتری نسبت به شرکت تولید کننده باشد و یا به عبارت دیگر از بین رفتن شهرت، از دست دادن مشتری و کاهش سهم بازار و... باشد و این فقط فقط به دلیل عدم وجود کیفیت مورد نظر در محصول یا خدمات میباشد.

✓ هزینه های مسئولیت در قبال محصول

مهندسی کیفیت

مجموعه اي از فعاليت هاي مهندسي، مديريتي و عملياتي است كه يك سازمان جهت كسب اطمینان از اينكه مشخصه هاي كيفي در سطوح مورد نظر قرار دارند بكار مي رود و هدف آن کاهش تغيير پذيري فرآيند و حذف دلايل غير تصادفي در يك فرآيند مي باشد .

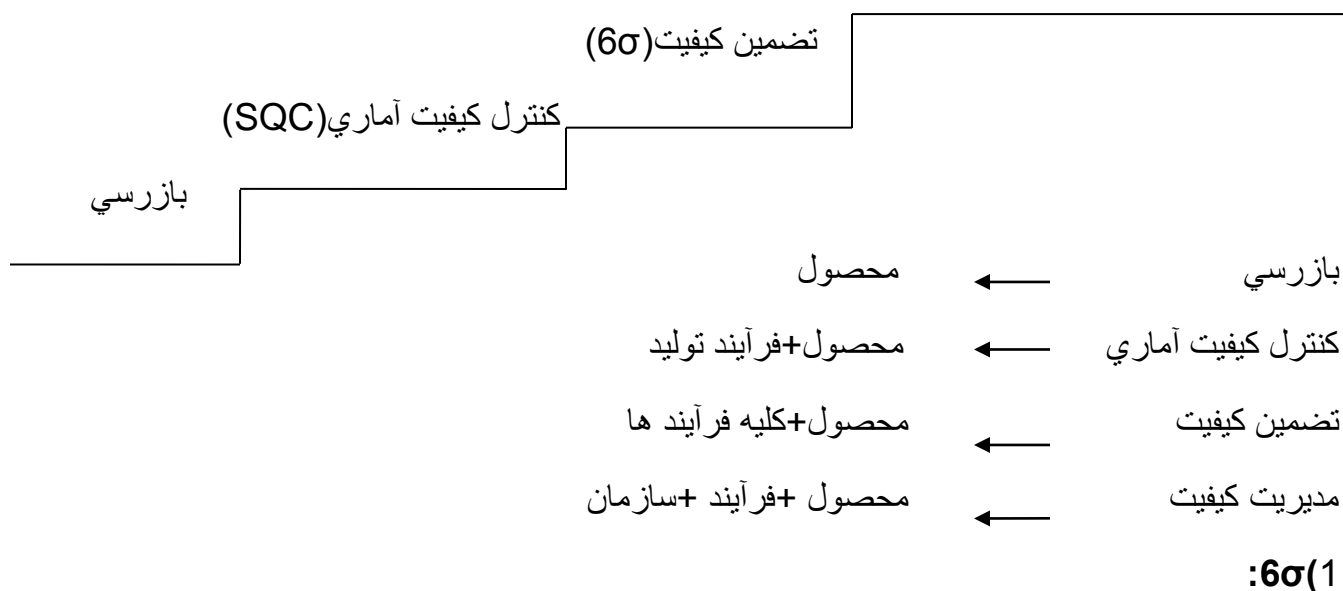
برخي اصطلاحات مهم در مهندسي كيفيت:

مشخصه كيفي : هر محصولي از عناصر ي تشكيل گرديده است كه آنها همگي با هم شايستگي جهت استفاده از آن را تعيين مي نمايند . مشخصه های کیفی ممکن است چند نوع باشند:

1. فيزيکی: طول, وزن, ولتاژ و ... (هر مشخصه قابل اندازه گیری)
2. حسی: مزه, شکل ظاهري, رنگ(هر مشخصه وصف پذير مثل بحث معيوب بودن و نقص داشتن)
3. وضعيت زمانی: قابليت اطمینان و ...

انواع روش هاي مهندسي كيفيت

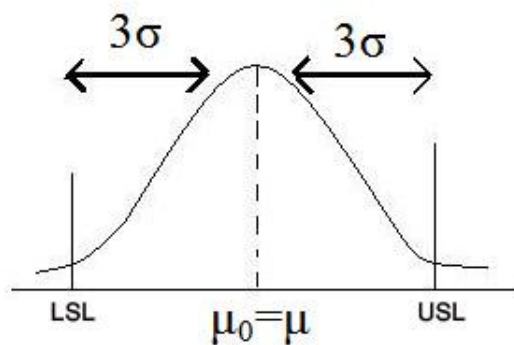
مديريت كيفيت (ISO 9001, TQM, EFQM)



به تعداد گام ها با واحد σ از μ تا نزديکترين حد مشخصه فني را سطح سيگما مي گویند.

محور بررسي و تحليل ها در 6σ ، فرآيند مي باشد .

بر اساس به کارگيري روش 6σ انتظار مي رود نرخ معيوب ها و هزينه هاي توليد کاهش يافته و در نتيجه کارايي و سود دهی بالا رود و در نهايت رضايست مشتري تامين گردد.



اگر فرآیندی در سطح سیگما ی شش عمل کند و میانگین آن درست روی مقدار اسمی قرار گیرد ، آنگاه PPM یا تعداد قطعات معیوب در میلیون برای آن قطعه برابر 0.002 می باشد.

محور اساسی در 6σ ، DMAIC می باشد.

D: تعریف (Define)

M: اندازه گیری (Measure)

A: بررسی (Analysis)

I: بهبود (Improve)

C: کنترل (Control)

شرط موفقیت در 6σ ، Smart بودن آن است.

S (Specific): مسئله به خوبی تعریف و مشخص شده باشد .

M (Measurable): اهداف و مشخصه های کیفی قابل اندازه گیری باشند .

A (Achievable): اهداف قابل دستیابی باشند .

R (Result oriented): نتایج بهبود قابل رویت باشند .

T (Time bounded): زمان انجام پروژه ها محدود باشد .

:EFQM(2)

بنیاد اروپایی برای مدیریت کیفیت که توسط 14 مدیر اروپایی در سال 1988 تاسیس شد .مدل تعالی EFQM یک ابزار کاربردی است که میتواند به وسیله سازمان ها در موارد زیر مورد استفاده قرار بگیرد

- به عنوان یک ابزار برای ارزیابی
- به عنوان یک چهارچوب برای سیستم مدیریت سازمان
- به عنوان مبنایی برای ایجاد یک واژه نامه عمومی و تخصصی یکپارچه سازمان و درک و شناخت سازمان در تمام سطوح

مدل EFQM شامل ارزش ها و معیار های زیر است (9 معیار و 32 زیر معیار):

معیار های توانمند سازی (امتیاز $\frac{500}{1000}$):

1. رهبری
2. خط و مشی استراتژی
3. کارکنان
4. مشارکت ها و منابع
5. فرآیندها

معیار های نتایج (امتیاز $\frac{500}{1000}$):

1. نتایج مشتری
2. نتایج کارکنان
3. نتایج جامعه
4. نتایج کلیدی عملکرد

حداقل امتیاز برای کسب جایزه EFQM 500 امتیاز می باشد.

رهبری	کارکنان	⇒	فرآیندها	⇒	نتایج کارکنان	نتایج کلیدی عملکرد
	خط و مشی	⇒		⇒	نتایج مشتری	
	منابع و مشارکتها	⇒		⇒	نتایج جامعه	

3(TQM: مدیریت کیفیت جامع (Total Quality management)

روش مدیریت يك سازمان كه اساس آن محور بودن کیفیت و مشارکت همه ي اعضاي سازمان مي باشد و هدف آن رسیدن به موفقیت در دراز مدت از طریق جلب رضایت مشتری و تامین منافع همه ي اعضاي سازمان و جامعه است.

در روش مدیریت کیفیت TQM ، کیفیت محصول، فرآیند ، سازمان و تاثیر آن در جامعه بررسی می گردد.

(5) ISO 9001-2008 (International organization for standardization):

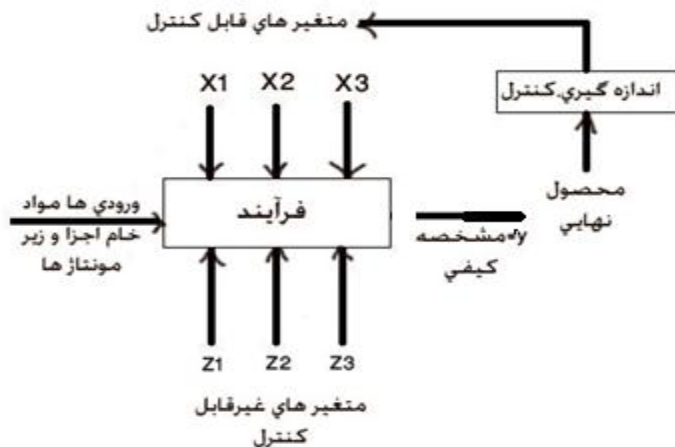
این روش مدیریت کیفیت شامل 8 بند و زیر بند های مختلف می باشد .

✓ مفاهیم و تعاریف	← 4 بند اول
✓ الزامات	← 4 بند دوم
✓ مستند سازی	← الزاماتی که باید مستند آنها وجود داشته باشد
✓ ممیزی	← شامل ممیزی خارجی و داخلی است.

محور اساسی در مدیریت کیفیت ISO چرخه دمینگ می باشد.(PDCA)

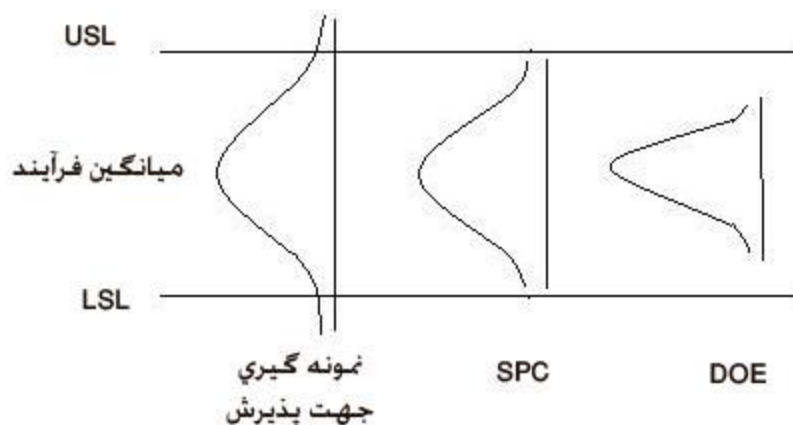


سیستم فرآیند تولید : در این سیستم همانطور که از شکل پیداست مواد اولیه وارد سیستم تولیدی شده و پردازش میشوند و در حین پردازش متغیرهای قابل کنترل و غیر قابل کنترل روی فرایند تاثیر میگذارند که در کنترل کیفیت آماری با استفاده از ابزارهای موجود در SPC و DOE متغیرهای قابل کنترل از متغیرهای غیر قابل کنترل شناسایی شده و میتوان آن ها را حذف کرد. هم چنین در کنترل کیفیت آماری با استفاده از نمونه گیری جهت پذیرش از ورود مواد اولیه معیوب میتوان جلوگیری کرد. و با استفاده از MSA از کالیبره بودن دستگاه ها مطمئن شد.



روش های آماری برای کنترل فرآیند تولید





کاهش تغییر پذیری با استفاده از نمونه گیری جهت پذیرش

≤

کاهش تغییر پذیری با SPC

≤

کاهش تغییر پذیری با DOE

هر چند مطلب بالا به این نکته اشاره می کند که روش DOE بهترین روش برای کاهش تغییر پذیری در فرآیند تولید می باشد اما استفاده از دو روش دیگر اجتناب ناپذیر و الزامی می باشد و هرکدام از این روش ها به نحوی باعث کاهش تغییر پذیری فرآیند می شود که در فصل های بعد گفته خواهد شد.

هدف از کنترل کیفیت آماری شناسایی دلایل غیر تصادفی و حذف آنها از فرآیند تولید است تا تغییر پذیری کاهش بیابد.

Www.iepnu.com

کنترل فرآیند آماری

Statistical Process Control

فصل چهارم:

ابزارهای مورد استفاده در کنترل فرآیند آماری (SPC)

در این فصل می آموزید:

- برگه ثبت داده ها (check sheet)
- نمودار پارتو
 - طریقه رسم نمودار پارتو در Minitab
 - نمودار پارتو در دوره های زمانی یا مکانی مختلف
- نمودار علت و معلول (استخوان ماهی – ایشی کاوا)
 - ایجاد نمودار استخوان ماهی با Minitab
- نمودار تمرکز نقص ها
- نمودار پراکندگی
 - ضریب همبستگی
 - طریقه رسم نمودار پراکندگی در Minitab
 - پیدا کردن ضریب همبستگی در Minitab
 - طریقه رسم نمودار پراکندگی در بازه های زمانی و مکانی مختلف
- هیستوگرام
 - طریقه رسم هیستوگرام برای یک متغیر در Minitab
 - طریقه رسم هیستوگرام برای چند متغیر در Minitab
- آزمون اندرسون دارلینگ برای مطمئن شدن از نرمال بودن داده ها
 - انجام آزمون اندرسون دارلینگ با Minitab :
- آزمون کولموگروف-اسمیرنف
 - انجام آزمون کولموگروف اسمیرنف با Minitab
- نمودار تقارن (Symmetry plot)
 - طریقه رسم نمودار تقارن با Minitab
- روش های تبدیل مشخصه های کیفی غیر نرمال به نرمال
 - روش تبدیل معکوس
 - روش لگاریتمی
 - روش ریشه دوم
 - روش arcsin
 - تبدیل BOX-COX
 - تبدیل جانسون (Johnson Transformation)

کنترل فرآیند آماری (SPC):

از روش های بهبود کیفیت در حین فرآیند تولید میباشد که با شناسایی و حذف عوامل غیر تصادفی در فرآیند تولید باعث کاهش تغییر پذیری در فرآیند تولید می شود. ایشی کاوا معتقد بود که با ابزارهایی که در کنترل فرآیند آماری وجود دارد میتوان به طور قابل توجهی کیفیت فرآیند تولید را بهبود داد.

ابزار های قدرتمند مورد استفاده در SPC :

1) برگه کنترل :

هرگاه لازم باشد مهندسان کیفیت در مورد مسئله ای تصمیم گیری کنند باید داده هایی داشته باشند تا روش های لازم را در مورد آن داده ها بکار ببرند. پس برای جمع آوری داده ها برگه ها یا فرم هایی ایجاد می کنند که فقط مختص آن مسئله می باشد و در اختیار بازرسان و اپراتور ها قرار می دهند.

مثال : شکل زیر نشان دهنده یک برگه ثبت داده برای عیوب مخزن های تولید شده در سازمان کشتی سازی می باشد که توسط یکی از مهندسان آن جهت بررسی گونه های مختلف از عیوب این نوع مخزن می باشد که این برگه توسط بازرس مربوطه پر شده است.

محصول نوع عیب	1	2	3	4	5	6	7	جمع
بخش های صدمه دیده	1			2			2	4
مشکلات ماشینی		1	2	3	3		1	10
جوشکاری بد				2	2	3	1	8
وجود مک در ریخته گری		1		1			1	3

تحويل گیرنده :

بازرس:

امضا و تایید بازرس :

تاریخ ثبت :

برگه ثبت داده برای انواع عیوب در مخزن های تولید شده در شرکت کشتی سازی

برگه ثبت داده برای توزیع فرایند

نام کالا:	مشخصه کیفی:	تاریخ:
نام بازرس:	شماره ی انباشته:	تعداد ارقام بازرسی:

				1				
				1				
			1	1	1			
			1	1	1	1		
		1	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1
فراوانی	20-10	30-20	40-30	50-40	70-60	90-80	100-90	1
اندازه								-100 110

ملاحظات

برگه ثبت داده برای به دست آوردن تابع توزیع داده ها برای مشخصه کیفی یک محصول از یک فرایند تولید

برگه ثبت داده علت نقص

نام کالا:	مشخصه کیفی:	تاریخ:
نام بازرس:	شماره ی انباشته:	تعداد ارقام بازرسی شده:

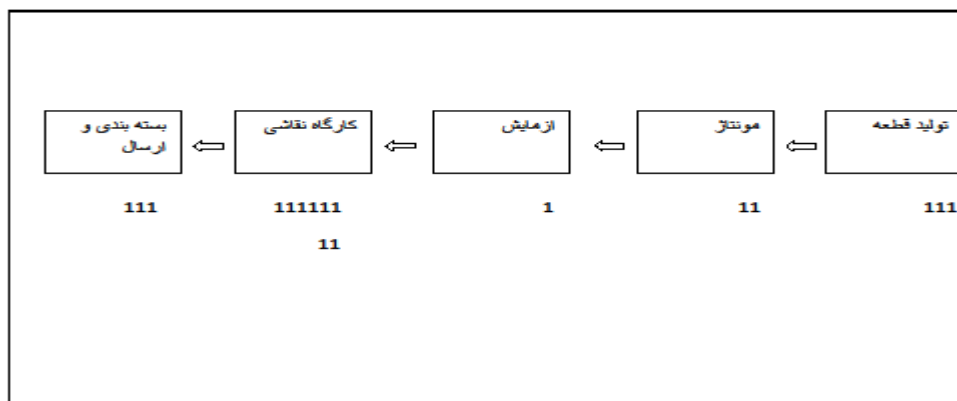
نقص	فرآیندی	مجموع
خرابش	1 1 1 1 1	5
کتابی	1 1 1 1 1 1 1	7
نازکی:	1 1 1	3
ضخیم:	1 1	2
سایر:	1	1
مجموع		18

ملاحظات

برگه ثبت داده برای علت نقص در یک فرآیند نقاشی

برگه ثبت داده ها برای مکان نقص

نام فرایند:	مشخصه کیفی: کثیفی	تاریخ:
نام کالا: قالب	نام بازرس:	تعداد اقسام بازرسی شده:

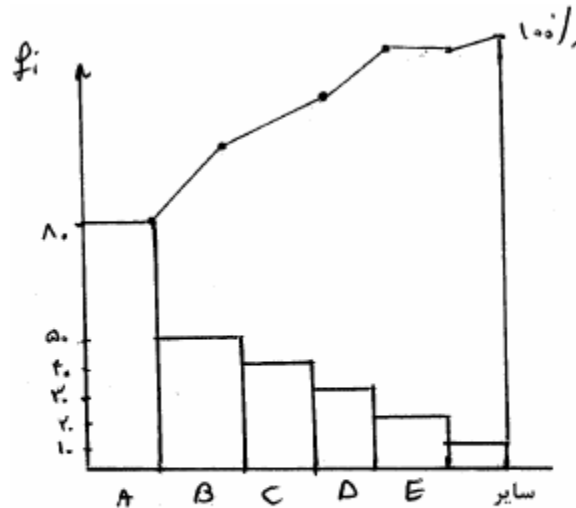


ملاحظات

برگه ثبت داده ها برای مکان نقص کثیفی در یک فرایند تولید

(2) نمودار پارتو :

برگرفته از يك اقتصاد دان ايتاليائي (ويلفرد پارتو) كه معتقد بود 80% ثروت در اختيار 20% مردم مي باشد اگر همين تعريف را در صنعت به كار ببريم ميتوان گفت كه 80% مشكلات به خاطر 20% عوامل مي باشد. محور افقي در نمودار پارتو , انواع مشكلات مي باشد و محور عمودي در اين نمودار فراواني مطلق براي انواع مشكلات مي باشد همچنين يك خط تجمعي براي هر مشكل در اين نمودار رسم ميشود تا تشخيص دهيم کدام مشكل يا مشكلات بيشترين تاثير را در فرآيند توليد دارند.

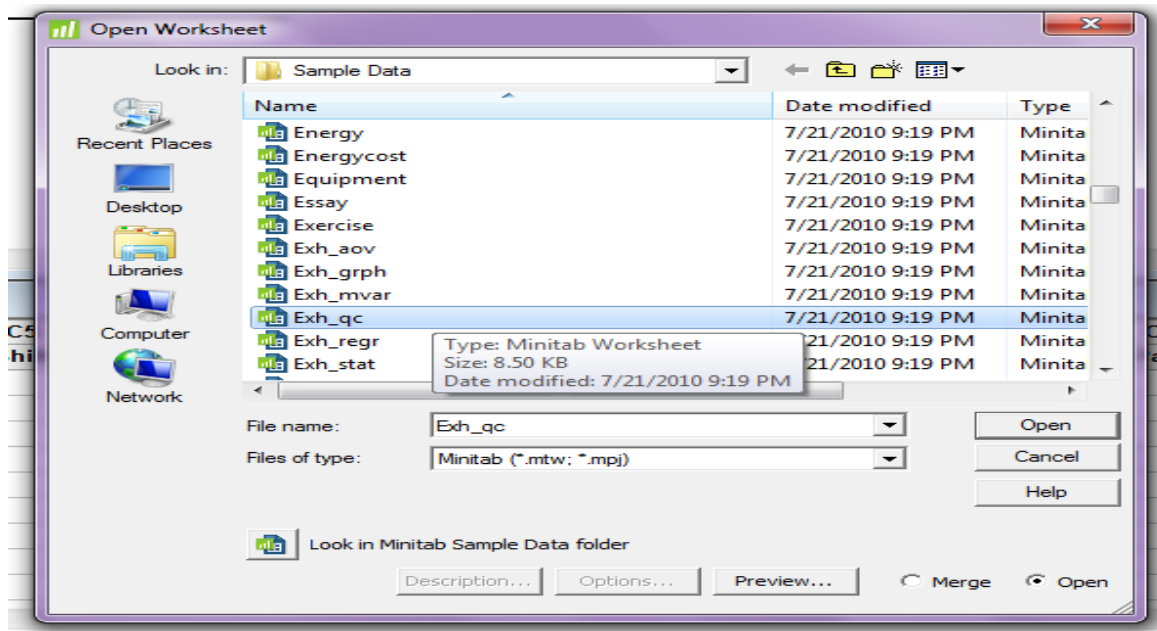


نمودار پارتو برای مشكلات نوع E , D , C , B , A

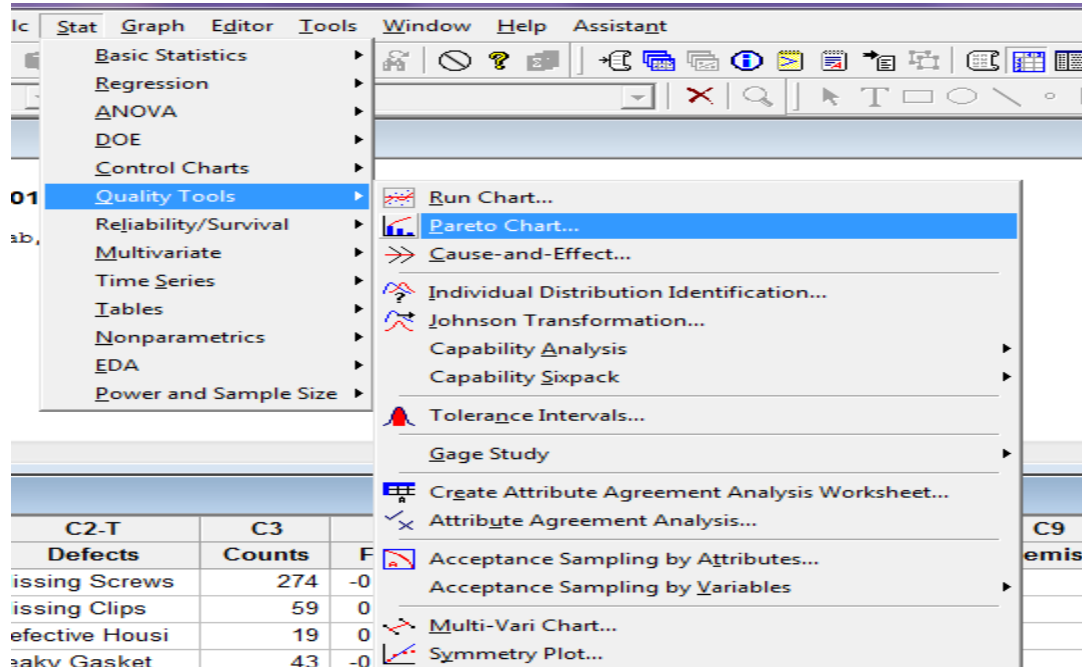
طریقه رسم نمودار پارتو در Minitab :

مثال : فرض كنيد شما به عنوان يك كارشناس كنترل كيفيت در يك شركت توليد كننده ي قفسه كتاب كار مي كنيد . در بازرسي نهايي برخي از اين قفسه ها به خاطر برخي دلايل مثل خراش برداشتن ، لب پريدگي ، خميدگي يا تورفتگي مردود اعلام مي گردند(دور ريخته ميشوند). حال مي خواهيد از نمودار پارتو براي مشاهده اينكه کدام خرابي بيشتر در فرآيند توليد شما نقش دارد استفاده كنيد. همچنين در فرآيند توليد شما نقص هایی از قبيل نبود پيچ و گيره و ... مشاهده ميشود و شما ميخواهيد پي به اينكه کدام نقص بيشتر در فرآيند توليد اثر دارد, ببريد. ابتدا شما تعداد دفعاتي كه هر کدام از اين خرابي ها و نقص ها اتفاق افتاده را ميشماريد. سپس در worksheet علل هر کدام از اين خرابي ها را در يك ستون Defect (نقص) و در ستون ديگر Damage (خرابي) مشخص مي كنيد كه هر کدام از اين خرابي ها مربوط به کدام يك از علل است . الف) مشخص كنيد بيشتر عامل خرابي ها کدام نوع است . ب) مشخص كنيد بيشتر نقص ها مربوط به کدام نوع نقص در قفسه كتاب است ؟

حل الف) قدم اول : از منوي file گزینه open worksheet را انتخاب کنید و فایل EXH_QC.Mtw را باز کنید.



قدم دوم : از منوي Stat ، Quality tools و سپس Pareto chart را انتخاب نمایید .

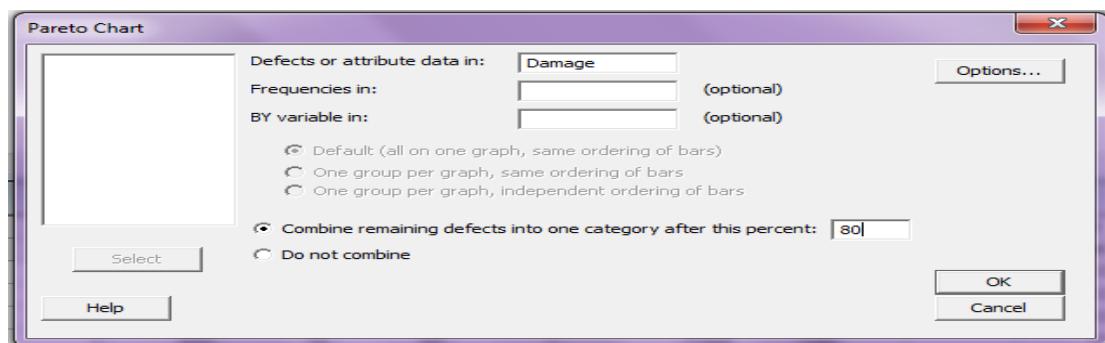


قدم سوم : در صورتیکه مي خواهید ببینید بیشتر خرابیها (damage) مربوط به کدام يك از عوامل است در Defects or attribute data in ستون C1 را وارد کنید .(به طور كلي در صورتیکه شما در يك

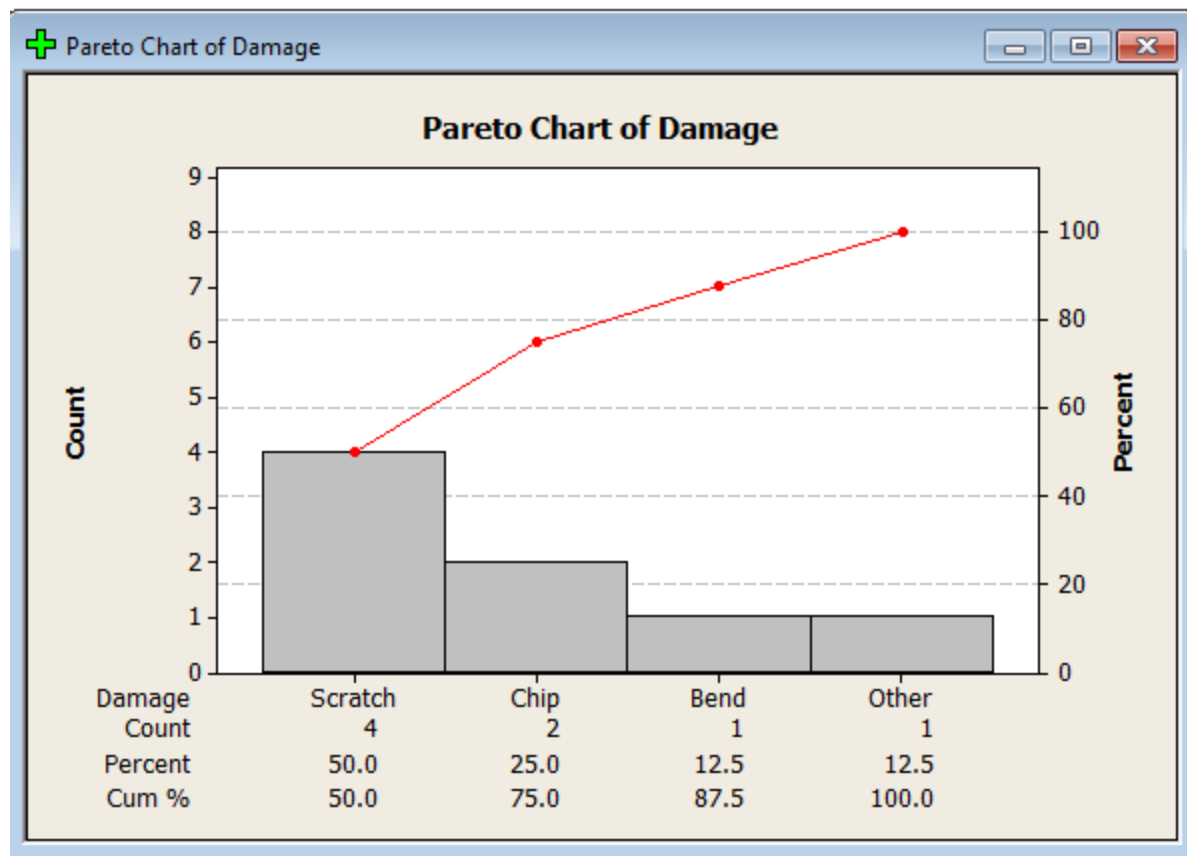
ستون عوامل را وارد کردید این قسمت را انتخاب کنید و قسمت frequencies را خالی بگذارید و خود نرم افزار به صورت خودکار آنها را می شمارد.

قدم چهارم: قسمت combine remaining defects into one category after this percent که به طور پیش فرض برابر 95% می باشد یعنی 5% باقیمانده عوامل را در يك ستون به نام other در نمودار پارتو نمایش می دهد. (به طور کلی مجموعه عواملی که در صد تجمعی آنها کمتر از 5% می شود را در يك ستون نمایش میدهد). و در صورتیکه Do Not Combine را انتخاب کنید همه ی عوامل را با همه ی درصد تجمعی هایشان نمایش میدهد.

این مقدار را بر اساس قانون پارتو به 80% تغییر دهید .



قدم پنجم : ok را بزنید .



تحليل : همانطور که می بینید بیشتر خرابی ها مربوط به خراش و پریدگی می باشد که 75% مشکلات را از آن خود کرده اند. پس اگر این دو مشکل را حل کنیم 75% مشکلات را حل کردیم .

حل ب) قدم اول و دوم مانند حل الف می باشد .

قدم سوم: در صورتیکه می خواهید ببینید بیشتر نقص ها مربوط به کدام نوع از نقص ها می باشد قسمت Defects or attribute data in را انتخاب کنید و در این قسمت ستون Defects و در قسمت frequencies in ستون counts را وارد کنید . (به طور کلی در صورتی که انواع عوامل در يك ستون و فراوانی آنها در يك ستون دیگر باشد از این روش استفاده کنید).

Pareto Chart

Defects or attribute data in: Options...

Frequencies in: (optional)

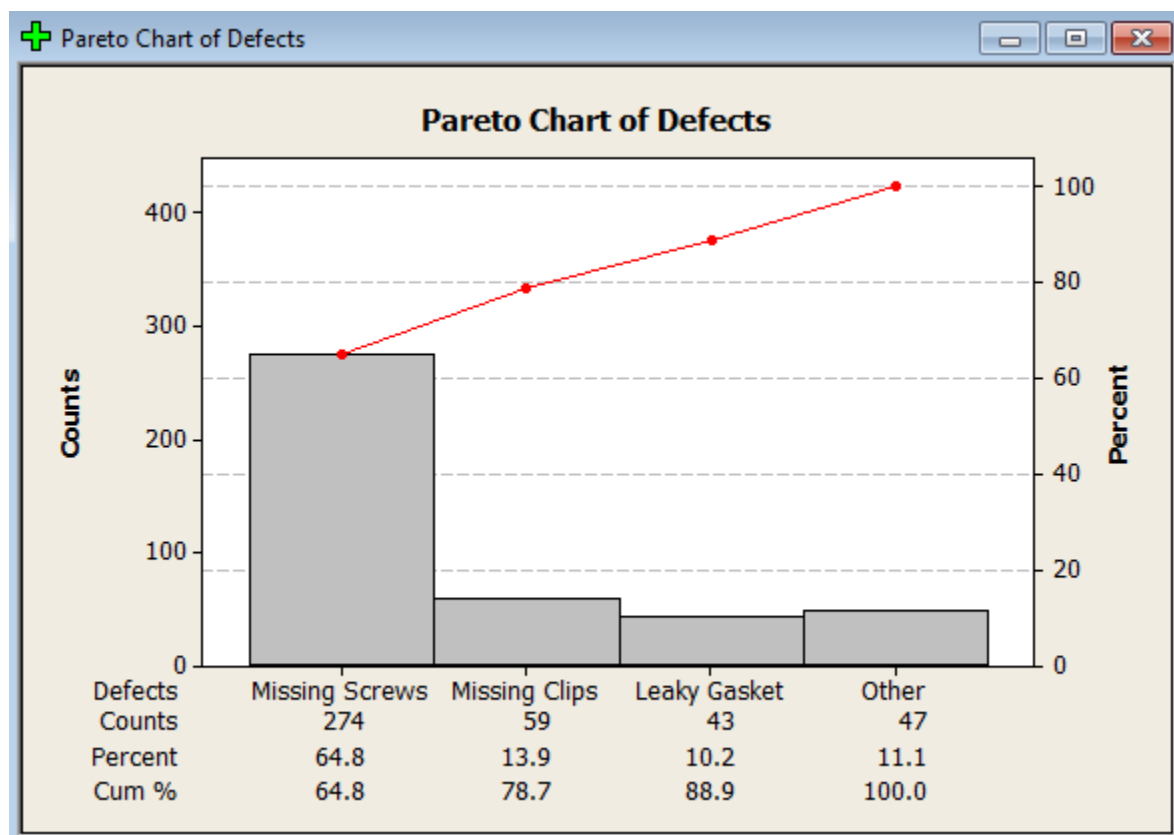
BY variable in: (optional)

☒ Default (all on one graph, same ordering of bars)
☐ One group per graph, same ordering of bars
☐ One group per graph, independent ordering of bars

☒ Combine remaining defects into one category after this percent:
☐ Do not combine

Select Help OK Cancel

بقیه قسمت ها مانند حل الف می باشد.



تحلیل : همانطور که می بینید بیشتر نقص ها مربوط به نبود پیچ و نبود گیره است که 78% نقص ها را در بر گرفته اند. پس با برطرف کردن این دو عیب 78% مشکلات را برطرف کرده ایم.

نمودار پارتو در بازه هاي زماني و مكاني مختلف در Minitab

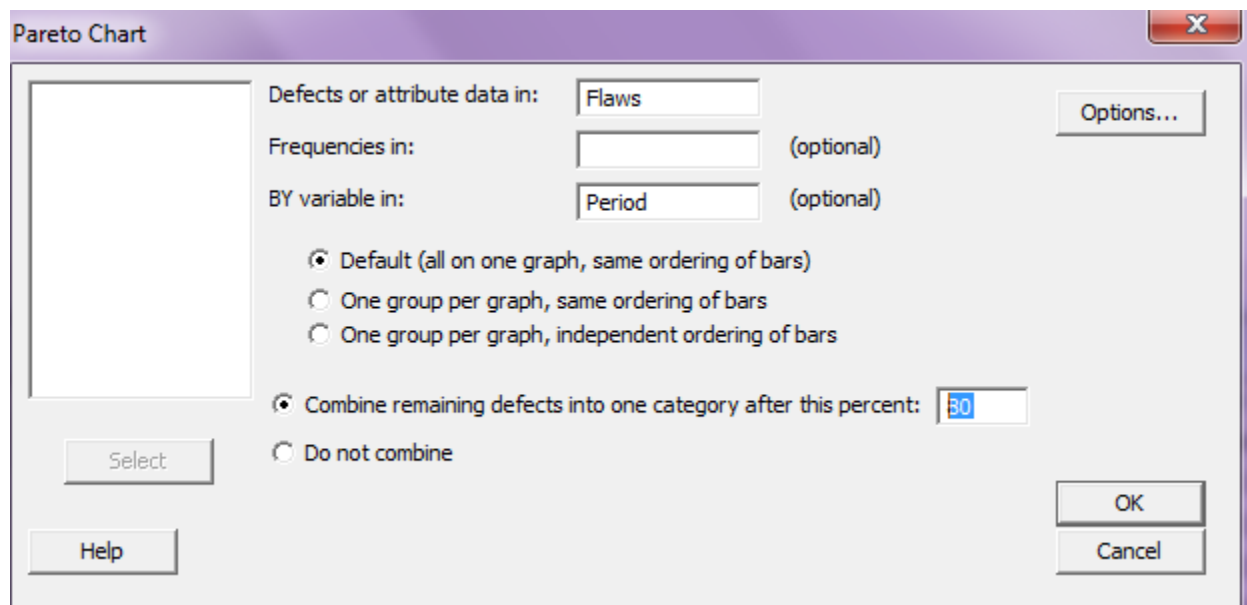
مثال: فرض كنيد كه شما براي شركت عروسك سازي كار مي كنيد. اخيراً متوجه افزايش خرابي در بازرسي نهايي به خاطر خراشيدگي ، خرابي پوست و لكه دار شدن عروسك ها شده ايد. شما ميخواهيد بفهميد كه آيا رابطه اي ميان نوع و تعداد عيوب و شيفت كاري توليد عروسك وجود دارد يا خير؟

قدم اول: فايل EXH_QC.mtw را از منوي فايل و گزينه open worksheet باز كنيد.

قدم دوم : از منوي Stat ، Quality tools و سپس Pareto chart را انتخاب نماييد .

قدم سوم: در قسمت Defects or attribute data in ستون flaws را وارد كنيد.

قدم چهارم : در قسمت by variable in ستون period را وارد كنيد .



به طور كلي با اين قسمت ميتوان نمودار پارتو را به وسيله متغيرهاي مختلف مثلاً در بازه هاي زماني يا مكاني مختلف رسم كرد .

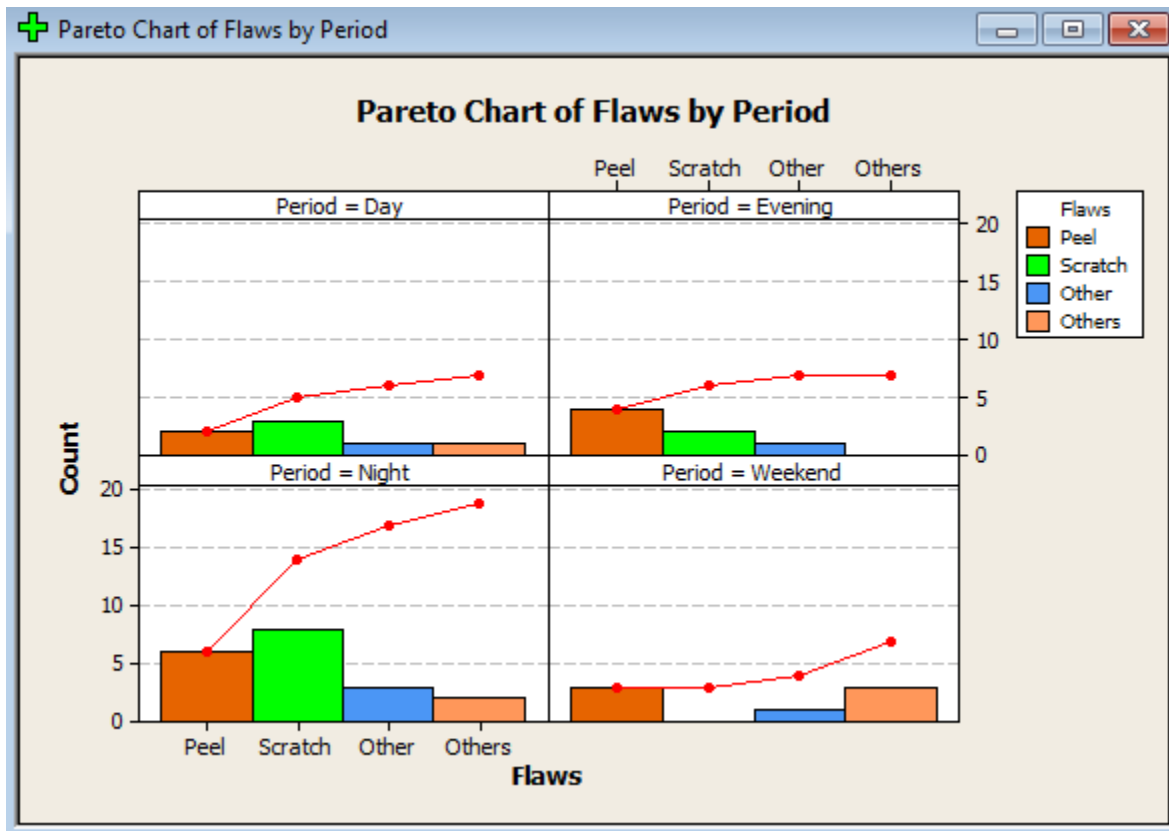
قدم پنجم : وقتي در قسمت by variable in ستوني را وارد مي كنيد سه گزينه ظاهر مي شود :

1) *Default (all on one graph same ordering of bars)* : كليه نمودار هاي پارتو را در بازه هاي مختلف در يك graph نمايش مي دهد .

2) *One group per graph same ordering of bars* : هر گروه (هر متغير ، هر بازه مختلف) در يك graph جدا گانه رسم مي شود .

هر بازه مختلف) در يك graph جدا گانه و به طوریکه از عواملی که بیشترین درصد را دارند تا کمترین نمایش داده شوند (به طور مرتب).
گزینه اول را انتخاب کنید.

قدم ششم : ok را بزنید.

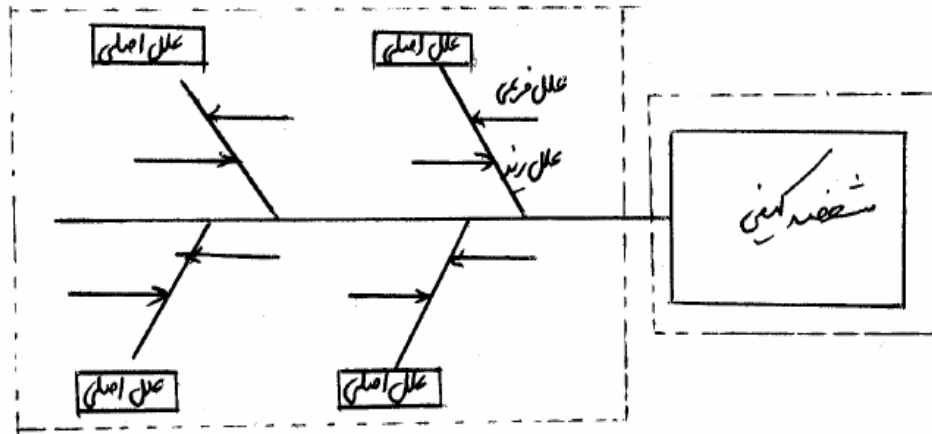


تحلیل : همان طور که از نمودار پیداست بیشترین خرابی ها مربوط به شیفت شب می باشد چون 19 مورد خرابی ها به طور کلی برای شیفت شب میباشد و خرابی نوع خراش بسیار بالا می باشد .

اگر نشانگر ماوس را روی هر ستون ببرید فراوانی هر یک را نمایش میدهد مثلاً فراوانی خرابی scratch در شیفت شب 8 تا میباشد هم چنین اگر نشانگر خود را روی هر دایره قرمز یا خط فراوانی تجمعی ببرید فراوانی تجمعی هر شیفت را نمایش میدهد.

3) نمودار علت و معلول (استخوان ماهی ایشی کاوا):

در یک فرآیند عوامل مختلفی روی یک مشخصه کیفی تاثیر میگذارند. نموداری که ارتباط میان یک مشخصه کیفی و علت های آن را نمایش میدهد، نمودار علت و معلول میگویند.



مراحل مورد نیاز برای تهیه ی يك نمودار علت و معلول به شرح زیر است:

1. مشکل یا معلولی که باید بررسی شود.
2. تیمی جهت انجام تجزیه و تحلیل های مورد نیاز تشکیل دهید که در اغلب موارد تیم بهبود کیفیت علل بالقوه ایجاد مشکل را از طریق جلسات طوفان مغزی تعیین می کند.

معمولاً نمودار علت و معلول بعد از نمودار پارتو می باشد اما در کل بستگی به خلاقیت مهندس کیفیت دارد.

معمولاً نمودار استخوان ماهی از شش شاخه ی (علت های) اصلی که معروف به 5M+E میباشد، تشکیل شده که این 5M مربوط به ماشین (Machine)، مواد اولیه (Material)، نیروی انسانی (Man)، روش کار (Method) و اندازه گیری (Measurment) میباشد. و E نیز مربوط به مشکلات محیطی (Environment) میباشد.

ایجاد يك نمودار استخوان ماهي در Minitab :

مثال: فایل surface flaws.mtw را از منوی file و گزینه open work sheet باز کنید. تا انواع عواملی که در درزهای سطحی در یک فرآیند تولیدی نقش دارند را به صورت نمودار استخوان ماهی نمایش دهیم.

قدم اول : نام هر ستون را بر اساس علت ها بنویسید .

C1-T	C2-T	C3-T	C4-T	C5-T	C6-T
Man	Machine	Material	Method	Measure	Enviro

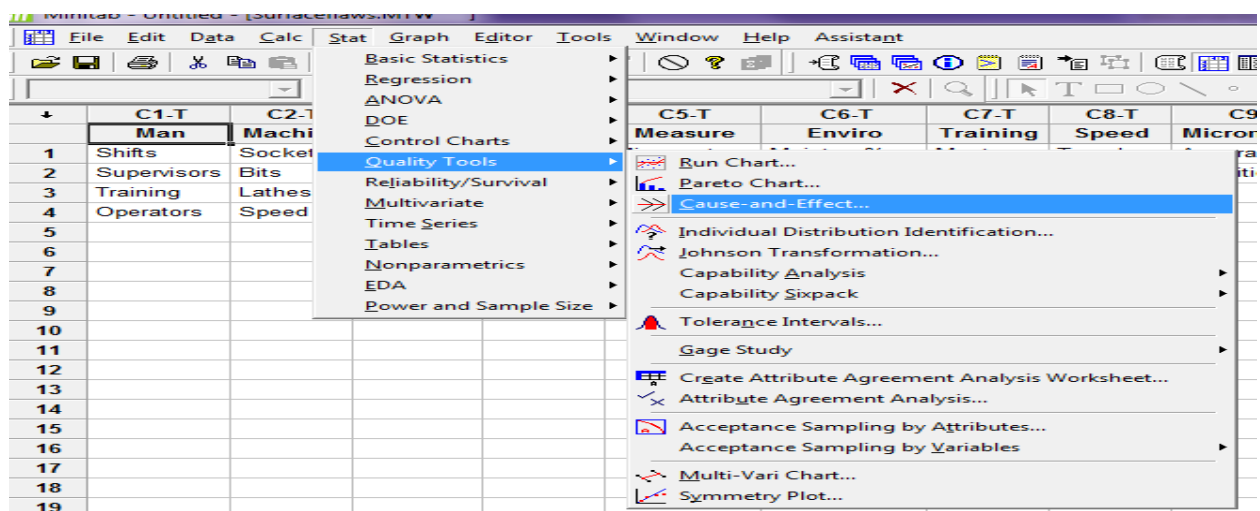
قدم دوم: علت هاي فرعي هريك از علت هاي اصلي را در داخل همان ستون بنویسید.

C1-T	C2-T	C3-T	C4-T	C5-T	C6-T
Man	Machine	Material	Method	Measure	Enviro
Shifts	Sockets	Alloys	Angle	Micrometers	Moisture%
Supervisors	Bits	Lubricants	Engager	Microscopes	Condensation
Training	Lathes	Suppliers	Brake	Inspectors	
Operators	Speed				

قدم سوم: اگر هريك از علت هاي فرعي خود شامل علت هاي فرعي ديگري مي شود بايد آنها را در يك ستون جديد که نام آن ستون همان نام علت فرعي است بنویسیم.

C7-T	C8-T	C9-T
Training	Speed	Micrometers
Mentors	Too slow	Accuracy
Testing	Erratic	Condition

حال مسیر زیر را دنبال کنید:



با توجه به قدم اول و دوم در ستون causes در ردیف های 1 تا 6 به ترتیب سلول C1 تا C6 را وارد کنید.

Branch	Causes	Label	Sub...
1	In column ▼ Man	Personnel	Sub...
2	In column ▼ Machine	Machines	Sub...
3	In column ▼ Material	Material	Sub...
4	In column ▼ Method	Methods	Sub...
5	In column ▼ Measure	Measurements	Sub...
6	In column ▼ Enviro	Environment	Sub...
7	In column ▼		Sub...
8	In column ▼		Sub...
9	In column ▼		Sub...
10	In column ▼		Sub...

Effect:

Title:

☐ Do not label the branches

☐ Do not display empty branches

Buttons: Select, Help, OK, Cancel

با توجه به قدم سوم برای سلول man روی sub کلیک کنید.

در ستون causes در ردیف سوم Training را وارد کرده و ok را بزنید .

در صورتیکه بخواهید نام معلول یا همان مشخصه کیفی قابل بررسی را وارد کنید در قسمت Effect این کار را انجام دهید در این مثال surface flaws را در قسمت Effect وارد کنید.

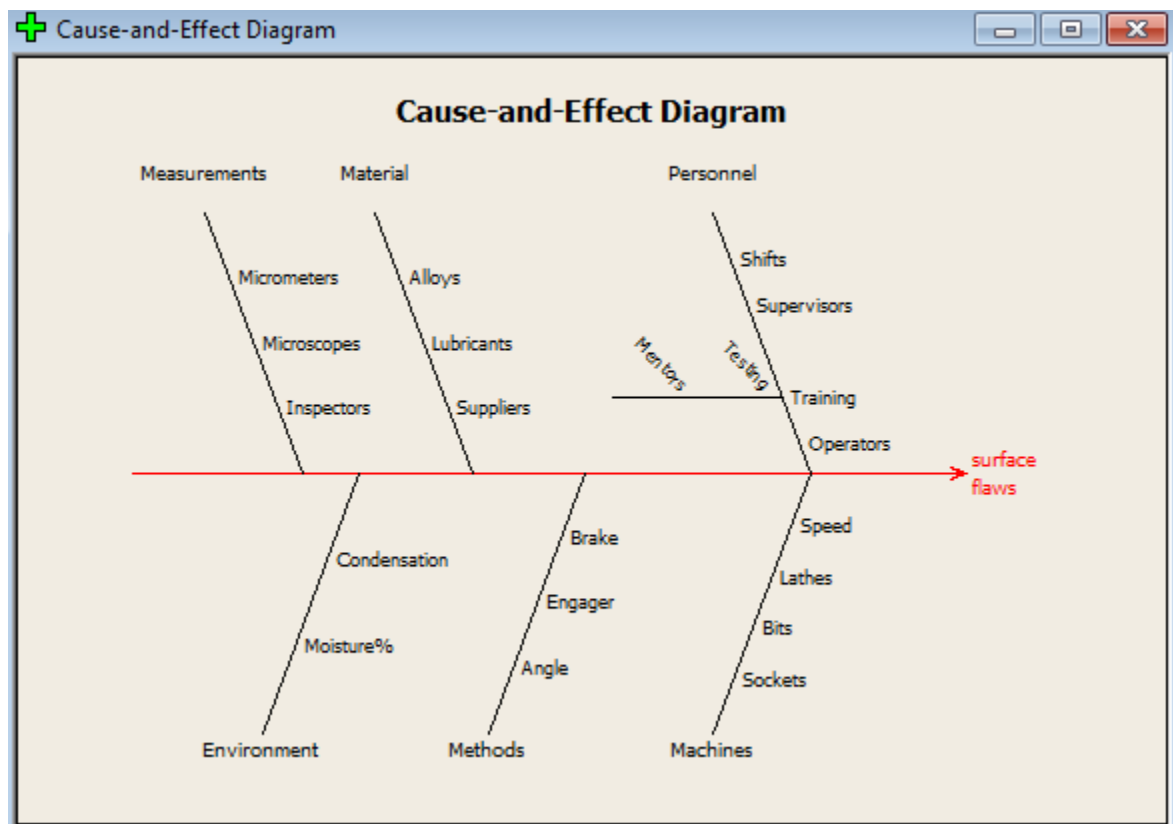
Cause-and-Effect Diagram - Sub-Branches

Sub-Branch	Causes	Label
1	In column	Shifts
2	In column	Supervisors
3	In column	Training
4	In column	Operators

C1 Man
 C2 Machine
 C3 Material
 C4 Method
 C5 Measure
 C6 Enviro
 C7 Training
 C8 Speed
 C9 Micrometers

Select

Help OK Cancel

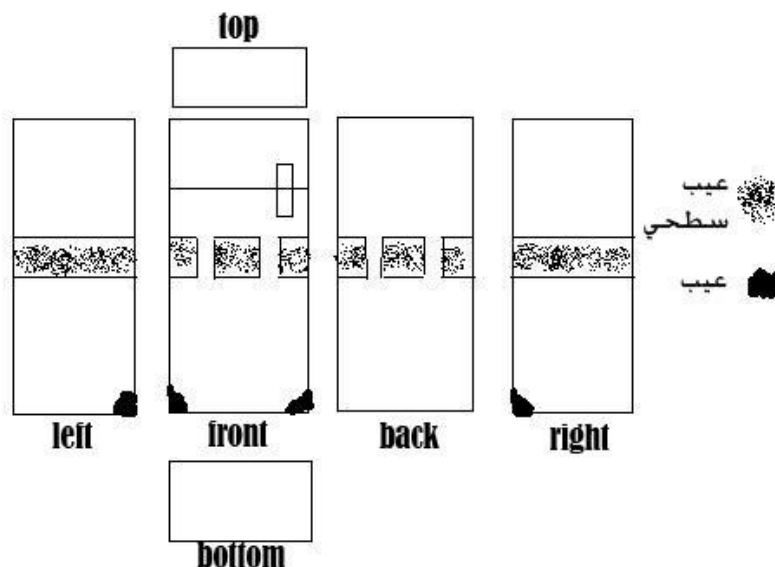


4) نمودار تمرکز نقص ها:

نمودار تمرکز نقص ها تصویری از محصول است که کلیه ی نماهای مورد نظر را نشان می دهد. با رسم چنین نموداری می توان محل یا محل های ایجاد عیب را در يك محصول مشخص بررسی کرد و با تجزیه و تحلیل آنها اطلاعات مفیدی در مورد علل بالقوه ی ایجاد آنها کسب کرد.

از نمودار تمرکز نقص ها بیشتر در صنایعی نظیر آبکاری ، رنگ کاری، ریخته گری و ذوب ، ماشینکاری و مونتاژ استفاده می شود .

مثال: شکل زیر نمودار تمرکز نقص برای یخچال می باشد و قتیکه در داخل انبار گذاشته می شود:



با بررسی این نمودار مشاهده می کنیم که درصد زیادی از عیب ها توسط بخش حمل و نقل ایجاد می گردد. بخش حمل و نقل قبل از جا به جا کردن یخچال آنها را توسط تسمه خیلی محکم می بندد همچنین در اثر جا به جایی گوشه های یخچال صدمه می بیند.

راه کار: استفاده از يك روش حمل و نقل صحیح.

5) نمودار پراکندگی (پراکنش- scatter plot):

از نمودار پراکندگی برای بررسی اینکه بین دو مشخصه کیفی رابطه ی خاصی وجود دارد یا خیر استفاده می کنیم .

در صورتیکه يك مشخصه کیفی غیر قابل اندازه گیری باشد اما بر اساس نظر کارشناسان این مشخصه کیفی وابسته به مشخصه کیفی دیگری که قابل اندازه گیری است می باشد، از نمودار

پراکنش استفاده می کنیم که ببینیم آیا واقعاً رابطه ای بین این دو مشخصه کیفی وجود دارد که در صورت بلی بودن جواب، مشخصه ای را بررسی کنیم که قابل اندازه گیری یا بازرسی آن هزینه های کمتری برای ما دارد.

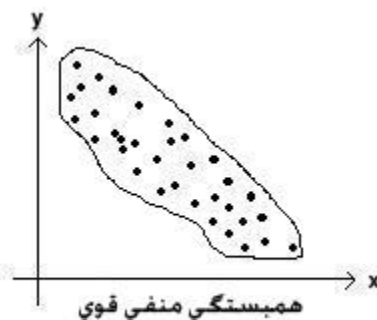
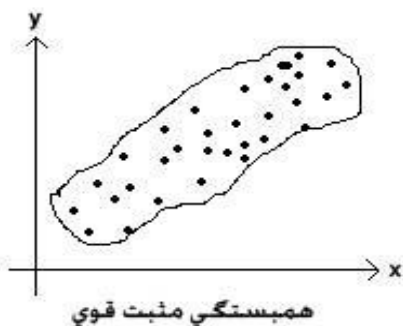
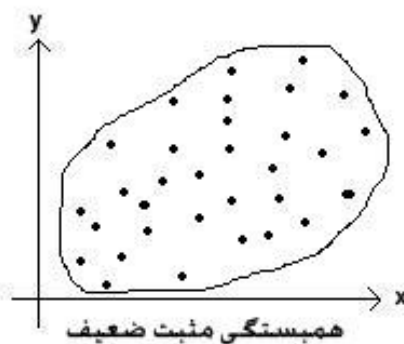
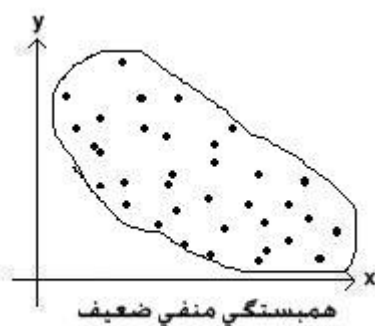
مثال 1: وزن هر انسان تابعی از قد همان انسان می باشد.

مثال 2: مقدار بازیافت فلز منیزیم به اندازه های موجود در آن بستگی دارد .

بررسی چند حالت هم بستگی :

X: مشخصه کیفی مستقل

Y: مشخصه کیفی وابسته



معمولاً متغیر X ، متغیری مستقل و قابل اندازه گیری می باشد . اما متغیر Y متغیری وابسته است که یا غیر قابل اندازه گیری یا در صورت آزمایش ، هزینه های زیادی بر ما تحمیل می کند و یا آزمایش بروی مشخصه کیفی Y ، آزمایش های تخریبی می باشد....

ضریب همبستگی:

همواره میزان وابستگی بین 2 متغیر x و y را با ρ (ضریب همبستگی) نشان می دهیم. ضریب همبستگی را برای n مشاهده از X و n مشاهده از Y به صورت زیر محاسبه می کنند.

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)S_X S_Y} \quad S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad S_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$$

$$\rho = \frac{S_{XY}}{S_{XX} S_{YY}} \quad S_{XX} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \quad S_{XY} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

ضریب همبستگی نمونه ρ ، تعداد مشاهدات n=

مشخصات ρ : $-1 \leq \rho \leq 1$

همبستگی مثبت قوی : IF $\rho \approx 1$

همبستگی منفی قوی : IF $\rho \approx -1$

همبستگی ضعیف : IF $\rho \approx 0$

در هنگام استفاده از نمودار پراکنش در SPC ، نیاز به اطمینان بسیار بالایی در رابطه با اینکه Y فقط وابسته به X میباشد داریم زیرا ممکن است 2 مشخصه کیفی X و Y به يك مشخصه کیفی دیگر وابسته باشد و در صورت تغییر در مقدار X, Y تغییری نکند و روش بهبود کیفیت بی اثر بماند به عنوان نمونه در مثال 2 که مربوط به بازیافت فلز منیزیم بود اگر عاملی مثل حرارت نیز در این بین موثر بود، آنگاه ممکن بود نه تنها با تغییر در مقدار گدازه ، بهبودی در بازیافت منیزیم به وجود نیاید بلکه باعث بدتر شدن آن شود. معمولاً در چنین شرایطی روش D.O.E پیشنهاد می شود.

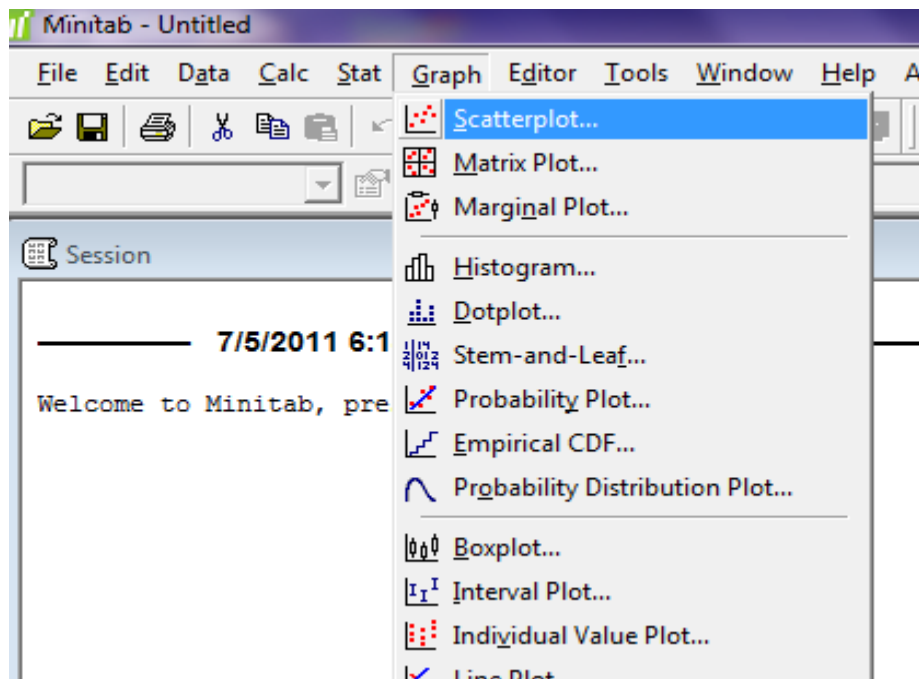
طریقه رسم نمودار پراکنش (Scatter plot) در Minitab:

مثال: فرض کنید شما مسئول کنترل کیفیت يك فروشگاه کتاب هستید که سفارشات را به صورت تلفنی دریافت و ارسال می کند. چون هر مرکز ارسال يك محدوده ی توزیع منطقه ای کوچک را در بر

میگیرد. شما شك دارید که فاصله ی محل تحویل نمی تواند به طور زیادی روی زمان تحویل تاثیر گذار باشد. برای اثبات چنین سوء ظنی و از میان برداشتن فاصله به عنوان يك عامل بسیار مهم ، به بررسی رابطه بین زمان تحویل و فاصله آن می پردازید.

قدم اول : از منوي File گزینه open worksheet را انتخاب کنید و از پوشه ي Meet mini tab فایل Shipping data را انتخاب کنید.

قدم دوم : از منوي Graph گزینه ي Scatter plot را انتخاب کنید.



Simple : بررسی رابطه ي بین x (متغیر مستقل) و y (متغیر وابسته)

With groups: بررسی رابطه ي بین x_j ، $j=1,2,...,n$ و y

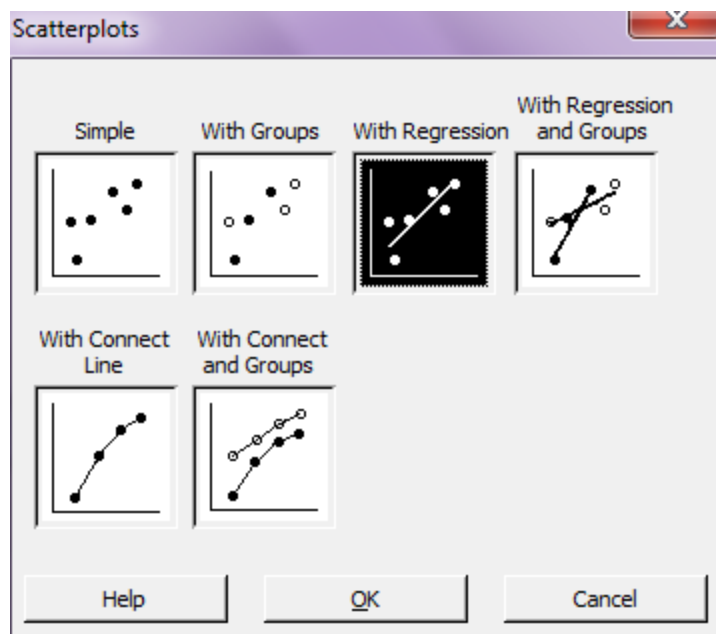
With regression: بررسی رابطه ي بین x و y همراه با ترسیم خط رگرسیون

With regression and groups : بررسی رابطه ي بین x_j ها و y همراه با ترسیم خط رگرسیون
خطی برای هریک از x_j ها

With connect line: بررسی رابطه ي بین x و y همراه با ترسیم خطوط واصل بین مشاهدات

With connect and groups: بررسی رابطه ي بین x_j ها و y همراه با ترسیم خطوط واصل بین
مشاهدات هر متغیر x .

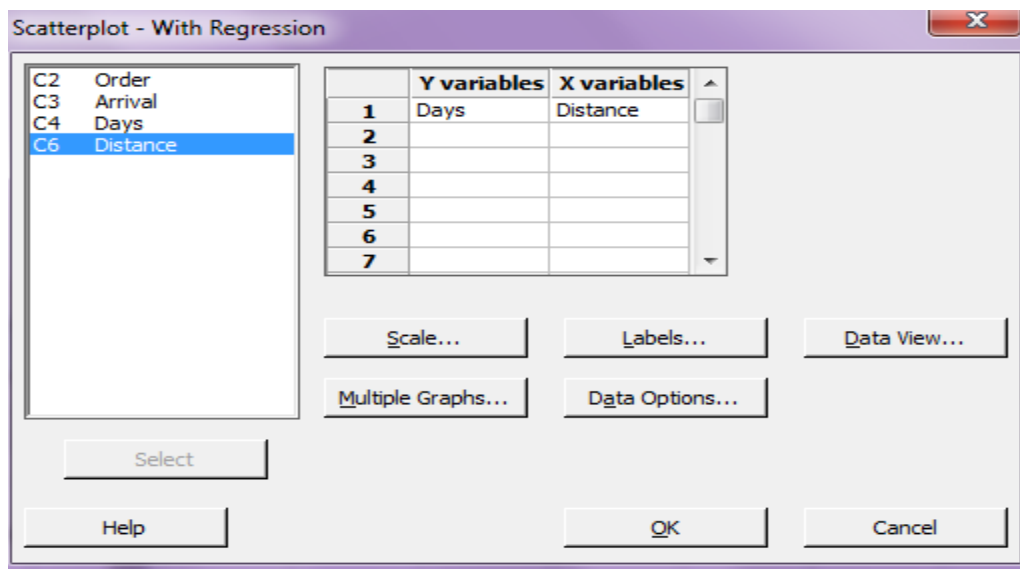
قدم سوم: نوع with regression را انتخاب کنید .

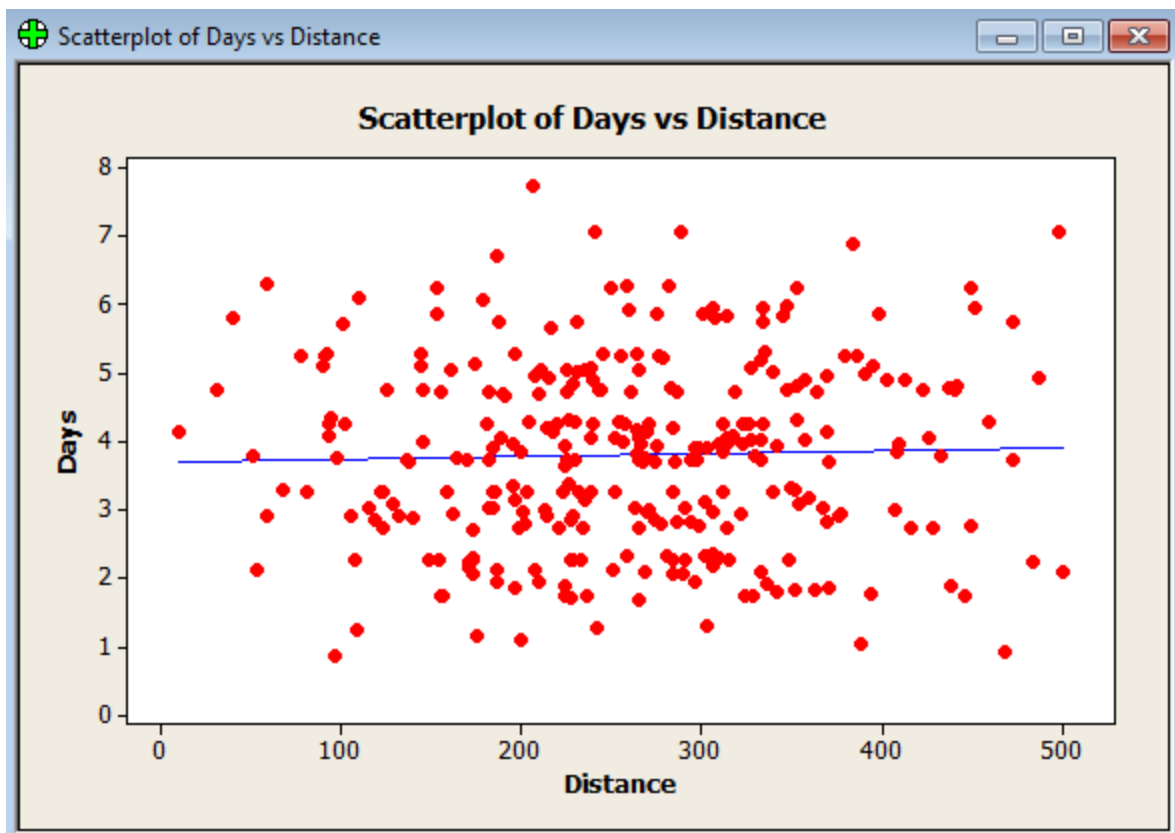


قدم چهارم: در قسمت y variables متغیر وابسته یعنی ستون Days و در قسمت X variables متغیر مستقل distance را وارد کنید .

در صورتیکه از قبل پی به نوع معادله خط رگرسیون (خطی، غیر خطی) بین دو متغیر X و Y بردید میتوانید در قسمت Data view , Regression , Model order نوع خط رگرسیون را تعیین کنید.

قدم پنجم: OK را بزنید .

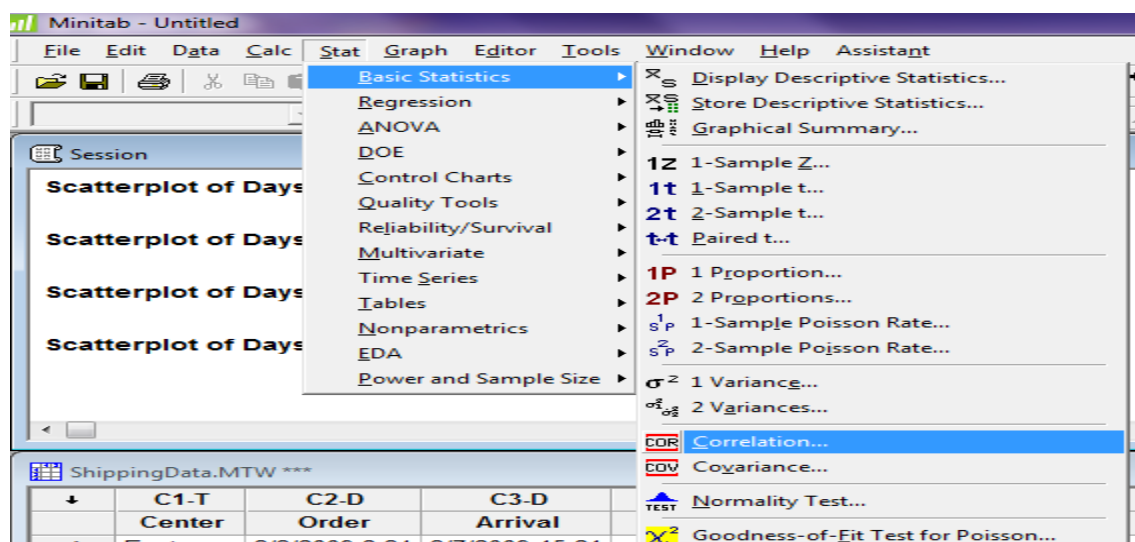




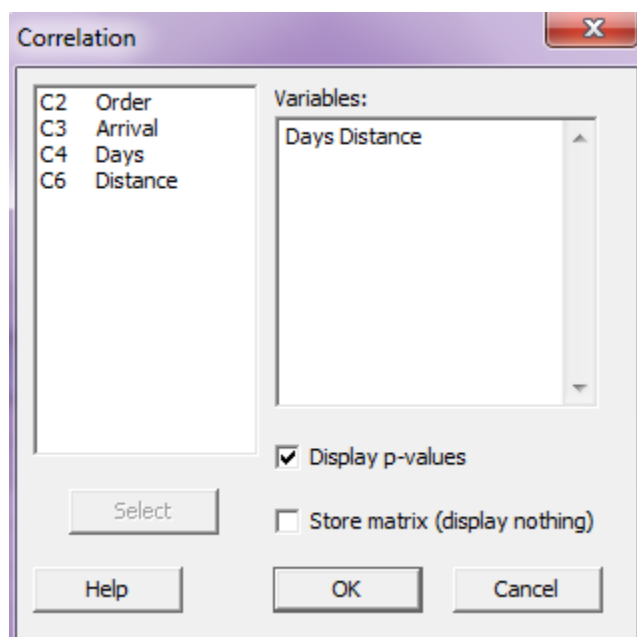
تحلیل: همان طور که از نمودار پیداست رابطه ی مثبت ضعیف بین فاصله و زمان تحویل وجود دارد.

پیدا کردن ضریب همبستگی (correlation) در Minitab:

قدم اول : مسیر زیر را دنبال کنید :



قدم دوم: در قسمت Variables ستون هايي كه ميخواهيد ضريب همبستگي آن را ببينيد وارد كنيد .(در اين مثال C4 و C6 را وارد كنيد).خروجي در صفحه Session نمايش داده مي شود .



در صورتيكه گزینه Display p-values فعال باشد علاوه بر اينكه ضريب همبستگي بين دو متغير در صفحه session نمايش داده ميشود P-Value مربوط به آزمون فرض اينكه آيا p برابر صفر است يا خير, نمايش داده ميشود , در صورتيكه P-Value بيش تر از 0.05 باشد , يعنى p برابر صفر مي باشد و هيچ رابطه اي بين X و Y وجود ندارد.

قدم سوم: ok را بزنيد.

Scatterplot of Days vs Distance

Scatterplot of Days vs Distance

Correlations: Days, Distance

Pearson correlation of Days and Distance = 0.033
P-Value = 0.571

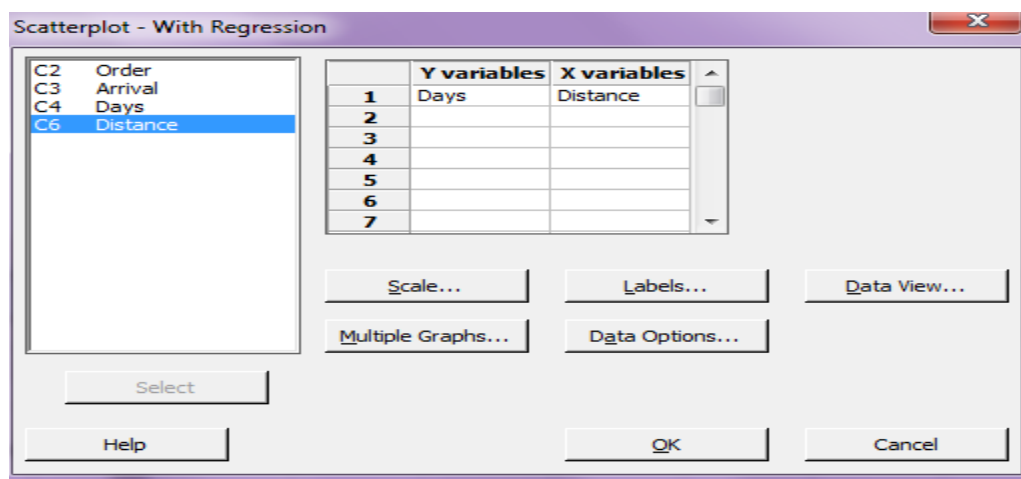
تحلیل : همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برابر 0.5 شده پس بین روز و فاصله تحویل هیچ رابطه ای وجود ندارد و ضریب همبستگی نیز برابر 0.033 شده که بیانگر یک رابطه مثبت خیلی ضعیف می باشد و نکته بالا را تایید می کند.

α خطای نوع I در پیش فرض برنامه برابر 0.05 می باشد و در صورتیکه p-value بزرگتر از α شود، فرض صفر (H_0) پذیرفته می شود .

طریقه رسم نمودار پراکنش در بازه های زمانی و مکانی مختلف:

با توجه به مثال قبل می خواهیم رابطه ی بین فاصله و زمان تحویل را در سه شعبه مرکزی ، غربی، و شرقی به طور جداگانه بررسی کنیم.

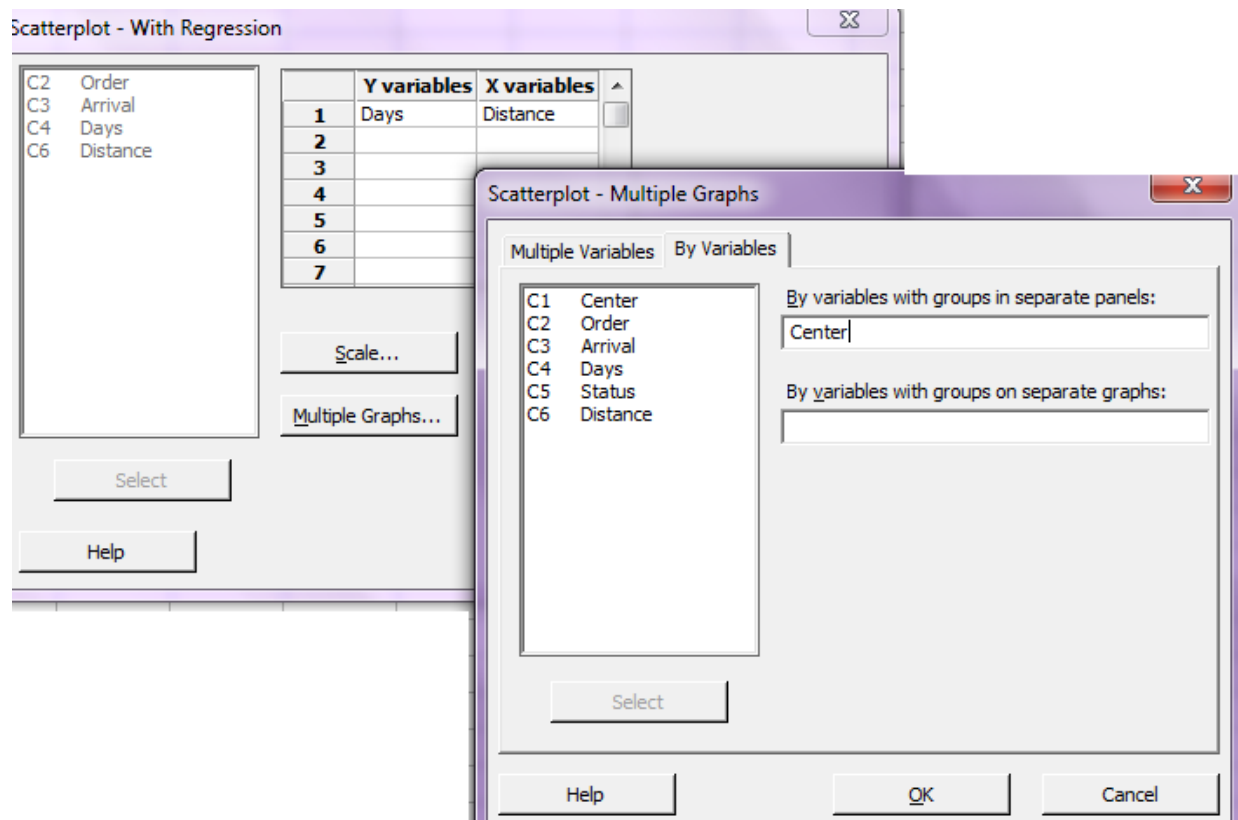
قدم اول: از منوی Graph گزینه Scatter plot را انتخاب کنید. و مانند مثال قبلی Days و distance را انتخاب کنید.

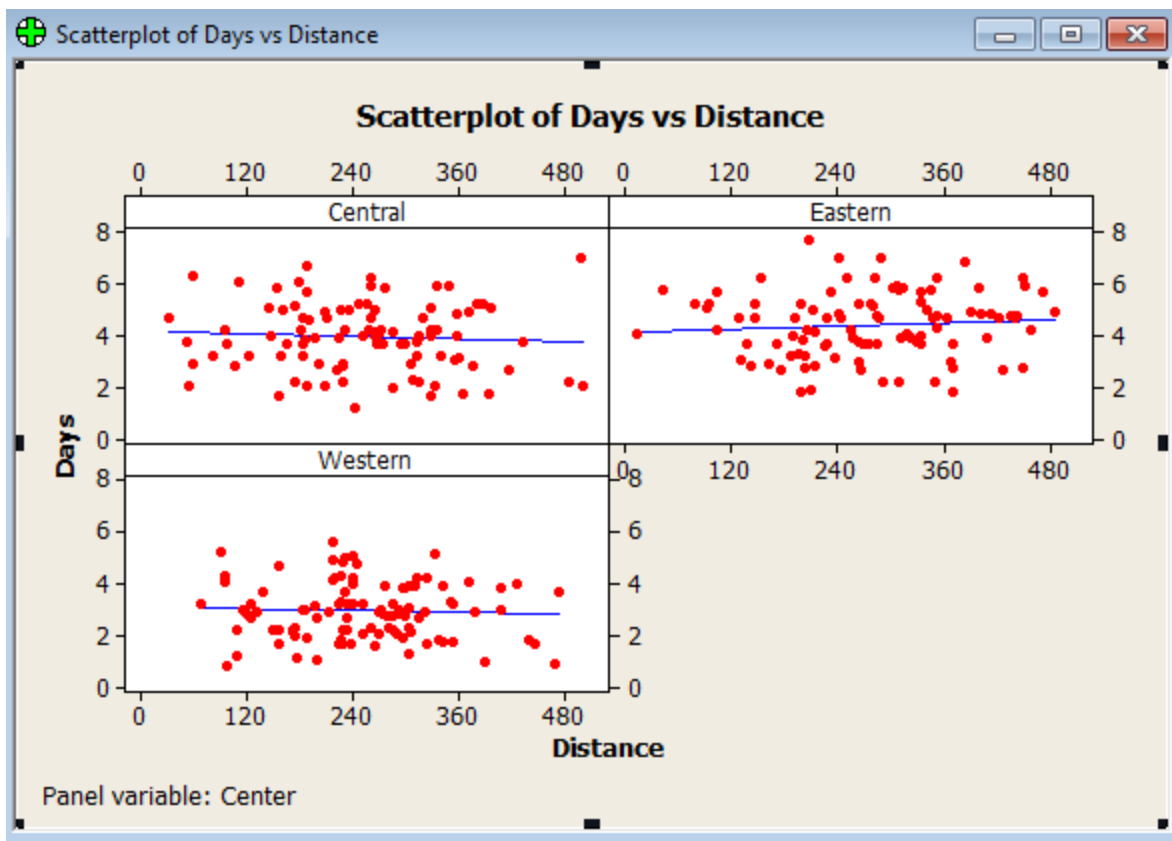


قدم دوم: در پنجره multiple graph , scatter plot with regresion را انتخاب کنید سپس به قسمت By variable رفته که 2گزینه دارد:

By variables with groups in separate panel: کلیه ی نمودارهای پراکنش در مکان ها و زمان های مختلف را در یک گراف نمایش میدهد. (در این مثال ستون center را زیر این قسمت وارد کنید تا نمودارهای پراکنش بین فاصله و زمان در سه شعبه غربی، مرکزی و شرقی در یک گراف نمایش داده شود.

زمان های مختلف در گراف های جداگانه و مستقل نمایش میدهد.
By variables with groups on separate graphs : نمودارهای پراکنش را در مکان ها و





تحلیل: نقاط روی نمودار هیچ نمونه‌ی خاصی از سه مرکز نشان نمی‌دهد. یعنی در هر شعبه بین فاصله سفارش و زمان تحویل همبستگی ضعیف وجود دارد پس اگر تاخیری در تحویل به وجود آمده به خاطر فاصله سفارش نبوده و باید دلایل آن شناسایی و حذف گردد.

هنگامیکه مشکل شناسایی شد و مشخصه کیفی مورد اندازه‌گیری تایید شد حال باید بررسی کنیم که این مشخصه کیفی از چه تابع توزیعی پیروی میکند، معمولاً تابع توزیع دلخواه نرمال میباشد، که مهندسان کیفیت ابتدا بررسی میکنند که آیا مشخصه کیفی مورد بررسی توزیع نرمال دارد یا خیر؟ در صورتیکه ندارد از تبدیل‌های لازم استفاده میکنند. ابزارهای که از این به بعد معرفی میکنیم ابزارهایی برای مطمئن شدن از نرمال بودن مشاهدات میباشد.

6) هیستوگرام:

از ابزار هیستوگرام برای پاسخ به 3 سوال زیر استفاده می‌کنیم:

- 1- شکل توزیع چیست؟
- 2- مکان یا تمایل مرکز توزیع چیست؟
- 3- پراکندگی یا گسترش توزیع چیست؟

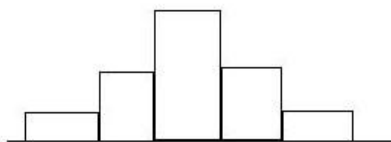
در spc از نمودار هیستوگرام برای مطمئن شدن از نرمال بودن داده ها استفاده می کنیم. برای ترسیم نمودار هیستوگرام از محور x ها برای بازه های اندازه گیری یک مشخصه کیفی متغیر و از محور y برای فراوانی مطلق آن اندازه گیری ها استفاده میکنیم.

معمولا هیستوگرام ها دو دسته اند وقتی محور y فراوانی نسبی و یا وقتی محور y فراوانی مطلق میباشد که Minitab فقط قابلیت رسم نوع دوم را دارد. همچنین میتوان نوع آن را برحسب درصد (percent) یا برحسب فراوانی (frequency) یا برحسب چگالی (Density) از پنجره Histogram در قسمت scale و y-scale type مشخص کرد.

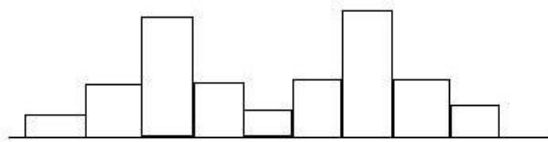
به هر میله در نمودار هیستوگرام یک bin گفته میشود که هر bin بیانگر یک بازه اندازه گیری از مشاهدات میباشد. اگر تعداد bin ها کم باشد آنگاه نتیجه خوبی نمیتوان از هیستوگرام گرفت و اگر زیاد باشد خیلی از مشاهدات از بین میروند معمولا تعداد bin ها را از رابطه $k=\sqrt{n}$ به دست میآوریم که n تعداد اندازه نمونه میباشد.

بررسی چند نمودار هیستوگرام:

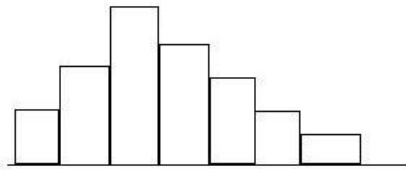
(1) هیستوگرام نرمال: تقریبا میانگین ، میانه و منطبقند و در شکل از تقارن قابل قبولی برخوردار است.



(2) دونمایی: فراوانی در وسط کم و در دو طرف حالت قله وجود دارد. این هیستوگرام وقتی ایجاد می شود که دو توزیع با میانگین های متفاوت ترکیب شده باشند.



(3) چولگی مثبت (کشیدگی به سمت راست-چولگی به راست): شکل قرینه نیست و هرچه به سمت مقادیر بزرگتر داده ها می رویم فراوانی کاهش می یابد.

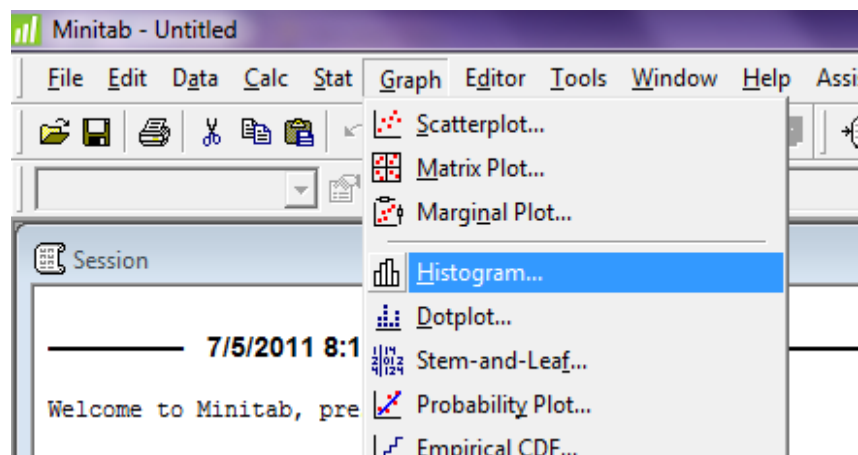


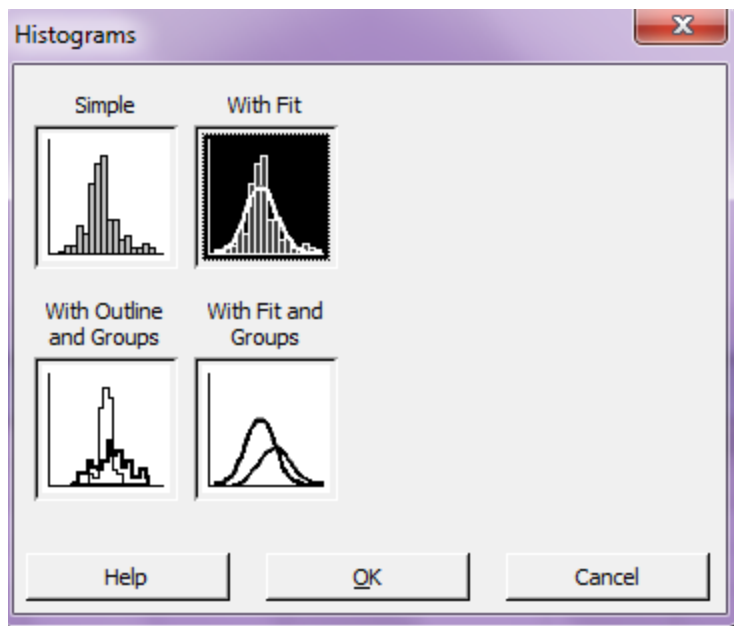
طریقه ی رسم نمودار هیستوگرام برای یک متغیر در Minitab:

مثال: فرض کنید برای شرکت تولیدی شامپو کار می کنید و می خواهید مطمئن شوید که درپوش شامپوها محکم بسته شده است یا نه؟ اگر شل بسته شده باشند در حین حمل و نقل ریخته شوند و هنگام خرید باز می شوند و اگر خیلی محکم بسته شده باشند برای خریدار باز کردن درپوش مشکل می باشد (مخصوصاً در موقع حمام گرفتن).

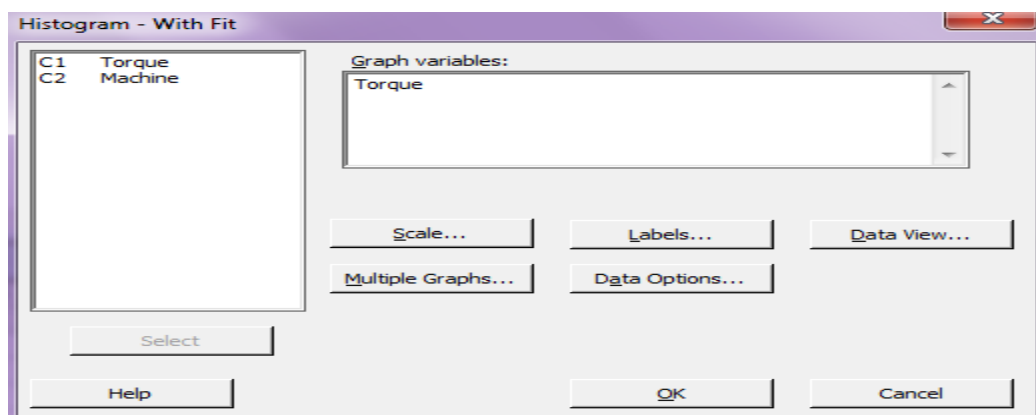
قدم اول : از منوی File گزینه Open worksheet را انتخاب کرده و فایل Cap.MTW را باز کنید

قدم دوم : از منوی Graph گزینه Histograms را انتخاب کنید. و از بین نمودار های موجود with fit (همراه با نمودار نرمال) را انتخاب کنید. اگر نوع With fit را انتخاب کنید Minitab منحنی تابع توزیع مورد نظر تان را رسم می کند و در صورتیکه مشاهدات شما به خوبی منحنی را پوشش دهند , می توان گفت که داده های تصادفی مورد بررسی از تابع توزیع انتخاب شده پیروی می کنند. منحنی پیش فرض Minitab , نرمال می باشد. اگر نوع Simple را انتخاب کنید , Minitab فقط هیستوگرام داده های شما را رسم می کند.





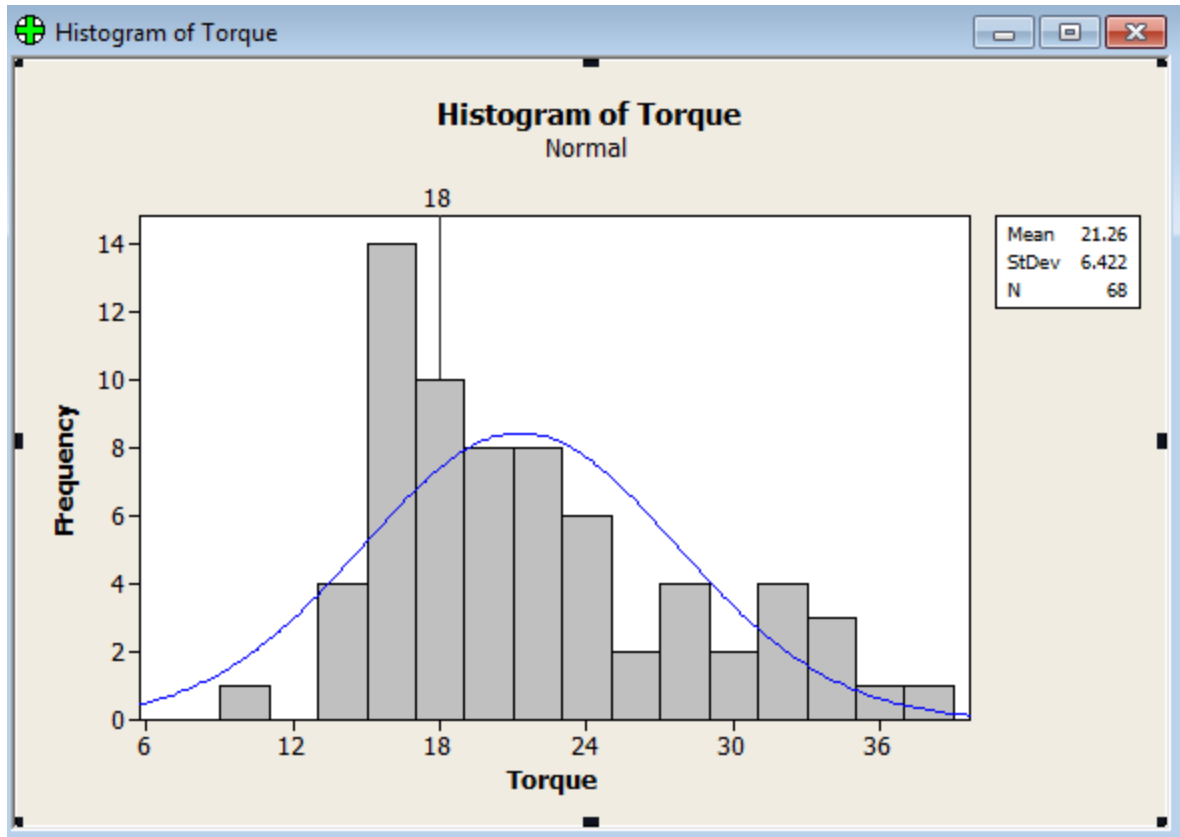
قدم سوم: برای محور x ها در پنجره ی Graph variables ، ستون متغیر مورد نظر را وارد کنید. (در این مثال C1 را وارد کنید).



در این شرکت داده های ما گشتاور مورد نیاز برای باز کردن در شامپو ها بوده شرکت اعلام کرده به طور میانگین مقدار گشتاور باید 18 باشد و اگر گشتاور کمتر از 11 باشد یعنی در آن شل بسته شده و اگر گشتاور بیش از 24 باشد یعنی در شامپو بیش از اندازه سفت بسته شده است. با این اوصاف می خواهیم داده های خود را بررسی کنیم .

می توانید برای متغیر خودتان یک مقدار هدف یا تارگت تعریف کنید . برای این کار به Scale رفته و در Show reference lines at data values مقدار آن را وارد کنید.

قدم چهارم: Ok را بزنید .

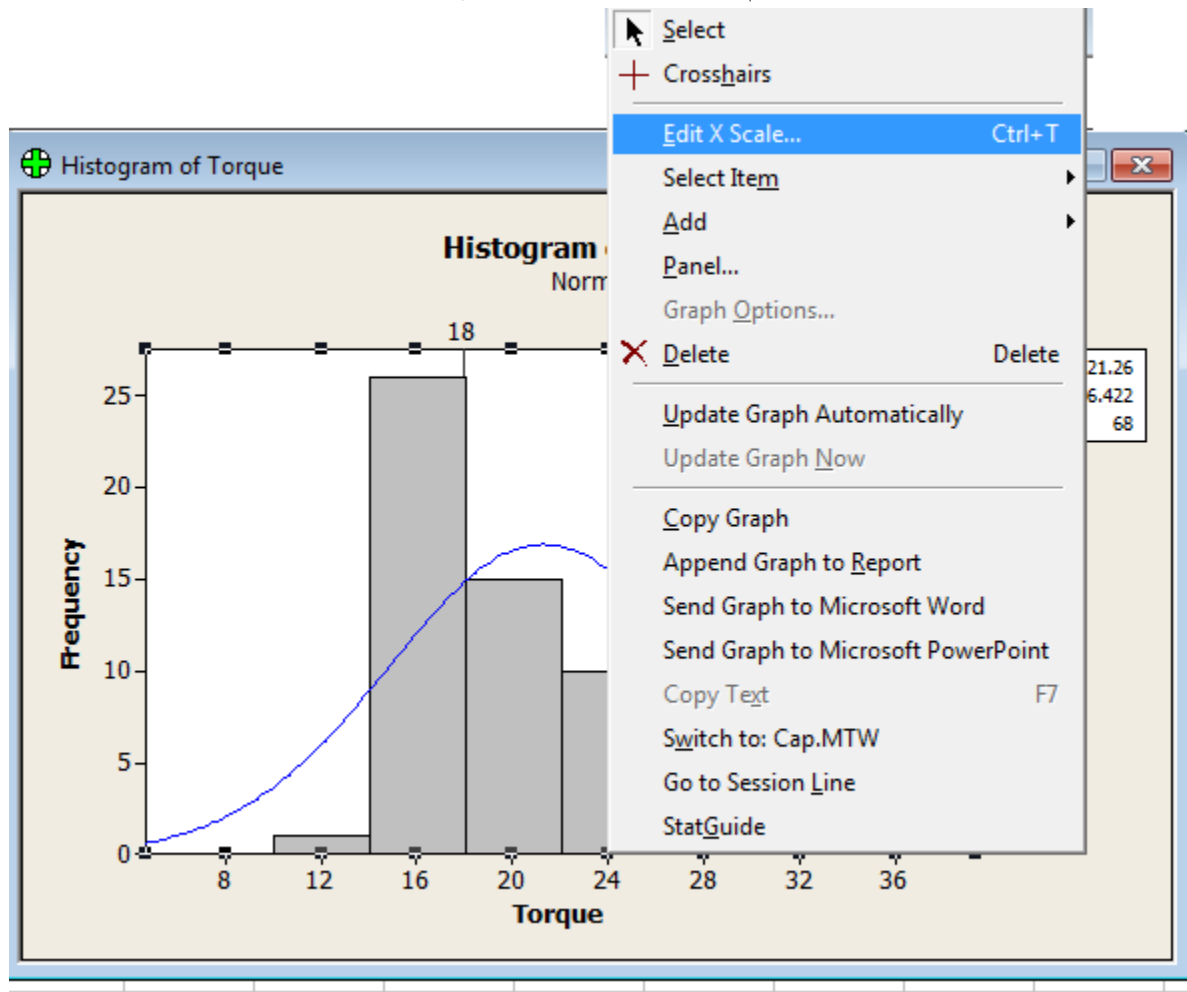


تحليل نتایج: همانطور که می بینید میانگین نمونه گشتاور ها 2.26 می باشد یعنی بیشتر داده ها تقریباً سفت بسته شده اند. يك داده با گشتاور 4 باز می شود یعنی در آن شل بسته شده است. خیلی از درپوشها به گشتاوري بالاي 24 براي باز شدن نیاز داشتند یعنی بیشتر در شامپوها سفت بسته شدند. پس باید ترتیبی اتخاذ دهیم تا بتوانیم گشتاور مورد نیاز برای باز کردن در شامپو ها را کاهش دهیم .

اگر نشانگر موس را بروي ستون داده هاي خود در نمودار هیستوگرام ببرید مقدار دقیق گشتاور را به صورت Value و فراوانی آن را به صورت Bar نشان می دهد.

همانطور که گفته شد اگر بخواهیم هیستوگرام دقیقی داشته باشیم باید تعداد bin ها و بازه ی هر کدام را درست تعریف کنیم پس چون 68 مشاهده داریم تقریباً باید 8 bin داشته باشیم هم چنین میتوانیم فاصله هر bin را از رابطه $W=R/K$ به دست بیاوریم که R همان دامنه تغییرات میباشد. ($R=X_{MAX}-X_{MIN}$) در این مثال R برابر است با 34.66 پس مقدار W تقریباً برابر با 4.5 میشود و کران پایین برای شروع نمونه گیری برابر $(x_{min}-p)$ می باشد که در آن p خطای اندازه گیری و یا خطای آخرین رقم اعشاری می باشد مثلاً برای داده های 21.5 22 23 24 خطای اندازه گیری برابر 0.1 و برای داده های 21.06 22.1 23 24 برابر 0.01 میباشد، در این مثال خطای اندازه گیری برابر یک می باشد و از آنجاییکه کوچکترین داده برابر 10 می باشد پس اولین bin مربوط به بازه ی 9 تا 13.5 می باشد و

نقطه ی میانی این بازه برابر 11.25 میباشد. برای وارد کردن تعاریف فوق در Minitab ابتدا باید روی محور X در نمودار هیستوگرام کلیک راست کرده سپس Edit X Scale را انتخاب کنید.



حال binnig را انتخاب کنید و در قسمت interval definition ، Midpoint /cutpoint position را انتخاب کرده و اعداد را مطابق شکل زیر وارد کنید سپس ok را بزنید.

Edit Scale

Scale | Show | Binning | Attributes | Labels | Font | Alignment

Interval Type

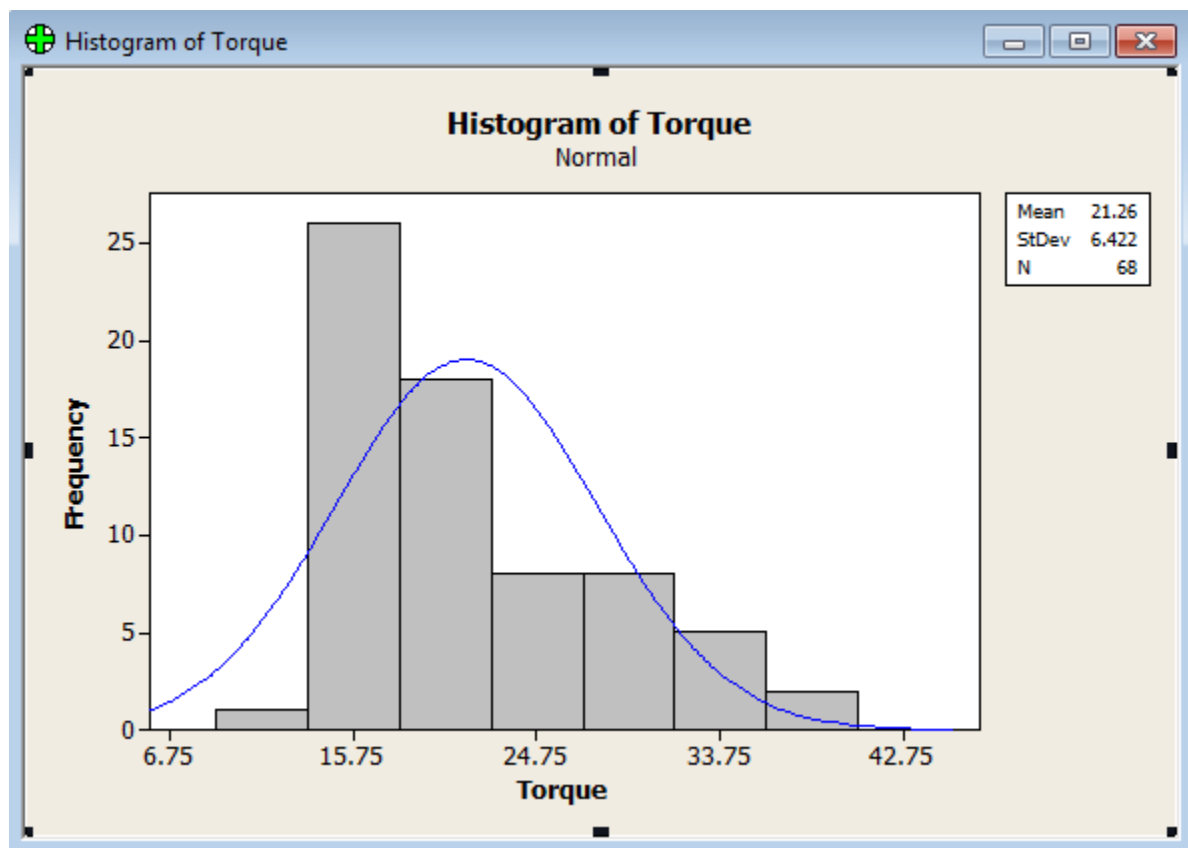
☒ Midpoint
☐ Cutpoint

Interval Definition

☐ Automatic
☐ Number of intervals: 8
☒ Midpoint/Cutpoint positions:

11.25 15.75 20.25 24.75 29.25 33.75 38.25 42.75

Help OK Cancel



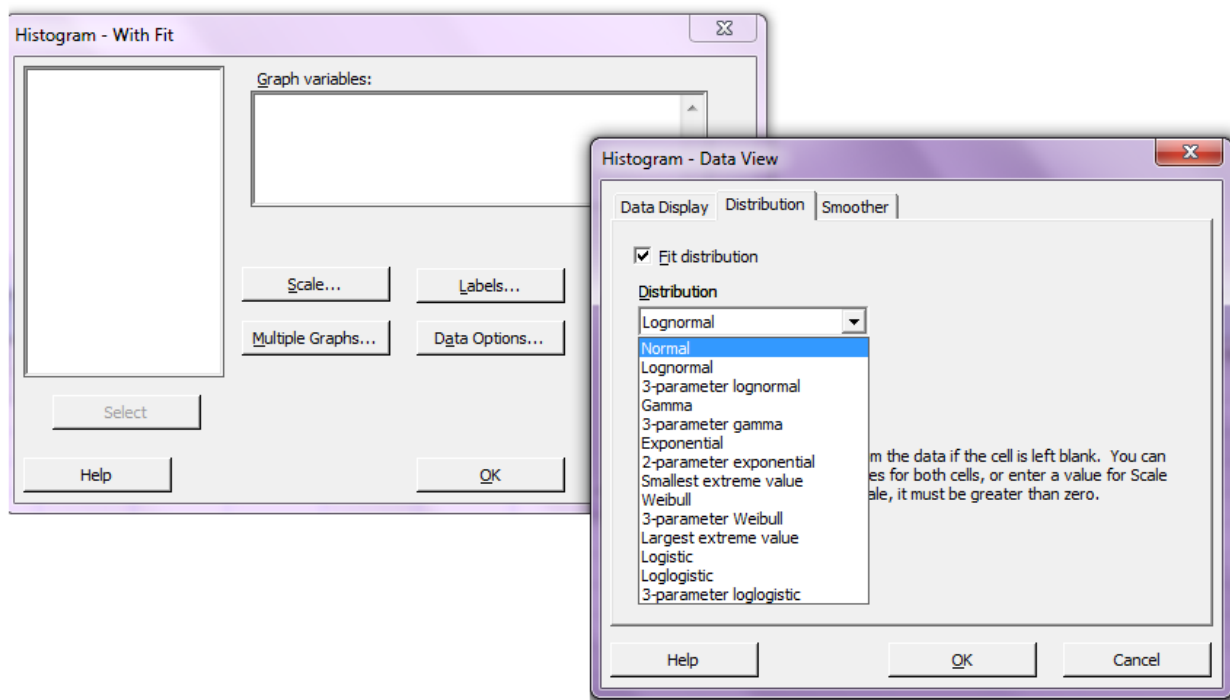
وقتی از منوی graph نمودار Histogram را انتخاب میکنید Minitab چند گزینه در اختیار شما قرار میدهد که به شرح هریک میپردازیم.

:Simple

هنگامیکه میخواهید فقط هیستوگرام یک متغیر را رسم کنید از این گزینه استفاده کنید.

:Simple With Fit

هنگامیکه میخواهید هیستوگرام یک متغیر را رسم و سپس بررسی کنید که آیا متغیر مورد بررسی توزیع خاصی دارد یا خیر؟ پیش فرض برنامه این است که نرم افزار شکل تابع توزیع نرمال را رسم میکند اگر داده ها به خوبی منحنی تابع توزیع نرمال را پوشش بدهند پس متغیر مورد بررسی از توزیع نرمال پیروی میکند. در صورتیکه بخواهیم منحنی ای را که میخواهیم داده هایمان را با آن فیت کنیم تغییر دهیم وقتی این گزینه را انتخاب کردید به Data view رفته و Distribution را انتخاب کنید و در قسمت Distribution تابع توزیع مورد نظرتان را وارد کنید.



: With Fit and Groups

از گزینه برای رسم هیستوگرام های داده های متغیرهای مختلف در یک گراف و بررسی آنها به طور همزمان با همدیگر استفاده می شود. همچنین می توان بررسی کرد که آیا متغیرهایمان تابع توزیع خاصی دارند یا خیر؟

:With Outline And Groups

از این گزینه فقط برای رسم هیستوگرام داده های متغیرهای مختلف به طور همزمان استفاده میشود به طوریکه هیستوگرام هر متغیر فقط به صورت خطوط شکسته نمایش داده می شود و از binها استفاده نمی شود.

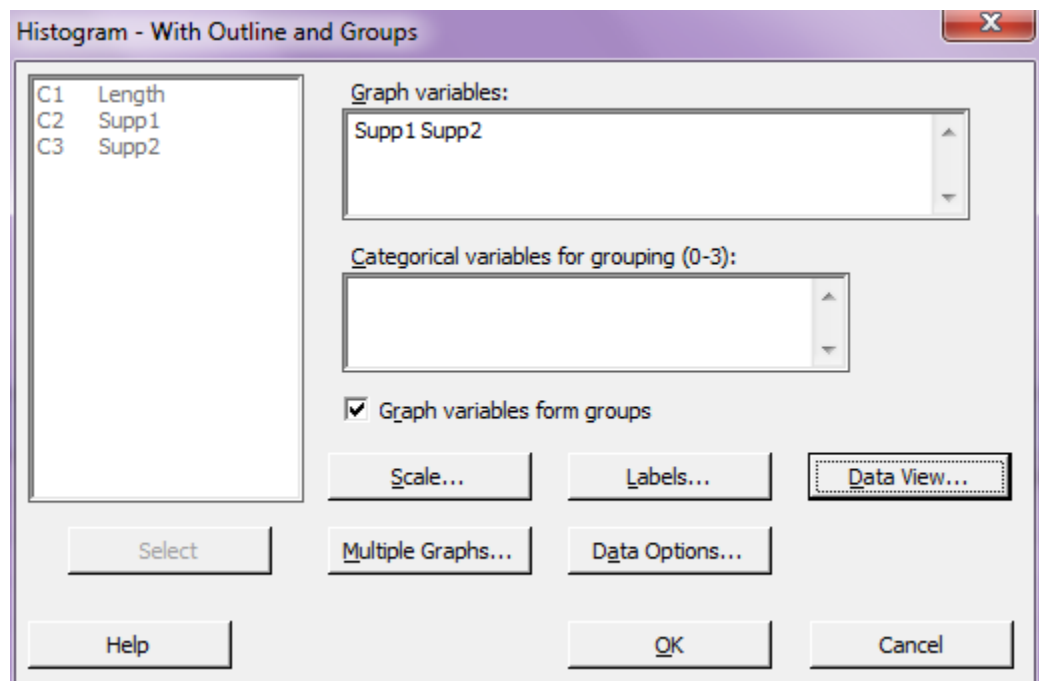
طریقه رسم هیستوگرام برای چند متغیر در Minitab :

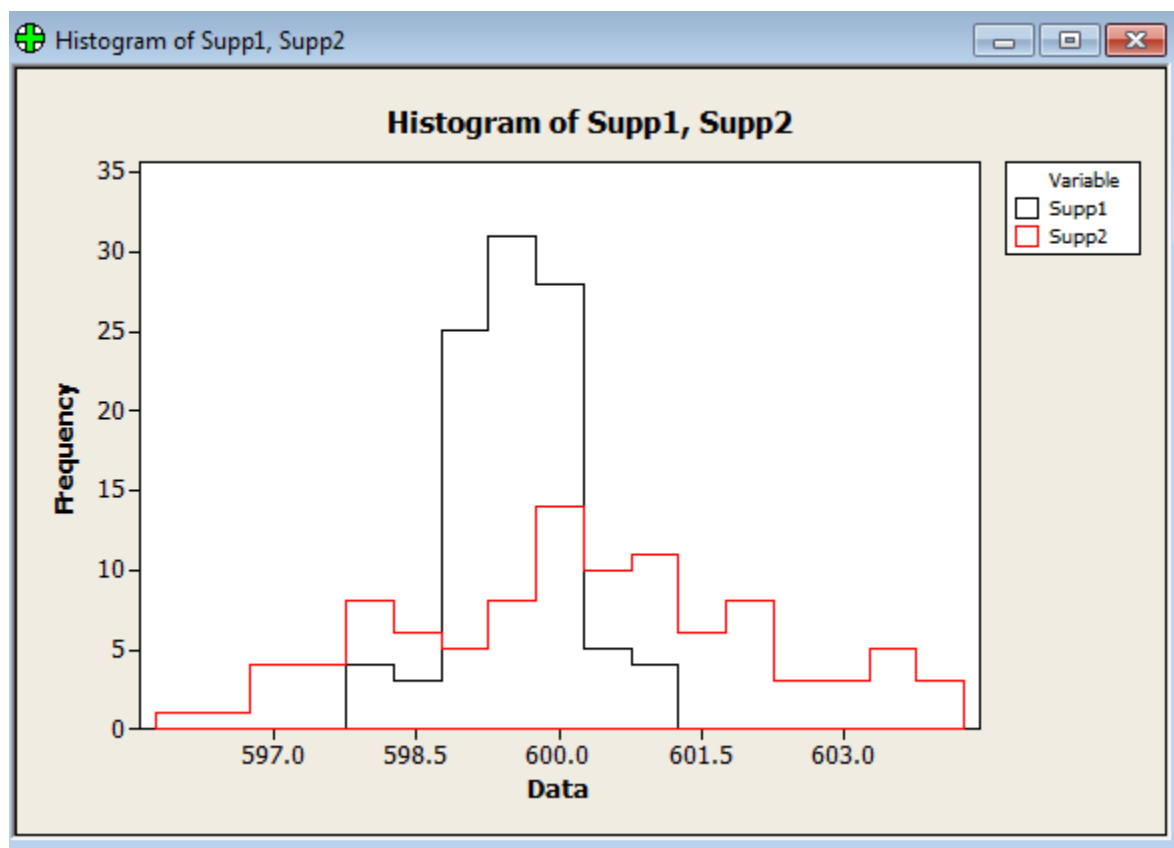
مثال : فرض کنید در يك كارخانه ي اتومبيل سازي كار مي كنيد و يكي از اشكالاتي كه با آن مواجه شديد طول ميل بادامك استفاده شده در موتور است . پس از بررسي متوجه مي شودي كه اين ميل بادامك ها از 2 تامين كننده مختلف تامين مي شود. شما 100 نمونه از اين 2 تامين كننده گرفته و آنها را باهم مقايسه مي كنيد.

قدم اول: از منوي File گزینه Open worksheet فایل Camshaft.MTW را انتخاب کنید.

قدم دوم : از منوي Graph گزینه Histograms را انتخاب کرده و With outline and groups را انتخاب کنید.

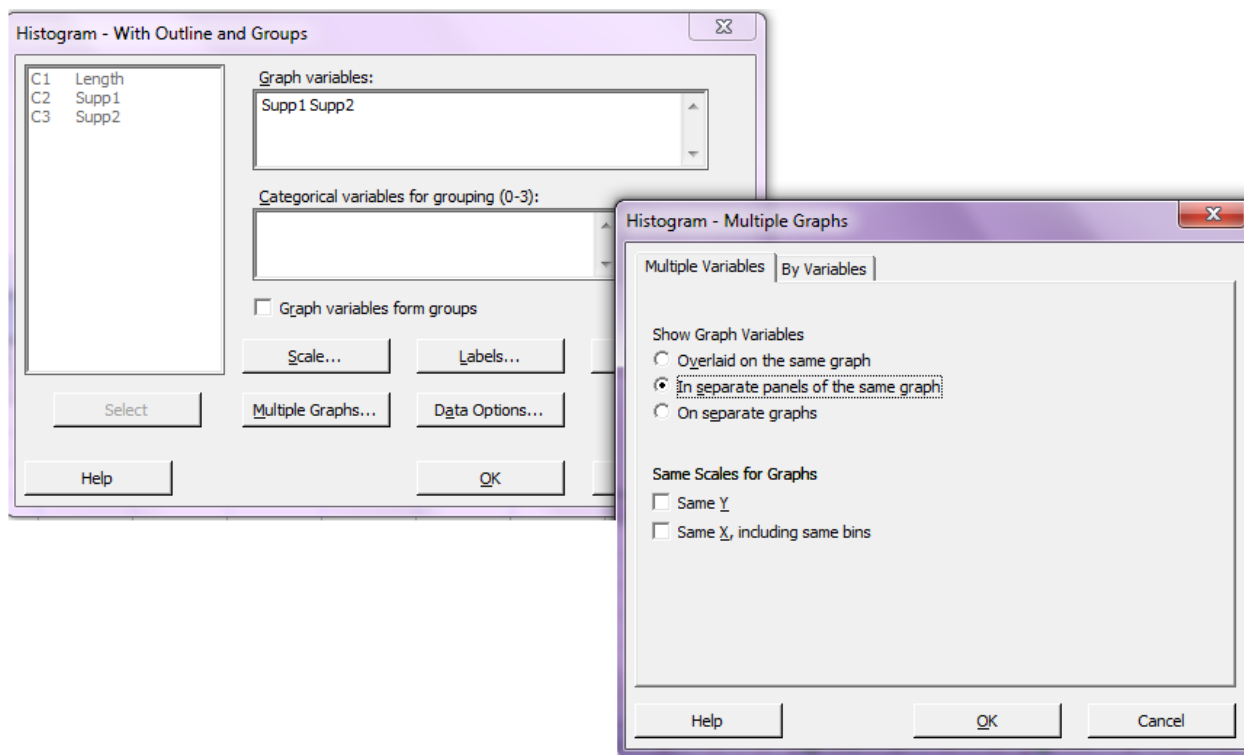
قدم سوم: در قسمت Graph variables دو ستون Supp1 و Supp2 را وارد کنید و Ok را بزنید.



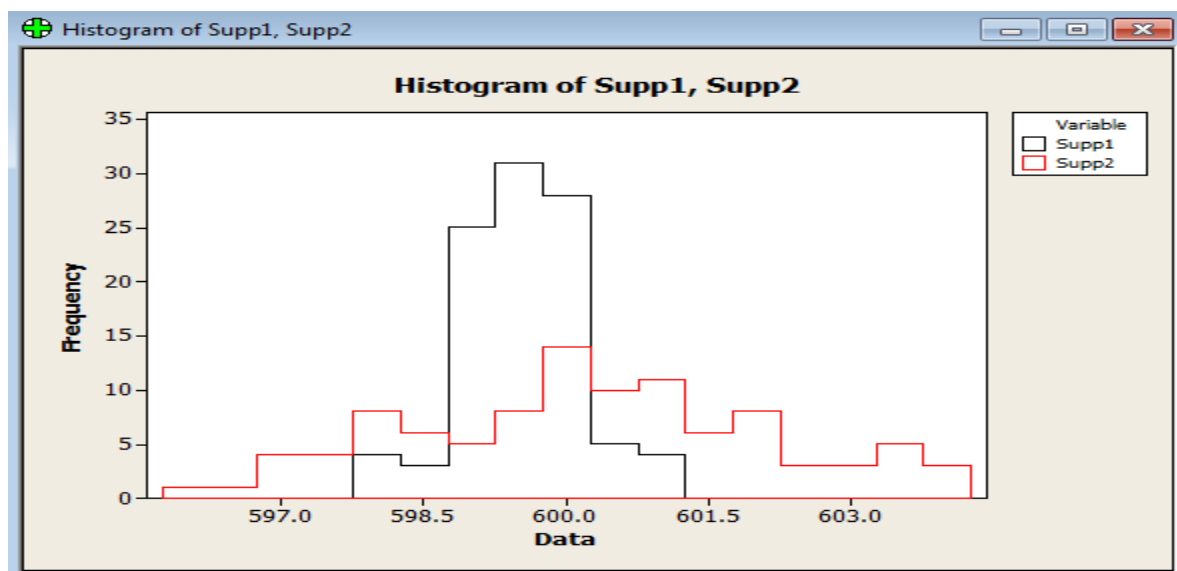


تحليل: همانطور که مشاهده مي کنيد ميانه گين Supp1 از Supp2 کمتر است و پراکندگي داده هاي Supp1 از Supp2 نیز کمتر مي باشد پس خريد از تامین کننده اول بهتر مي باشد.

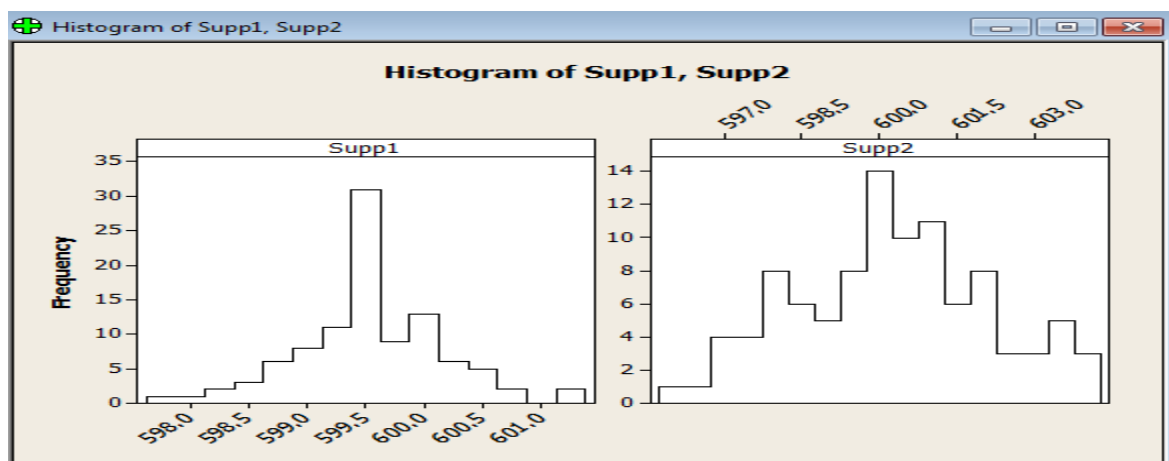
در صورتیکه بخواهيم هيستوگرام هر متغير را جداگانه رسم کنيم از پنجره Histogram-With Outline and Groups گزینه Multiple Graphs را انتخاب کنيد.



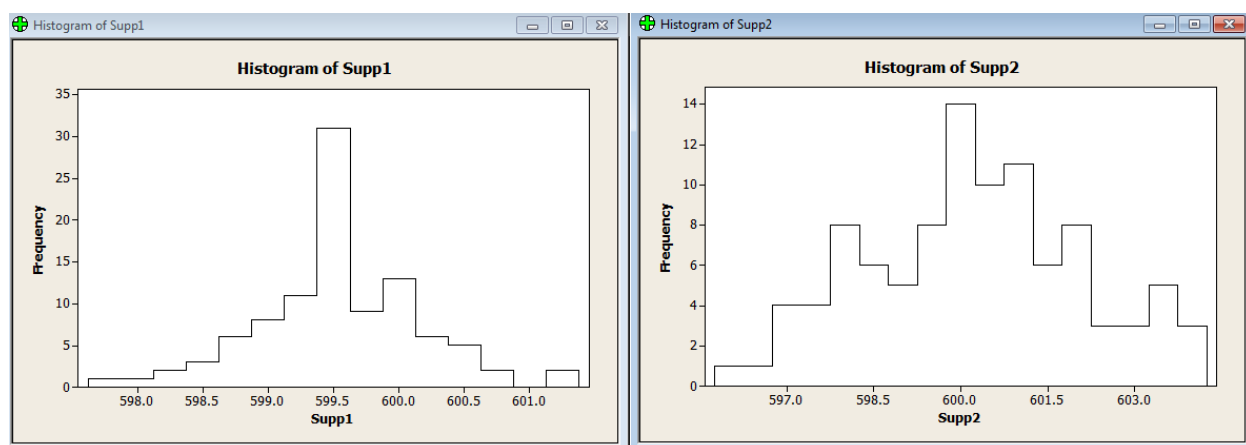
در قسمت show Graph variables اگر overlaid on the same graph را انتخاب کنید هیستوگرام همه ی متغیرها را با هم نمایش میدهد.



اگر In Separate Panel of the same Graph را انتخاب کنید هیستوگرام هر متغیر را جداگانه اما در یک گراف نمایش میدهد.



و اگر on separate panel را انتخاب کنید هیستوگرام هر متغیر را در گراف های جداگانه رسم میکند.



همانطور که گفته شد از نمودار هیستوگرام بیشتر برای شکل توزیع استفاده می شود و ما در کنترل کیفیت آماری بیشتر تمایل داریم داده های ما نرمال باشد اما نمودار histogram روش خوبی برای مطمئن شدن از نرمال بودن داده ها نمی باشد. برای تست نرمال بودن داده ها از آزمون فرض اندرسون- دارلینگ یا آزمون کولموگروف اسمیرنوف که روش های دقیق تری هستند استفاده می شود.

(7) آزمون اندرسون دارلینگ :

این آزمون فرض ، آزمونی است که فرض نرمال بودن داده ها را بررسی می کند. این آزمون دقیق ترین و قوی ترین روش برای مطمئن شدن از نرمال بودن داده ها می باشد. چون تابع توزیع تجمعی تجربی مشاهدات را با تابع توزیع تجمعی نرمال مقایسه میکند. آزمون اندرسون دارلینگ برای برازش کلیه تابع

توزیع ها به کار می رود و دقیق ترین آزمون فرض برای برآزش داده ها می باشد. روش انجام این آزمون برای برآزش داده های نرمال به صورت زیر می باشد:

ابتدا داده ها را به ترتیب صعودی مرتب کرده و مقدار آماره آزمون را به صورت زیر محاسبه می کنند:

$$A^2 = -n - \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (2i-1)(\ln F(Y_i) + \ln(1 - F(Y_{n+1-i})))$$

$$F(Y_i) = p(z < \frac{Y_i - \mu}{\sigma})$$

=n اندازه نمونه

Y_i = داده ی مرتب شده

در صورتیکه μ و σ مشخص نباشند از \bar{x} و s استفاده می شود.

سپس مقدار P-Value را ابتدا با محاسبه \hat{A}^2 به دست می آورند که در آن \hat{A}^2 برابر است با

$$\hat{A}^2 = A^2 \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2}\right)$$

$$\text{If } 0.6 < \hat{A}^2 < 13 \quad P - \text{Value} = \exp(1.2937 - 5.709\hat{A}^2 + 0.0186\hat{A}^{2^2})$$

$$\text{If } 0.34 < \hat{A}^2 < 0.6 \quad P - \text{Value} = \exp(0.9177 - 4.279\hat{A}^2 - 1.38\hat{A}^{2^2})$$

$$\text{If } 0.2 < \hat{A}^2 < 0.34 \quad P - \text{Value} = 1 - \exp(-8.318 + 42.796\hat{A}^2 - 59.938\hat{A}^{2^2})$$

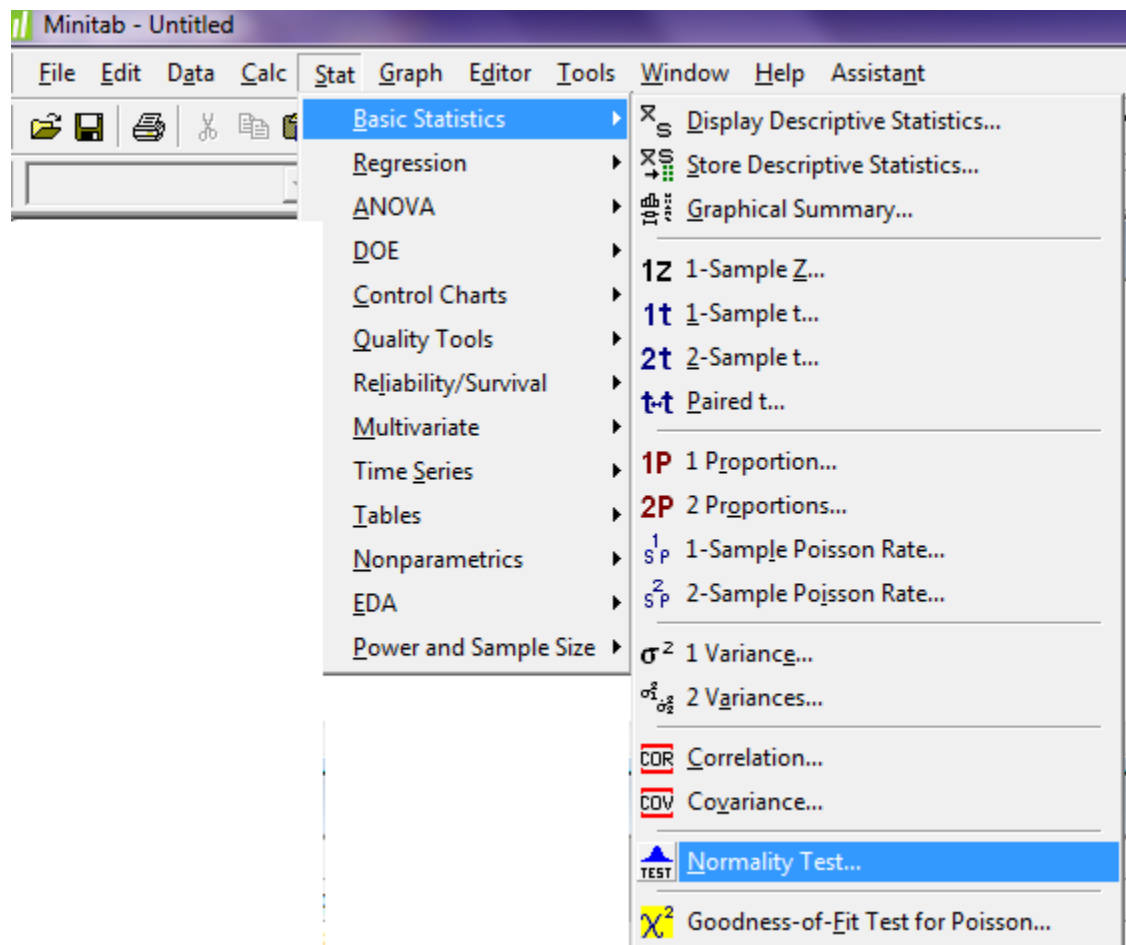
$$\text{If } \hat{A}^2 < 0.2 \quad P - \text{Value} = 1 - \exp(-13.436 + 101.14\hat{A}^2 - 223.73\hat{A}^{2^2})$$

$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : X \sim N(\mu, \sigma) \\ H_1 : X \not\sim N(\mu, \sigma) \end{array} \right.$	<p>IF p-value > α ACCEPT H_0</p> <p>IF p-value < α REJECT H_0</p>
---	---

انجام آزمون اندرسون دارلینگ با استفاده از Minitab :

مثال : برای داده های مثال تامین کننده های میل بادامک در فایل camshaft بررسی کنید که آیا طول میل بادامک های تامین کننده 1 توزیع نرمال دارد یا خیر؟ با استفاده از آزمون اندرسون دارلینگ این آزمون را انجام دهید و در صورتیکه P-value بزرگ تر از 0.05 شد یعنی داده های شما نرمال هستند.

مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت variable ستون supp1 را وارد کنید و در قسمت Tests For Normality Anderson- Darling را انتخاب کنید.

Normality Test

Variable: Supp1

Percentile Lines

☒ None

☐ At Y values:

☐ At data values:

Tests for Normality

☒ Anderson-Darling

☐ Ryan-Joiner (Similar to Shapiro-Wilk)

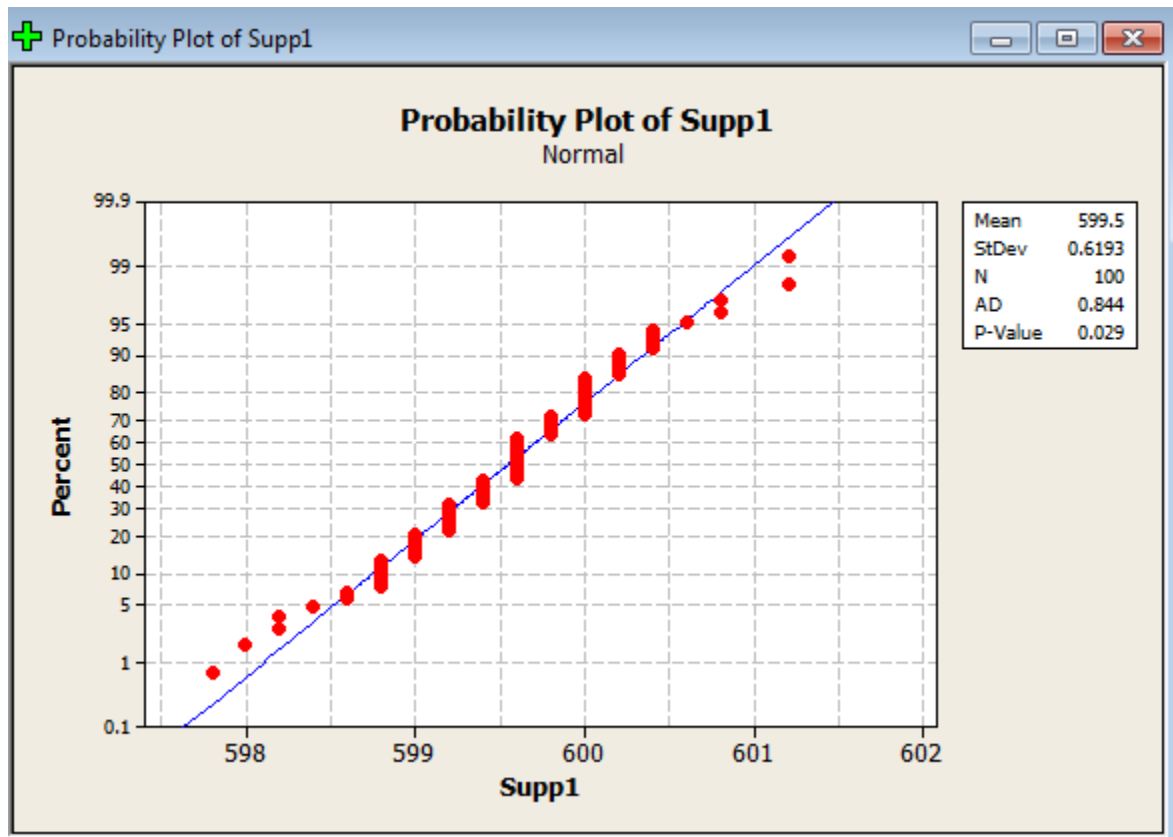
☐ Kolmogorov-Smirnov

Select

Title:

Help OK Cancel

Ok را بزنید.



تحلیل: مقدار p-value برابر 0.029 شده که کمتر از 0.05 میباشد پس مشخصه کیفی طول میل بادامک توزیع نرمال ندارد. همچنین مشاهدات طرح احتمال نرمال را به خوبی پوشش ندادند.

P-value : P(H0 | صحیح باشد H0) رد

(8) آزمون کولموگروف-اسمیرنف :

این آزمون فرض , آزمون دقیقی برای برآزش کردن داده هاست زیرا با مقایسه تابع توزیع تجمعی تجربی مشاهدات (F_n) با تابع توزیع تجمعی فرضی داده ها (F_0) بررسی میکند که آیا مشاهدات یا داده های ما تابع توزیع خاصی دارند یا خیر؟ به همین منظور در این آزمون فرض حتی با نمونه های کمتر میتوان به نتایج مطمئنی دست یافت و ضعف آزمون نیکویی برآزش مربع کای (χ^2) که حتما تعداد مشاهدات حداقل 100 تا باشد تا به نتایج مطمئنی دست یافت , پوشش داده شده است .

روش انجام این آزمون فرض بدین صورت است که اگر اختلاف بین F_n با F_0 زیاد باشد فرض صفر رد میشود.

$$H_0 : X \sim f(x)$$

$$H_1 : X \not\sim f(x)$$

$$F_n = \frac{i}{n} \quad X_i \leq x < X_{i+1} \quad i=0,1,2,\dots,n \quad i = \text{تعداد مشاهداتی که از } x_i \text{ تجاوز نکند}$$

$$F_0 = F_0(x_i)$$

F_n = تابع توزیع تجمعی تجربی مشاهدات

F_0 = تابع توزیع تجمعی فرض صفر

که در آن x_1 معرف کوچکترین مقدار اول در نمونه تصادفی ($i=1$) , x_2 کوچکترین مقدار دوم ($i=2$) ... x_n بزرگترین مقدار تصادفی میباشد ($i=n$). (تعداد مشاهدات = n)

$$D^+ = \max_i = \{ | F_n - F_x | \} \quad D^- = \max_i = \left\{ \left| F_x - \frac{i-1}{n} \right| \right\}$$

$$KS = D = \max\{D^+, D^-\}$$

IF $KS \geq D_{\alpha,n}$ Reject H_0

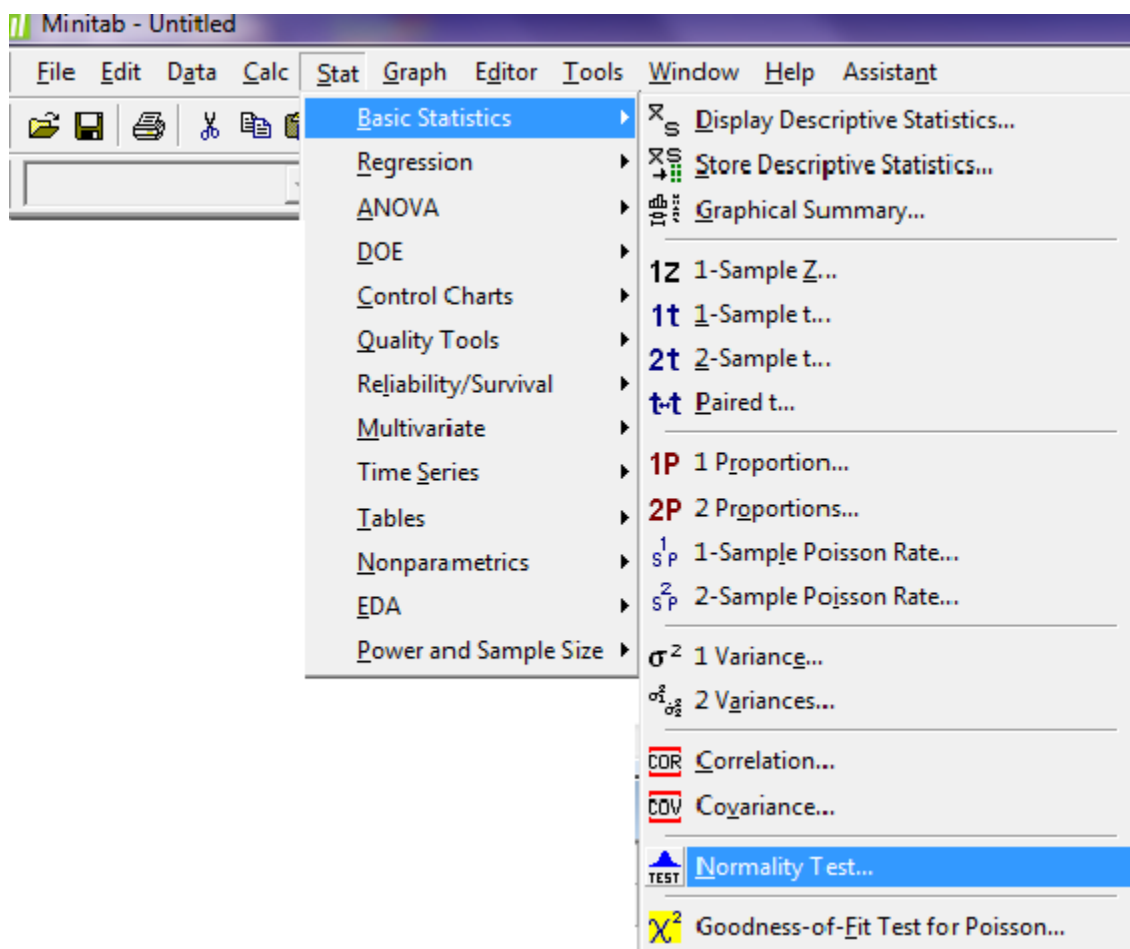
$D_{\alpha,n}$ = مقدار بحرانی آزمون کولموگروف – اسمیرنف

یکی از ضعف هایی که Minitab دارد این است که آزمون کولموگروف – اسمیرنف را فقط برای توزیع نرمال انجام میدهد و انجام این آزمون برای تابع توزیع های دیگر مقدور نیست.

انجام آزمون کولموگروف – اسمیرنف با Minitab

مثال: میخواهیم داده های مثال قبل را که با آزمون اندرسون دارلینگ انجام دادیم این بار با آزمون کولموگروف-اسمیرنف انجام دهیم.

مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت variable ستون supp1 را وارد کنید و در قسمت Tests For Normality آزمون Kolmogorov-Smirnov را انتخاب کنید.

Normality Test

Variable:

Percentile Lines

☒ None

☐ At Y values:

☐ At data values:

Tests for Normality

☐ Anderson-Darling

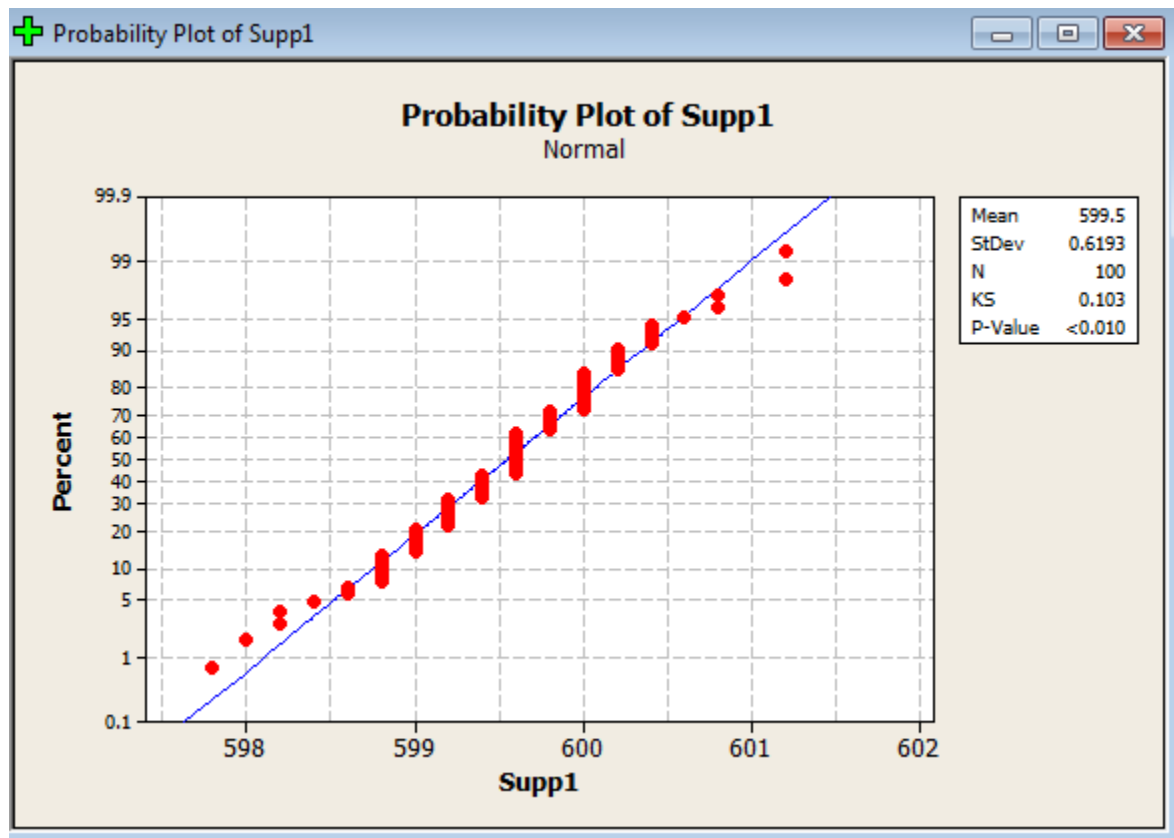
☐ Ryan-Joiner (Similar to Shapiro-Wilk)

☒ Kolmogorov-Smirnov

Select

Title:

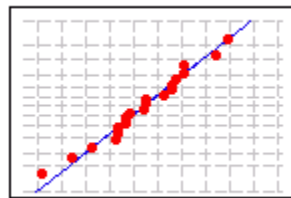
Help OK Cancel



تحلیل: همانطور که در تصویر بالا پیداست مقدار P-Value برای این آزمون کوچکتر از 0.05 شده پس فرض صفر مبنی بر اینکه مشاهداتمان توزیع نرمال دارند رد میشود. همچنین مشاهداتمان طرح احتمال نرمال را به خوبی پوشش ندادند.

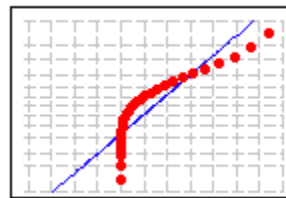
در صورتیکه داده های تصادفی مانند شکل 1 بتوانند طرح احتمال نرمال را پوشش دهند پس میتوان گفت که مشاهداتمان توزیع نرمال دارند در غیر این صورت (مانند شکل 2) مشاهداتمان توزیع غیر نرمال دارند.

Probability Plot of Normal Data



1

Probability Plot of Nonnormal Data



2

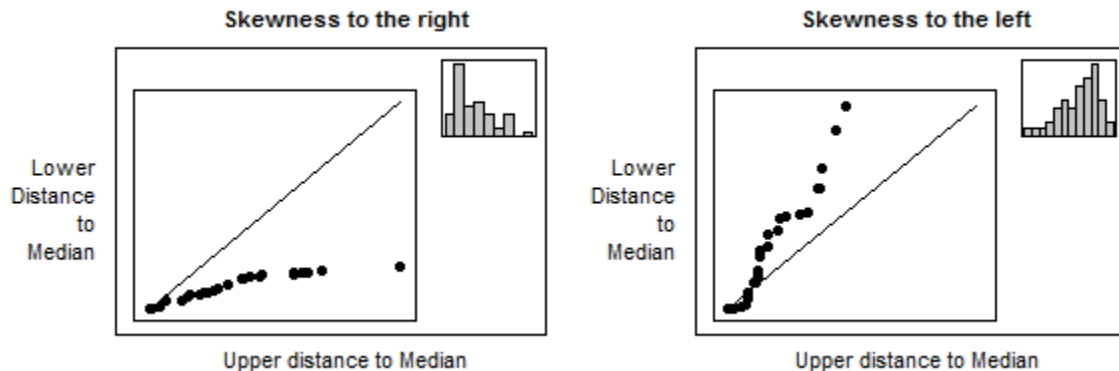
9) نمودار تقارن (Symmetry plot):

از این نمودار برای بررسی و ارزیابی اینکه آیا داده های تصادفی از توزیع متقارن و نرمال پیروی می کنند یا نه ، استفاده میشود. پس نمودار تقارن یکی دیگر از ابزارها برای بررسی نرمال بودن داده هایمان میباشد.

نمودار تقارن حالت خاصی از نمودار Probability Plot میباشد که فقط طرح احتمال نرمال را رسم میکند. نمودار تقارن یا نمودار احتمال را میتوان به عنوان جایگزینی برای نمودار هیستوگرام در جهت تعیین نوع تابع توزیع ، مرکز و تغییر پذیری توزیع مشاهداتمان استفاده کرد. نمودار احتمال نسبت به هیستوگرام از این برتری برخوردار است که دیگر ضرورتی برای تقسیم دامنه ی تغییرات به فواصل مختلف وجود ندارد. از طرف دیگر نمودار احتمال برای اندازه نمونه های نسبتاً کوچک نتایج قابل قبولی را ارائه میکند (معمولاً چنین نتایجی در هیستوگرام به دست نمی آید هم چنین در رسم هیستوگرام چون از تقسیم دامنه تغییرات بر تعداد binها استفاده میکنیم باید از اندازه نمونه ی بزرگ استفاده کنیم تا به نتایج دقیق تری دست پیدا کنیم).

شکل 1 نمونه ای از یک نمودار تقارن است که بیانگر پیروی کردن متغیر تصادفی از توزیع نرمال میباشد. هرچقدر این نقاط به نمودار نزدیکتر باشند ، تقارن بیشتری در داده ها وجود دارد . هرچند با داده

های نرمال شده نیز، میتوانید انتظار وجود نقاطی در بالا یا پایین خط را داشته باشید. دور شدن نقاط از خط اصلی در نمودار باعث ایجاد کجی در نمودار نرمال می شود و باعث می شود که این نمودار به سمت چپ یا راست گرایش پیدا کند. در صورتیکه مشاهداتمان به سمت بالای خط تقارن میل کنند یعنی مشاهداتمان چولگی به چپ دارند و اگر داده هایمان به سمت پایین خط میل کنند یعنی چولگی به راست در مشاهداتمان دیده میشود.



روش ایجاد یک طرح احتمال نرمال به این صورت است که ابتدا داده ها را به ترتیب صعودی مرتب میکنیم و آن ها را رتبه بندی میکنیم که نمونه ی اول دارای رتبه 1 و نمونه ی آخر دارای رتبه n میباشد. سپس مکان رسم هر مشاهده دارای رتبه j را از رتبه ی زیر به دست می آوریم:

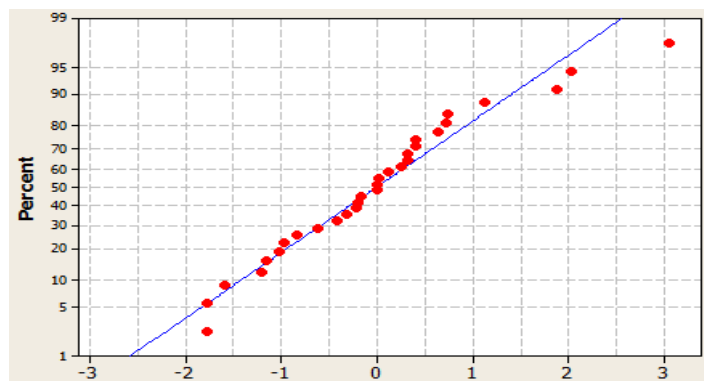
$$p_j = \frac{j - \frac{1}{2}}{n}$$

p_j مکان رسم مشاهده j ام

رتبه مشاهده j ام $j = 1, 2, \dots, n$

انحراف معیار مشاهدات نیز میتواند شیب خط مستقیم باشد. که در صورتیکه انحراف معیار واقعی جامعه را نداشته باشیم از انحراف معیار نمونه ($S = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n-1}}$) استفاده میکنیم.

در رسم طرح احتمال دو محور عمودی داریم که یکی برابر با $100(1-P_j)$ و دیگری $100P_j$ میباشد و محور افقی مربوط به مشاهدات میباشد.



1

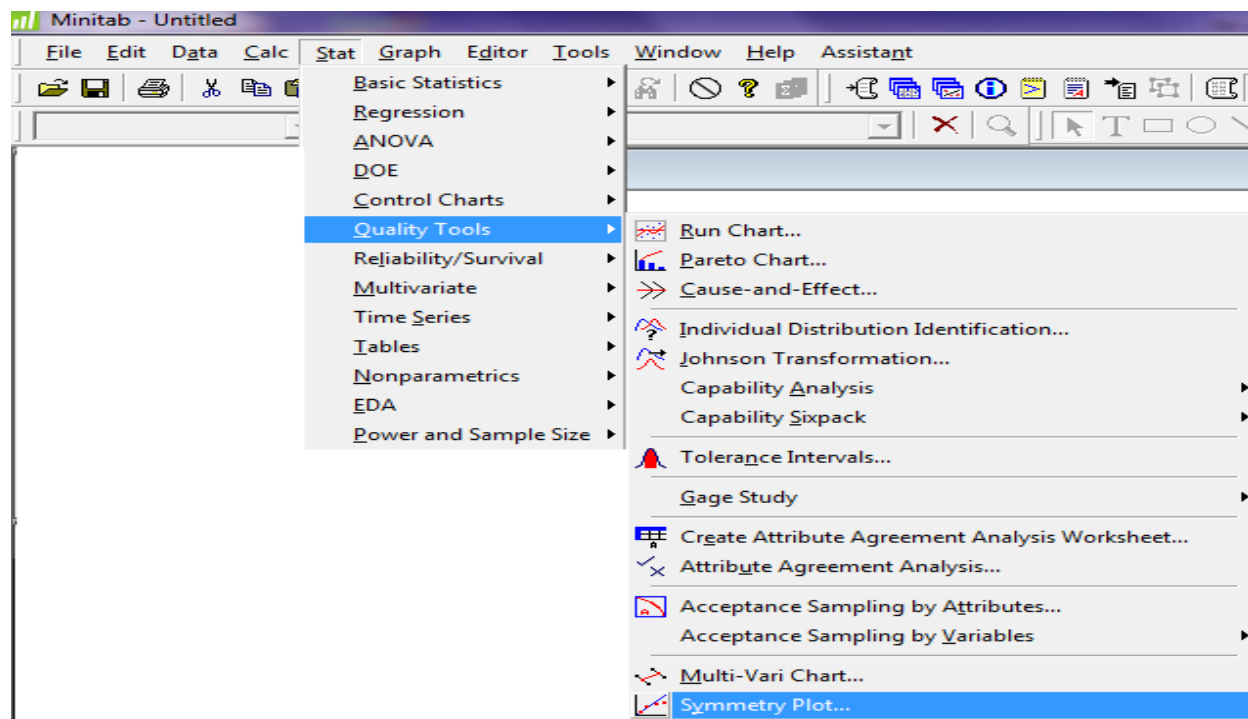
طریقه رسم نمودار تقارن (Symmetry plot) با Minitab :

مثال: می‌خواهیم با توجه به مثال قبل نمودار تقارن را برای supp1 رسم کنیم.

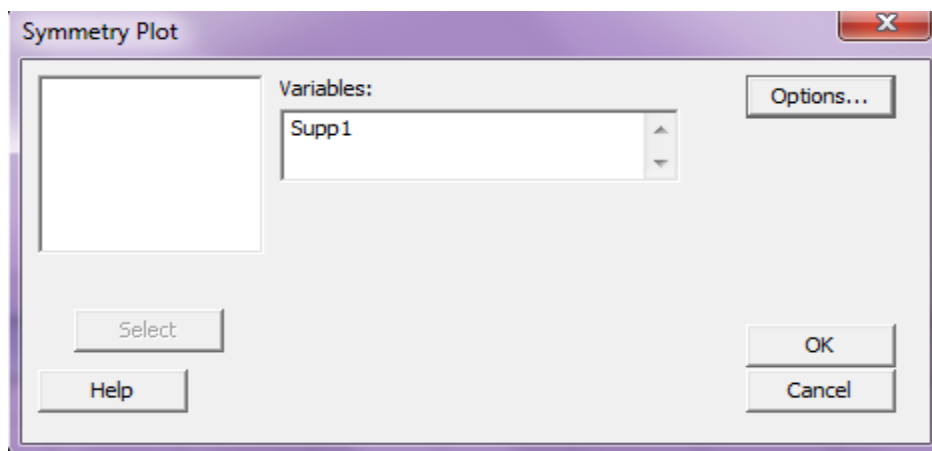
حال مراحل زیر را برای رسم نمودار انجام دهید:

قدم 1: از منوی File گزینه Open worksheet فایل Camshaft.mtw را انتخاب کنید .

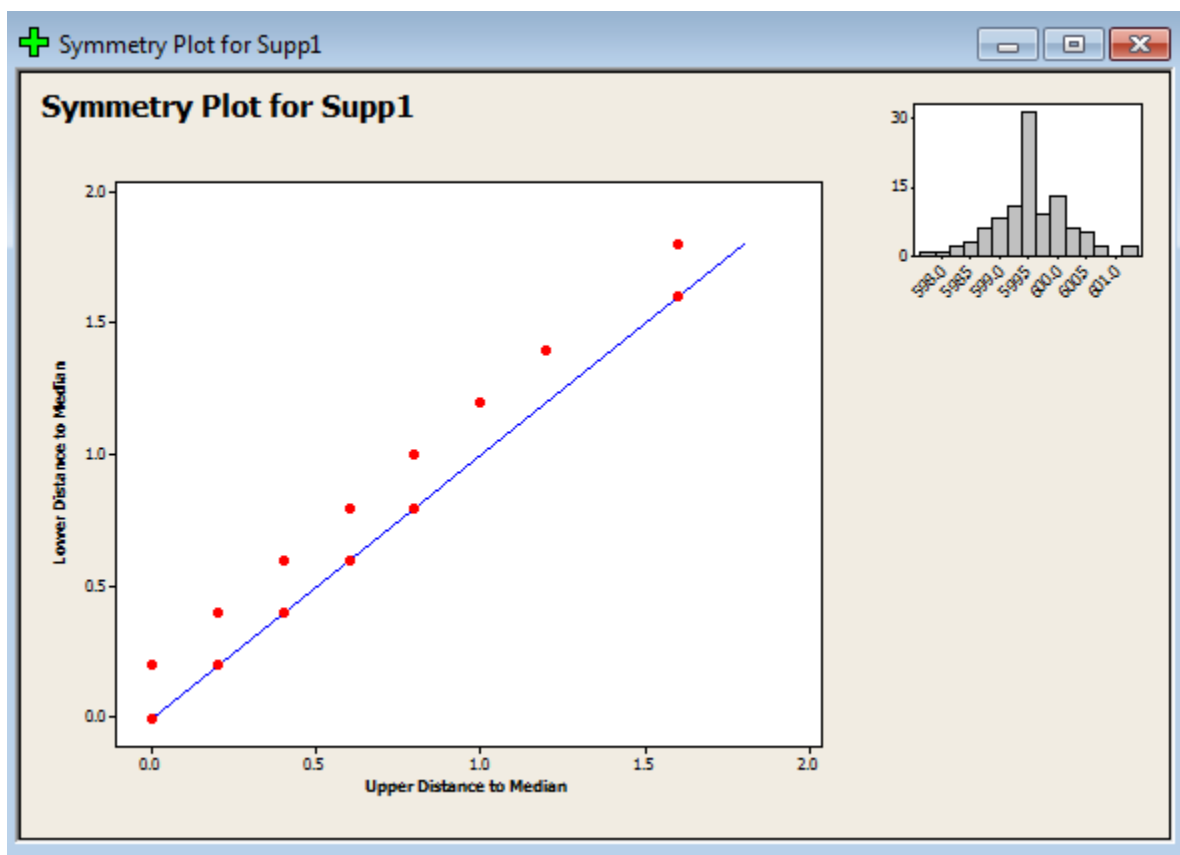
قدم 2: مسیر زیر را دنبال کنید .



قدم 3: در قسمت Variables سلول supp1 را وارد کنید و Ok را بزنید.

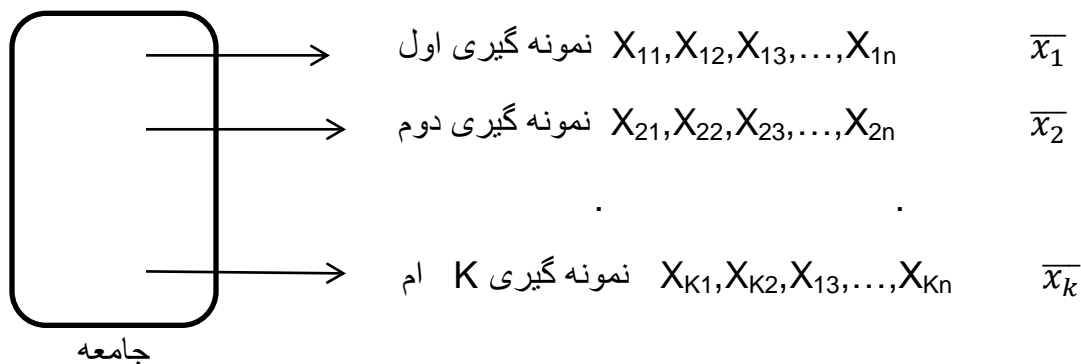


نتیجه ی کار به صورت نمودار زیر حاصل می شود :



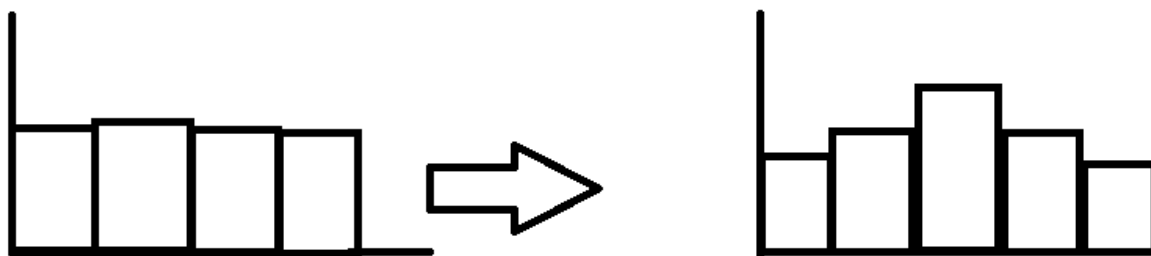
تحلیل: همانطور که از نمودار پیداست ، تعداد نقاط کمی روی خط تقارن قرار گرفته اند. این نمودار نشان می دهد که خمیدگی در سمت چپ تابع توزیع است. به هیستوگرام نرمال توجه کنید.

حتما تا به حال از خود پرسیدید اگر مشاهدات ما توزیع نرمال نداشت باید چه کار کنیم؟ بسیاری از تحلیل گران ترجیح میدهند که اگر توزیع مشخصه کیفی تفاوت قابل ملاحظه ای با توزیع نرمال نداشته باشد، از روش های استاندارد مبتنی بر توزیع نرمال پیروی کنند. محققان مختلفی اثر فاصله گرفتن از فرض توزیع نرمال را بر نمودارهای کنترل بررسی نمودند. تحقیقات به این نکته اشاره میکند که اثر فاصله گرفتن از توزیع نرمال بر روی ضرایب ثابت نمودار کنترل ناچیز است مگر اینکه جامعه ی مورد مطالعه با توزیع نرمال بیش از حد فاصله داشته باشد و یا به عبارت دیگر خیلی غیر نرمال باشد. هم چنین این تحقیقات نیز اطلاعاتی در مورد اثر غیر نرمال بودن توزیع مشخصه ی کیفی بر حدود کنترل نمودار \bar{x} ارائه میکند در این اطلاعات ، بررسی بر روی توزیع های یکنواخت ، نرمال چولگی به راست، گاما با پارامتر مقیاس 1 و پارامترهای شکل برابر 1,2,3,4 و یک توزیع ترکیبی دو نمایی که از ترکیب دو توزیع نرمال حاصل میگردد انجام گرفته است. نتایج حاصل حاکی از این است که در اغلب موارد اندازه نمونه های 4 یا 5 تایی و تعداد نمونه گیری بالا (مثلا 25 الی 30) به اندازه کافی بزرگ هستند که با استفاده از قضیه حد مرکزی بتوان فرض نرمال بودن مشخصه کیفی را مناسب دانست. به هیستوگرام های زیر توجه کنید وقتی که هیستوگرام برای داده های انفرادی و وقتی برای میانگین زیر گروه ها برای همان مشخصه کیفی برای یک جامعه تولیدی رسم شده است .



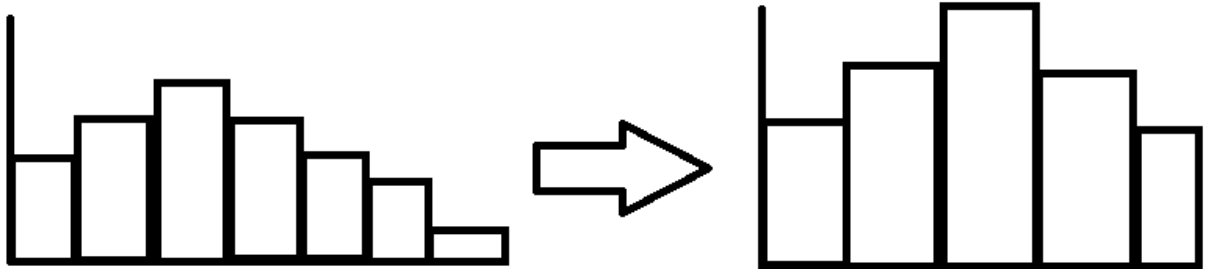
اندازه نمونه $n =$

تعداد دفعات نمونه گیری $k =$



هیستوگرام مقادیر انفرادی

هیستوگرام تقریبا نرمال \bar{x}



هیستوگرام چولگی به راست مقادیر انفرادی

هیستوگرام تقریباً نرمال \bar{x}

در صورتیکه از روش های فوق نیز نتیجه نگرفتیم و یا اینکه نخواهیم از نمودار \bar{x} استفاده کنیم میتوانیم از تبدیل هایی که در زیر معرفی میکنیم استفاده کنید.

روش های تبدیل مشخصه های کیفی غیر نرمال به نرمال:

(1) روش تبدیل معکوس:

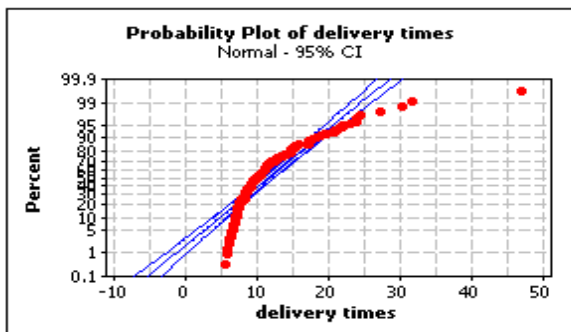
در این روش متغیر تبدیل شده از رابطه زیر به دست می آید.

$$y = \frac{1}{x}$$

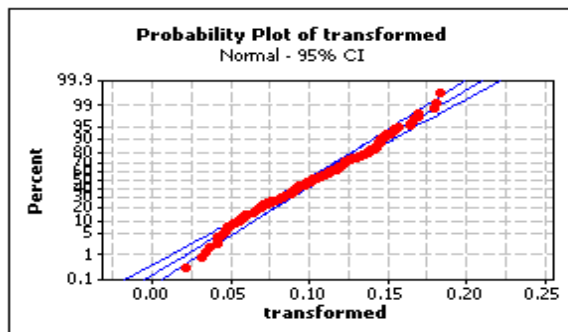
متغیر تبدیل شده $Y =$

متغیر قبلی $x =$

شکل زیر مربوط به نمودار احتمال مربوط به زمان های تحویل پیتزا (x ها) میباشد که توزیع آن چولگی به راست دارد اما با تبدیل متغیر $y = 1/x$ آن گاه y ها توزیع نرمال دارند.



Pizza delivery times are right skewed and don't appear normally distributed.



Take the reciprocal to make the data more normal. The reciprocal is obtained by using the equation of $Y = 1/X$. So the transformed data = $1 / \text{delivery time}$. The probability plot shows the transformed data much more closely following a normal distribution.

2) روش لگاریتمی:

در این روش متغیر تبدیل شده از رابطه زیر به دست می آید:

$$y = \log_e(x) = \ln(x)$$

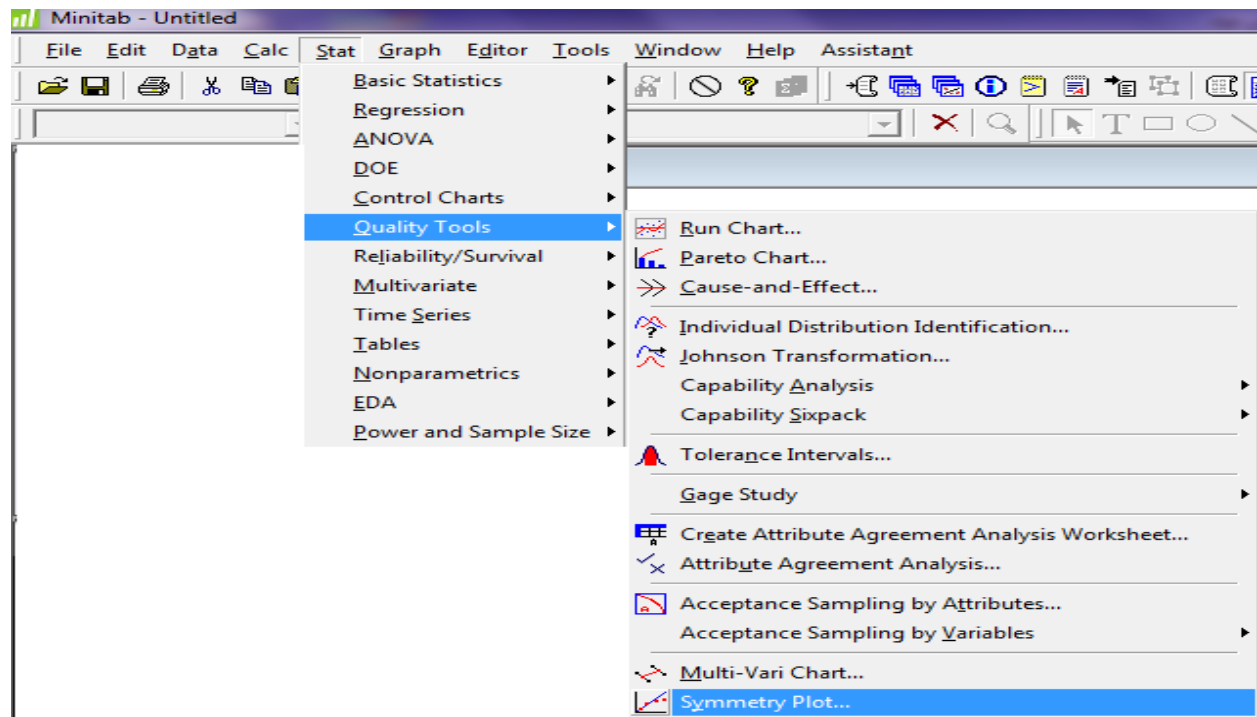
متغیر تبدیل شده $Y =$

متغیر قبلی $X =$

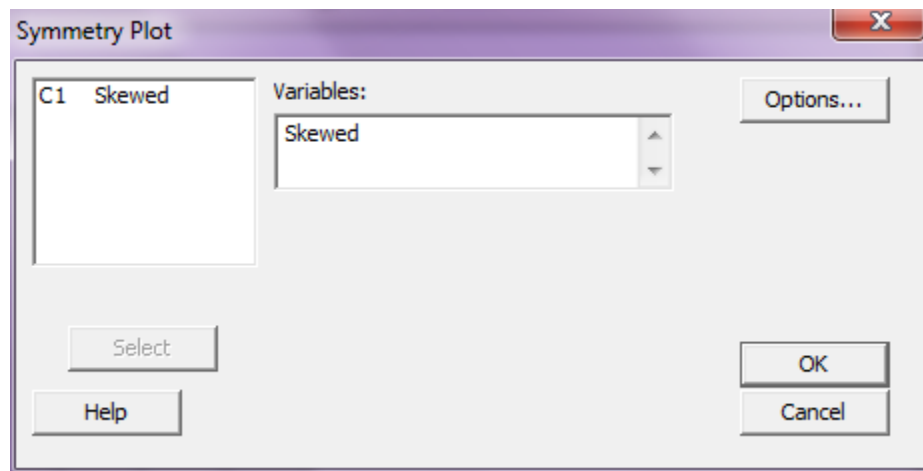
مثال: فایل BOX-COX.MTW را باز کنید.

طرح احتمال یا نمودار تقارن را برای ستون C_1 مطابق مراحل زیر رسم کنید.

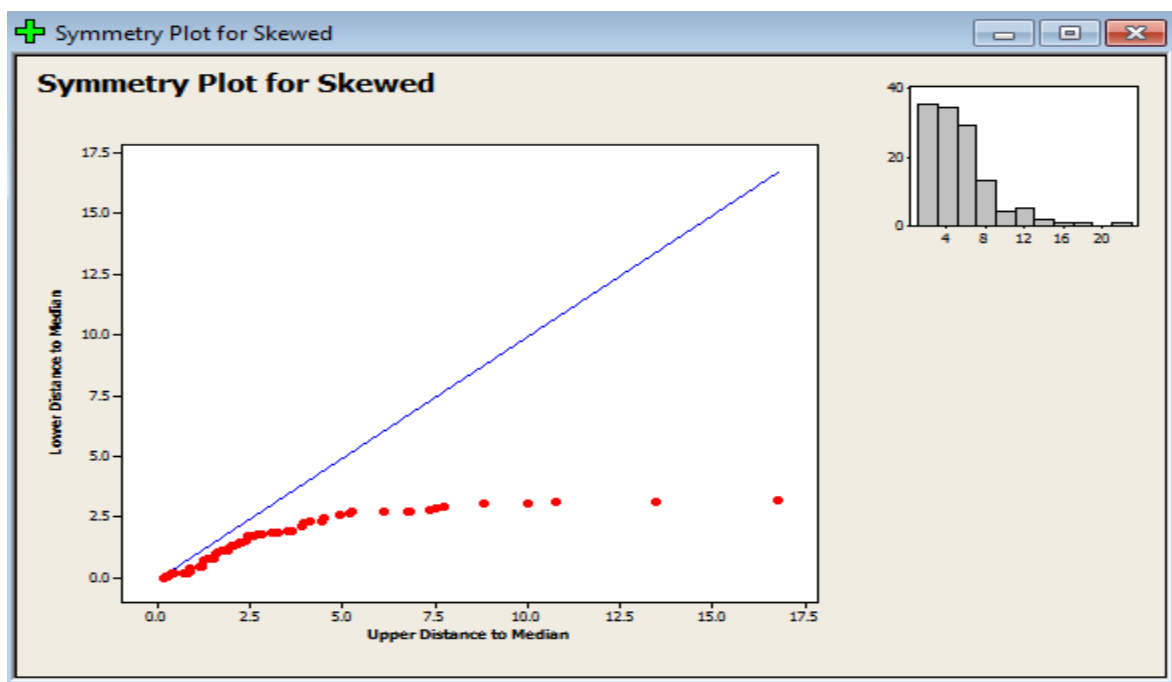
برای رسم طرح احتمال مراحل زیر را انجام دهید.



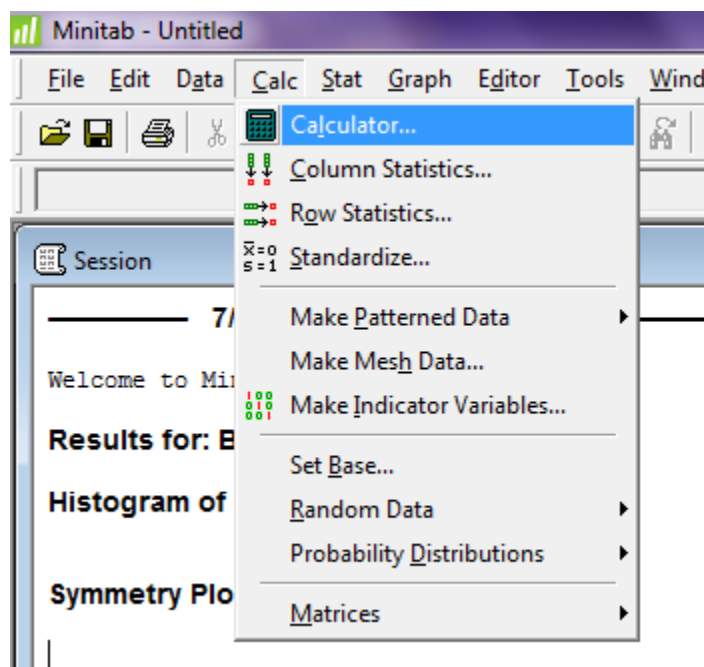
ستون c1 را در variables وارد کنید.



Ok را بزنید.

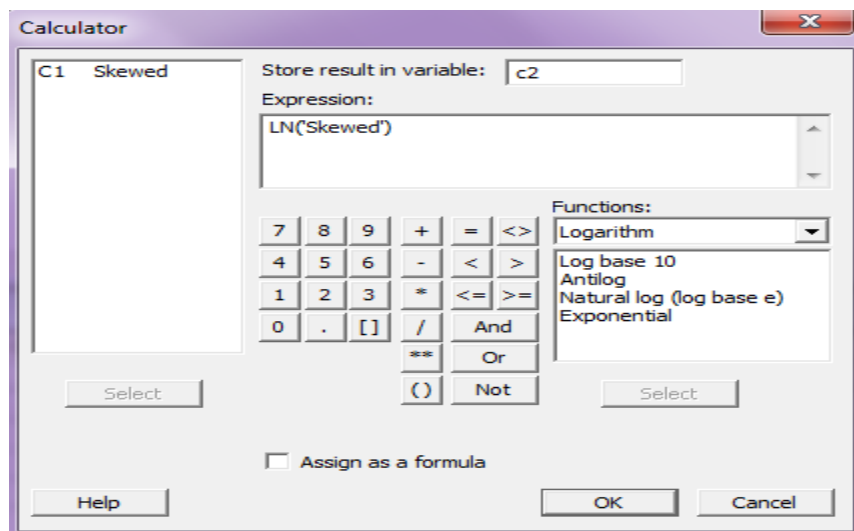


همانطور که میبینید مشاهدات ما توزیع نرمال ندارند و حال می‌خواهیم از تبدیل متغیر لگاریتمی استفاده کنیم. برای این کار مراحل زیر را دنبال کنید.



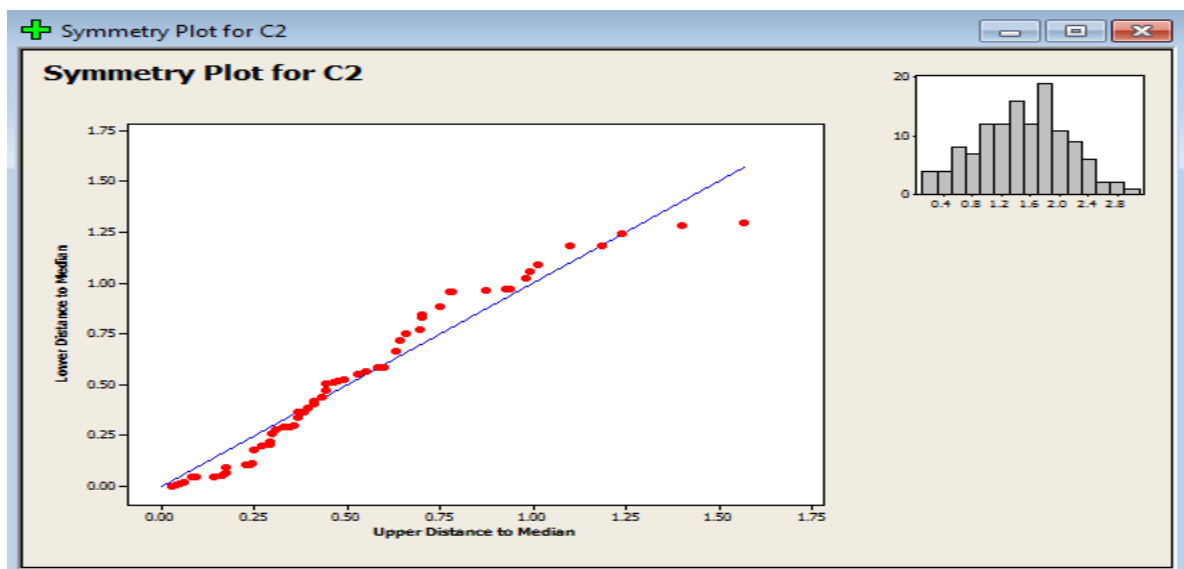
در قسمت store result in variable ستونی که می‌خواهید نتایج ذخیره شود وارد کنید و در قسمت Expression دستور مورد نظر را وارد کنید در این مثال با انتخاب نوع توابع Logarithm

قسمت Natural log, Function را انتخاب کردیم و ستون c1 را در پنجره Expression در مقابل LN وارد کردیم و از ستون c2 را برای ذخیره دستور مورد نظرمون مطابق شکل زیر استفاده کردیم.



Minitab - Untitled - [Boxcox.t		
File Edit Data Calc S		
↓		
	C1	C2
	Skewed	
1	2.6580	0.97757
2	5.6064	1.72391
3	5.1834	1.64546
4	1.6673	0.51121
5	2.8310	1.04063
6	6.5270	1.87595
7	5.8956	1.77421
8	5.2377	1.65588
9	2.9015	1.06523
10	3.2734	1.18583
11	4.5340	1.51160
12	9.3105	2.23114
13	7.8931	2.06599
14	13.1802	2.57872
15	6.0037	1.79238
16	2.6006	0.95574
17	4.2013	1.43539
18	7.4514	2.00840
19	4.3907	1.47949
20	4.4048	1.48269
21	11.1304	2.40968
22	2.0317	0.70887
23	2.4576	0.89919
24	4.1920	1.43318
25	6.9840	1.94362
26	3.5997	1.28085

حال همان مراحلی که برای رسم طرح احتمال ستون C1 انجام دادید برای ستون C2 انجام دهید.



تحلیل: همانطور که مشاهده میکنید با استفاده از تبدیل متغیر داده های ستون C2 توانستند طرح احتمال نرمال را پوشش بدهند , میتوانید برای اینکه بیشتر مطمئن شوید از آزمون اندرسون دارلینگ نیز استفاده کنید.

3) روش ریشه دوم (Squar Root):

در این روش متغیر تبدیل شده از رابطه زیر به دست می آید:

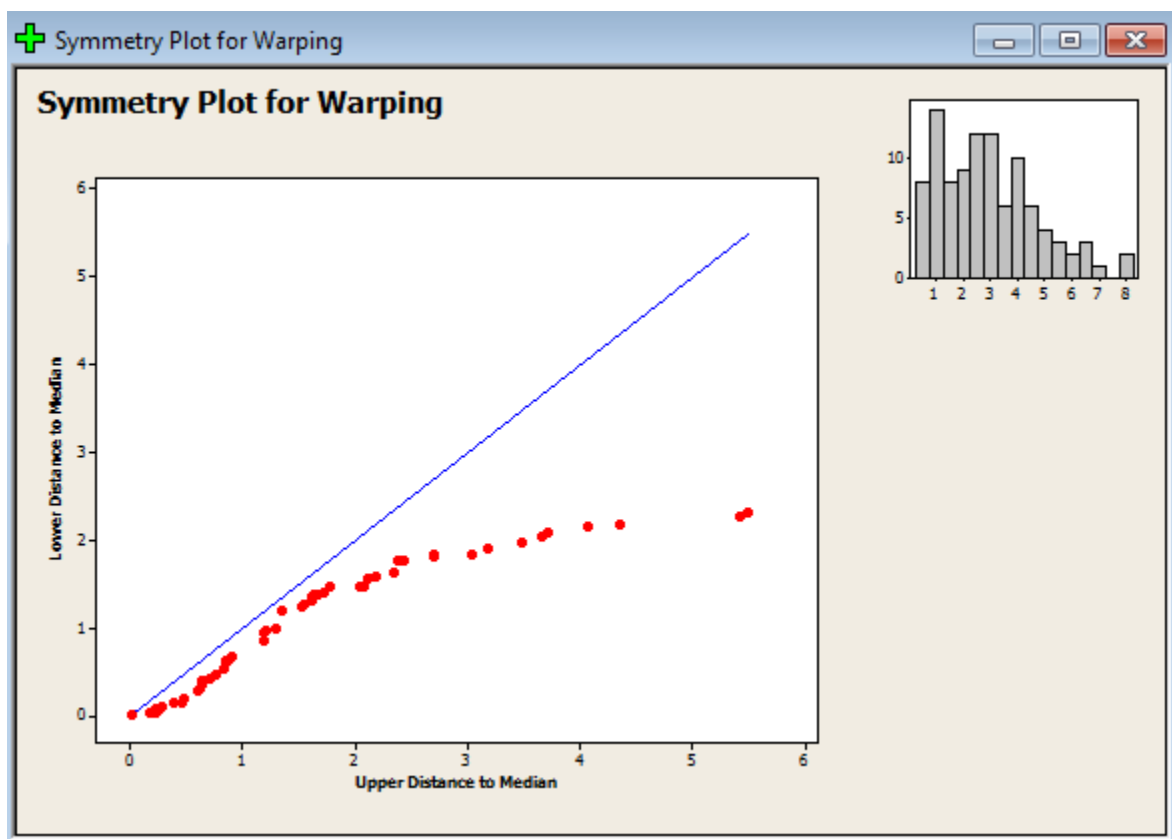
$$y = \sqrt{x}$$

متغیر تبدیل شده $Y =$

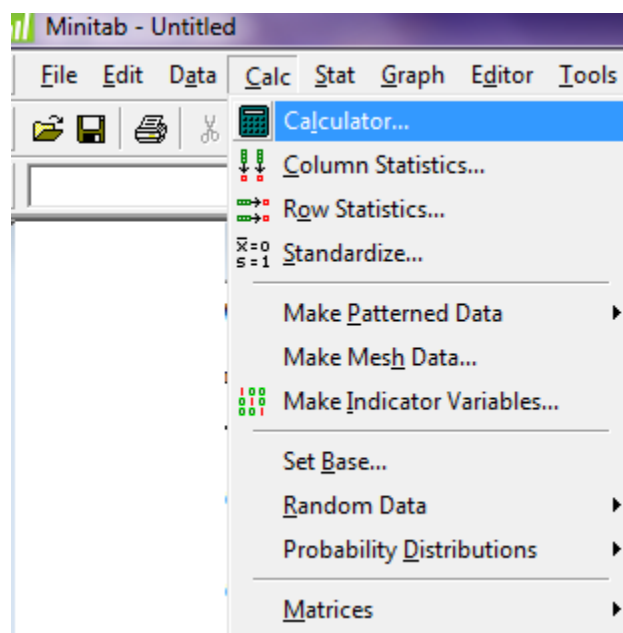
متغیر قبلی $X =$

مثال: فایل TILES.MTW را باز کنید.

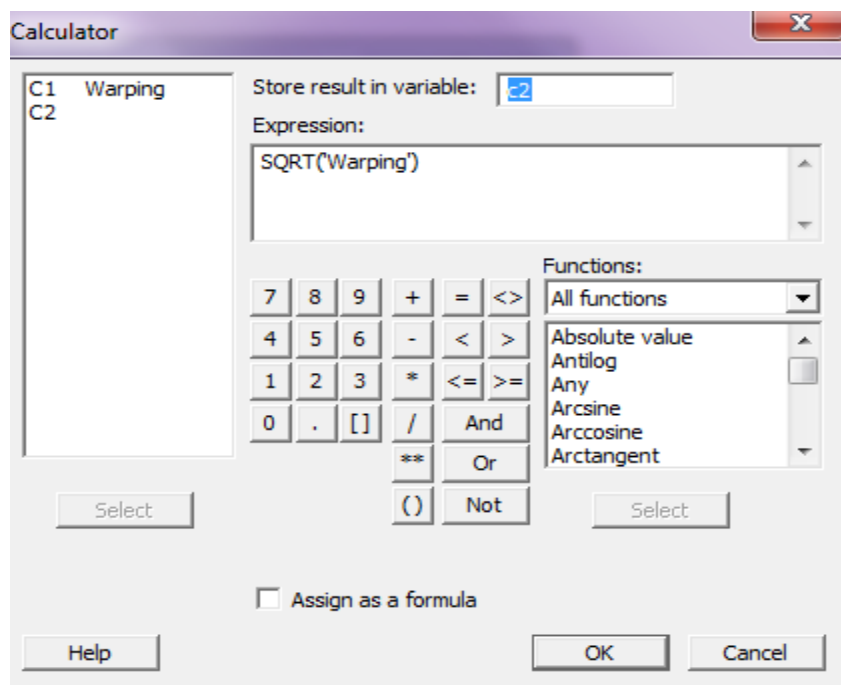
طرح احتمال یا نمودار تقارن را برای ستون C₁ مطابق مراحل زیر رسم کنید.



همانطور که مشاهده میکنید مشاهداتمان خط تقارن را به خوبی پوشش ندادند همچنین چولگی به راست نیز در مشاهداتمان دیده میشود حال میخواهیم از تبدیل متغیر ریشه دوم استفاده کنیم برای این کار مراحل زیر را دنبال کنید:

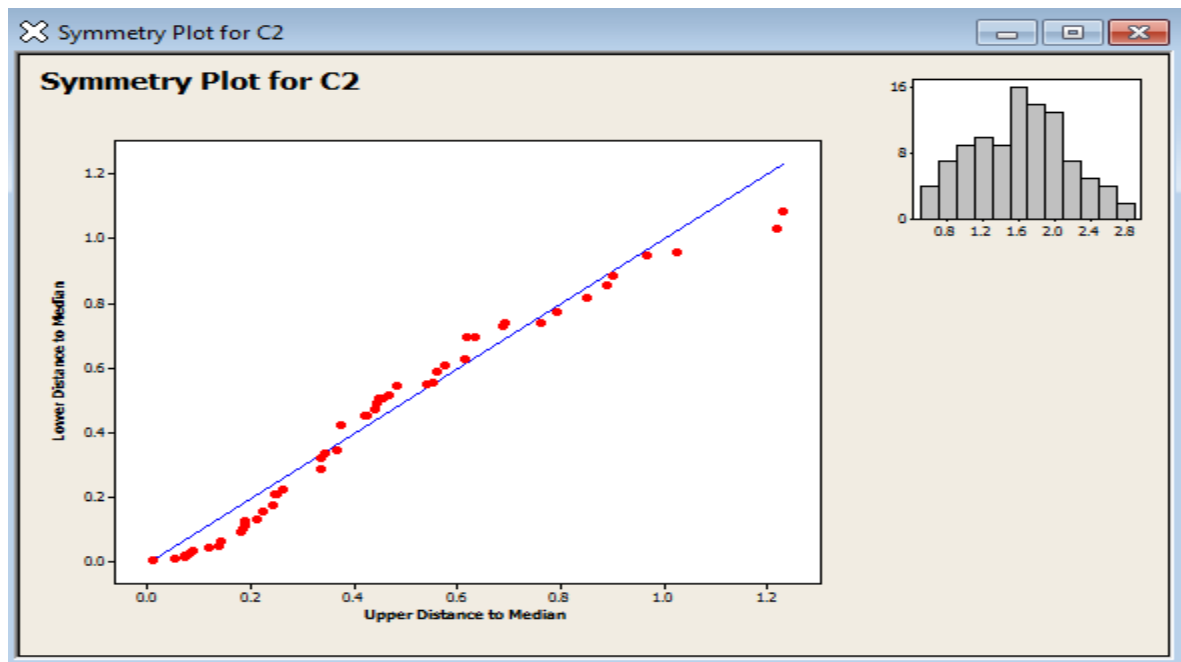


تابع Squar root را از قسمت Function انتخاب کرده و ستون c1 را در مقابل آن در قسمت Expression وارد کنید و ستون c2 را در قسمت store result in variable وارد کرده و ok را بزنید.



Minitab - Untitled - [Tiles.MT]		
File Edit Data Calc		
↓ C1 C2		
Warping		
1	1.60103	1.26532
2	0.84326	0.91829
3	3.00679	1.73401
4	1.29923	1.13984
5	2.24237	1.49745
6	2.63579	1.62351
7	0.34093	0.58389
8	6.96534	2.63919
9	3.46645	1.86184
10	1.41079	1.18777
11	2.31426	1.52127
12	2.55635	1.59886
13	4.72347	2.17335
14	1.75362	1.32424
15	1.62502	1.27476
16	5.63857	2.37457
17	4.64351	2.15488
18	3.95409	1.98849
19	4.38904	2.09500
20	3.24065	1.80018
21	0.52829	0.72684
22	1.01497	1.00746
23	1.12573	1.06100
24	2.56891	1.60278
25	4.23217	2.05722
26	1.34943	1.16165

حال طرح احتمال یا نمودار تقارن را برای ستون C2 رسم کنید.



تحلیل: همانطور که مشاهده میکنید با استفاده از تبدیل متغیر داده های ستون c2 توانستند طرح احتمال نرمال را پوشش بدهند , میتوانید برای اینکه بیشتر مطمئن شوید این بار از آزمون کولموگروف-اسمیرنف نیز استفاده کنید.

4) روش arcsin:

در این روش متغیر تبدیل شده از رابطه زیر به دست می آید:

$$y = \arcsin(x)$$

متغیر تبدیل شده $Y =$

متغیر قبلی $x =$

تابع arcsin در ماشین حساب نرم افزار (calculator) در قسمت توابع (Function) به نام Arcsine می باشد که در صورت استفاده از این تبدیل متغیر می توانید مراحل آن را مانند مثال های قبل و برای تابع فوق تعریف کنید.

علاوه بر 4 روشی که گفته شد Minitab نیز ابزارهای برای تبدیل متغیر و نرمال کردن داده ها دارد که به شرح هر یک میپردازیم:

1) تبدیل BOX-COX:

همانطور که گفته شد بعضی از داده ها از توزیع نرمال پیروی نمی کنند و میتوان با تبدیل Box-Cox متغیرهایی را به دست آورد که توزیع نرمال داشته باشند. این تبدیل به این صورت عمل میکند که ابتدا λ را به دست می آورد که در این روش λ طوری تخمین زده میشود که انحراف معیار متغیر تبدیل یافته حداقل شود. و داده ی جدید را از روی مقدار λ , با توجه به رابطه $y = x^\lambda$ به دست می آورد .

IF $\lambda=0$ $y = \log_e x = \ln(x)$

IF $\lambda=0.5$ $y = \sqrt{x}$

IF $\lambda=2$ $y = x^2$

IF $\lambda=-1$ $y = \frac{1}{x}$

IF $\lambda=-0.5$ $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

متغیر قبلی $x =$ متغیر تبدیل شده $Y =$

اگر ۸ عددی بین ۵- تا ۵ باشد نرم افزار قابلیت تبدیل داده های غیر نرمال را به نرمال دارد.

با شرح يك مثال مطالب بالا را بهتر بيان خواهيم كرد.

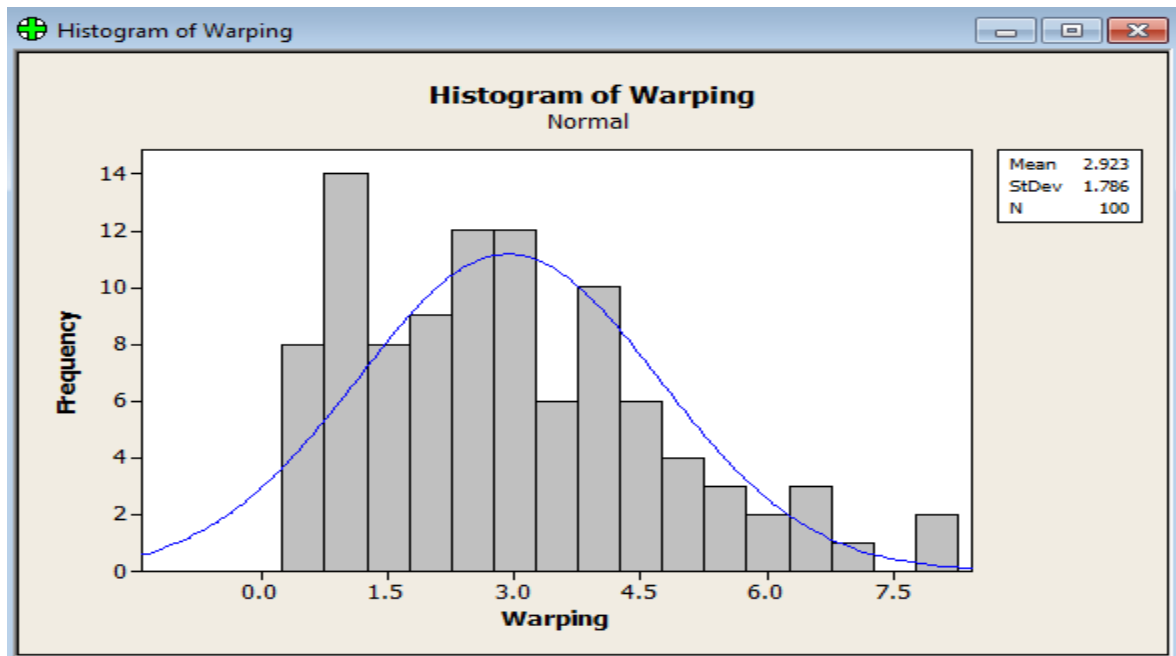
مثال: فرض كنيد شما براي شركتي كار ميكنيد كه كارش موزائيك كردن زمين است و شما نگران ميزان پايداري موزائيك ها هستيد. براي مطمئن شدن از كيفيت محصول شما ميزان پايداري را در ۱۰ موزائيك در ۱۰ روز اندازه گيري مي كنيد و داده هاي زير به دست مي آيد.

قدم اول: فايل Tiles.MTW را از منوي File و گزينه Open worksheet انتخاب كنيد.

قدم دوم: از منوي Graph گزينه Histogram را انتخاب كنيد و روي گزينه ي With fit كليك كنيد.

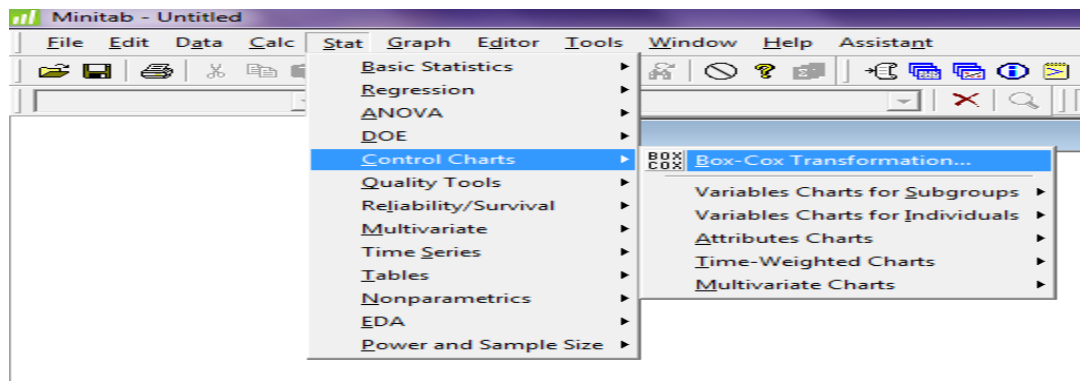
قدم سوم در قسمت Graph variable ستون C1 را وارد كنيد.

قدم چهارم : Ok را بزنيد.

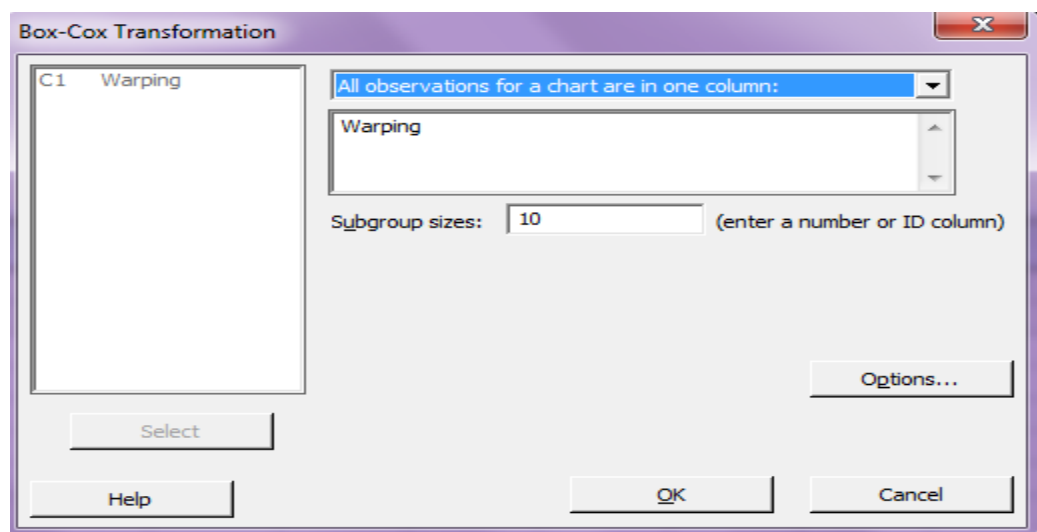


همانطور كه مي بينيد داده هاي ما توزيع نرمال را به خوبي پوشش نداده است پس مسير زير را دنبال كنيد:

قدم اول: از منوي Stat گزينه control charts را انتخاب کرده و روي box-cox transformation كليك كنيد.

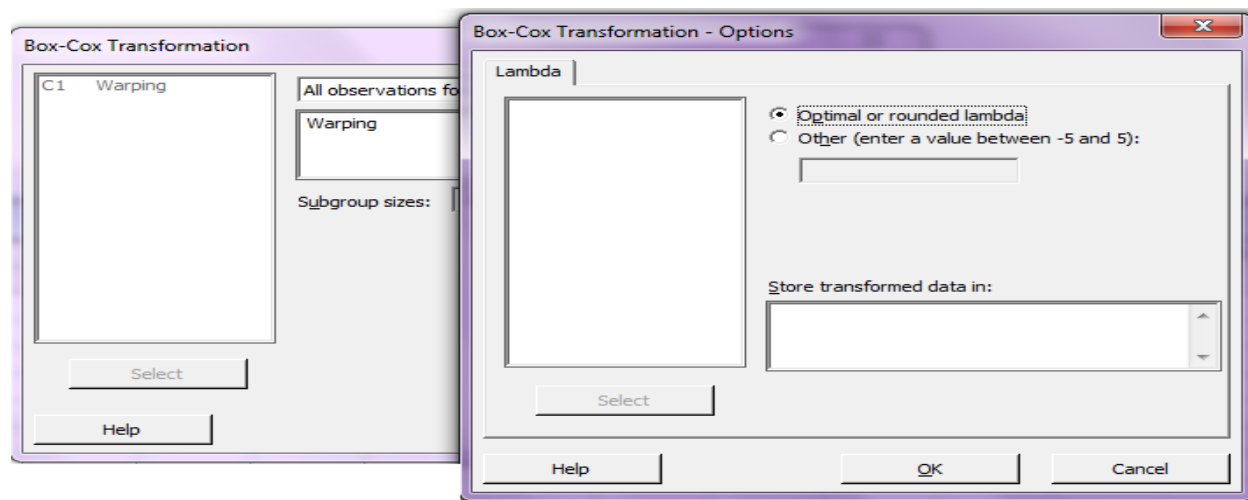


قدم دوم: چون همه ی مشاهدات را در یک ستون وارد کردیم پس در قسمت All observation for a chart are in one column (یعنی در هر بار نمونه گیری 10 نمونه گرفتیم) در قسمت Sub Groups size عدد 10 را وارد کنید. اگر مشاهدات هر بار نمونه گیری را سطر ی وارد کرده بدیم آن گاه 10 سطر و 10 ستون داشتیم به طوریکه هر سطر معادل هر بار نمونه گیری و هر ستون بیانگر هر مشاهده از آن نمونه گیری ها میباشد. نگاه به جای All Observation for a Chart in one column ، Observation ، All Observation for a Chart in one column را انتخاب می کردیم آن گاه در پنجره ی زیر آن ستون هایی که شامل مشاهداتمان می شود را وارد می کردیم.

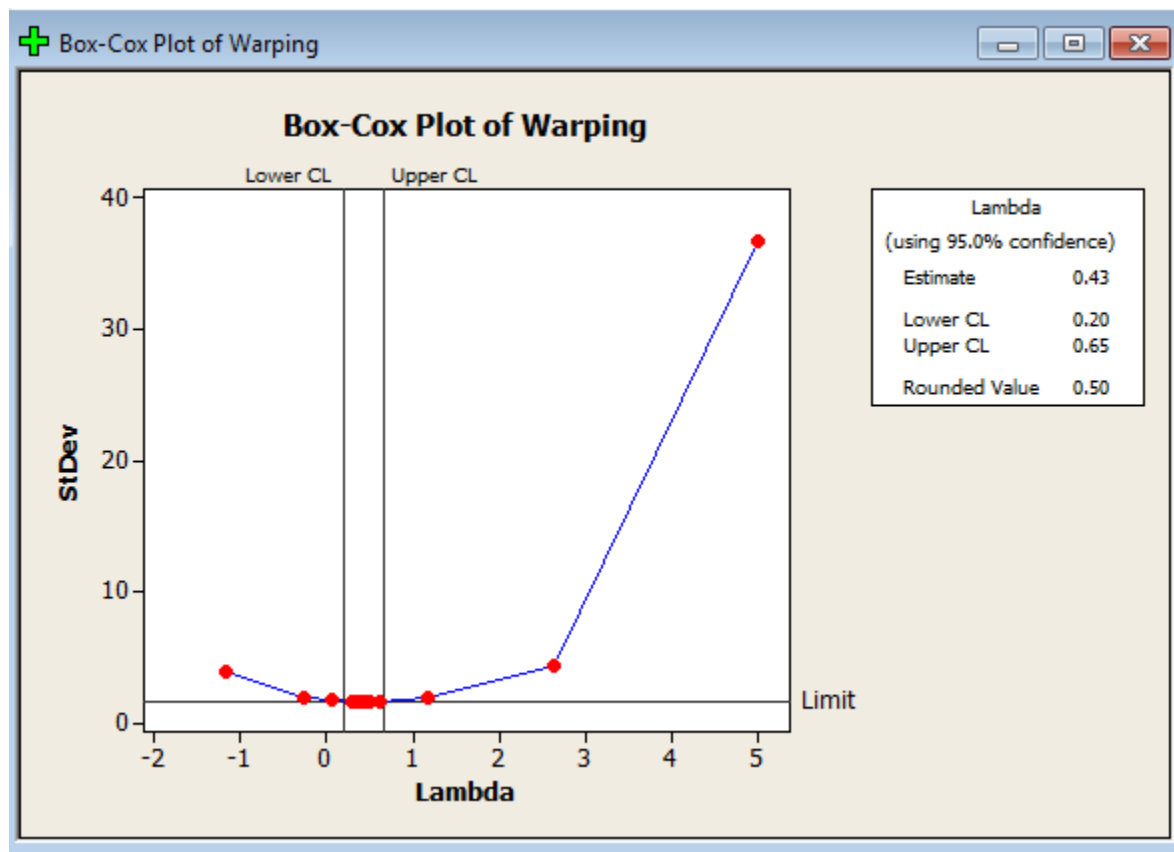


قدم سوم: به قسمت Option رفته و در قسمت Store transformed data in ستون C2 را وارد کنید تا داده های تبدیل یافته را برای شما در آن ستون وارد کند. در صورتیکه Optimal or rounded lambda را انتخاب کنید نرم افزار مقدار روند شده و حتی بهینه λ را برای محاسبه متغیر تبدیل یافته استفاده میکند و اگر گزینه Other را انتخاب کنید نرم افزار از مقدار تخمین زده شده λ یا مقدار غیر روند شده استفاده میکند. هر چند اگر برای بار اول میخواهید از تبدیل متغیر BOX-COX استفاده کنید

ابتدا گزینه ی اول را انتخاب کنید بعد از اینکه تخمینی از λ به دست آوردید برای بار دوم از گزینه Other استفاده کنید.

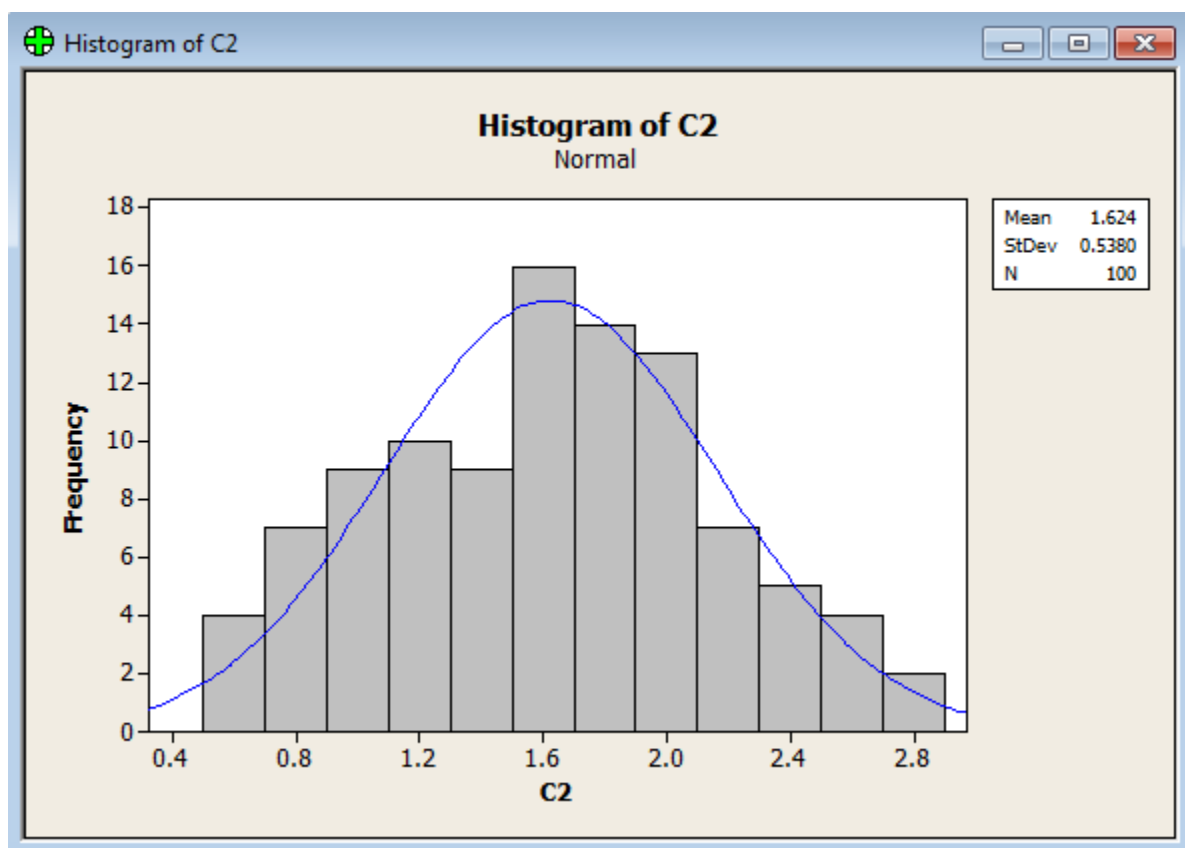


قدم چهارم : Ok را بزنید.



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار تخمینی $\lambda=0.43$ و مقدار روند شده آن برابر 0.5 میباشد و اعداد تبدیل شده با $\lambda=0.5$ در ستون C2 وارد شده است. حال اگر Histogram ستون C2 را رسم

کنید پی به نرمال شدن داده هایتان میبرید و از این به بعد هرگونه تحلیلی را روی ستون C2 برای پایداری موزائیک ها انجام می دهید.



2) تبدیل جانسون (Johnson Transformation):

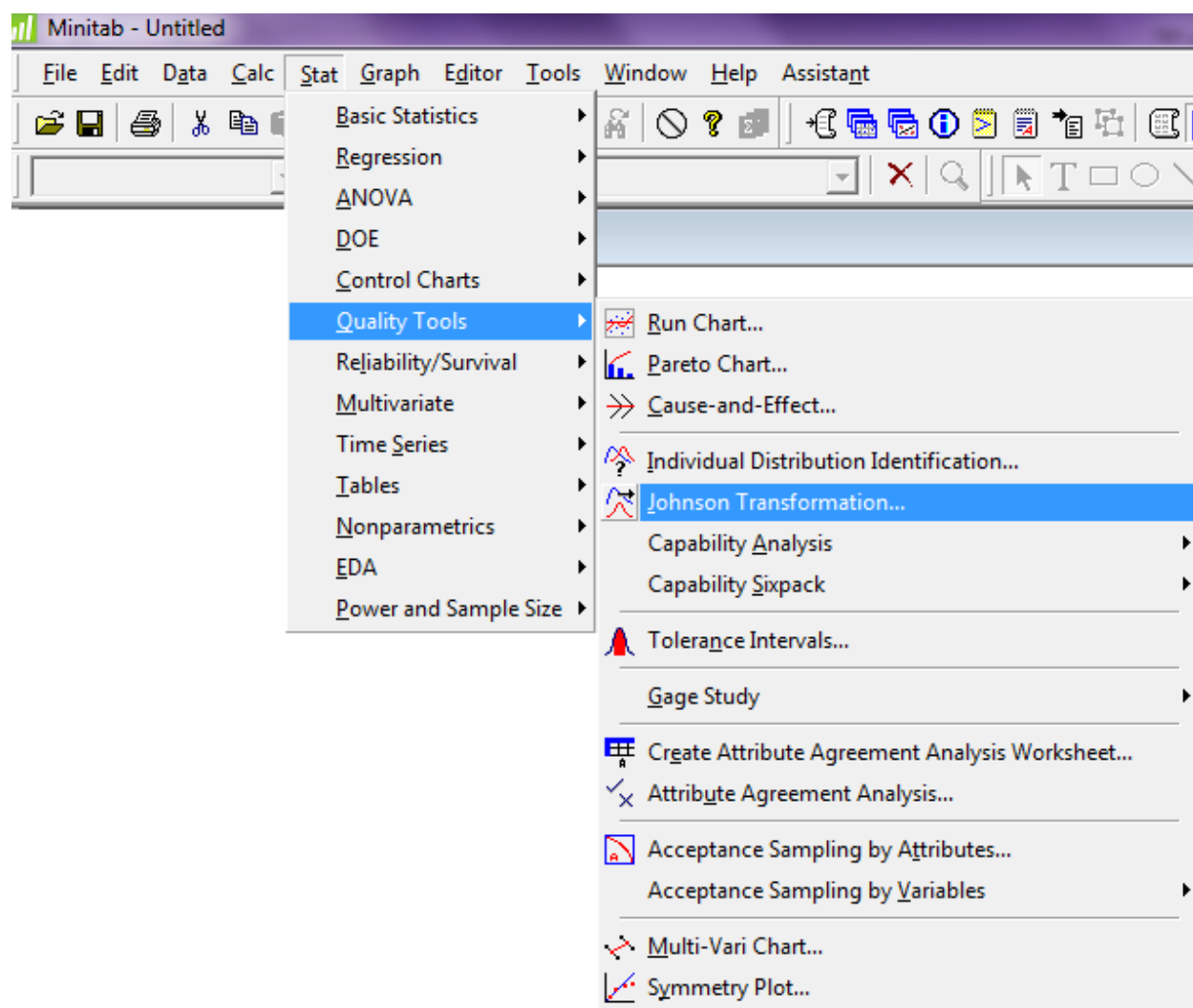
روش تبدیل جانسون الگوریتم متفاوتی نسبت به روش BOX-COX دارد به طوریکه بهترین تابع تبدیل متغیر را از بین سه خانواده از توابع توزیع متغیر موجود در سیستم جانسون انتخاب میکند که این توزیع ها عبارتند از S_L, S_B و S_U که L, B و U به ترتیب بیانگر Bounded (حداقل), Longnormal و Unbounded (بدون حد) میباشد.

الگوریتم تبدیل جانسون به این صورت است که ابتدا پارامترهای مورد نیاز توابع تبدیل را تخمین میزند سپس همه ی متغیرهای غیر نرمال را با هر سه تابع تبدیل از سه خانواده ی توابع توزیع موجود در سیستم جانسون، تبدیل میکند سپس آزمون فرض اندرسون دارلینگ را برای هر سه سری متغیر تبدیل یافته انجام میدهد و هر کدام از آزمون فرض ها که بیشترین p-value را داشته باشد را به عنوان بهترین تبدیل استفاده میکند. توابع توزیع تبدیل به شرح زیر میباشند:

SB	$\gamma + \eta \ln [(x - \varepsilon) / (\lambda + \varepsilon - x)]$	$\eta, \lambda > 0, -\infty < \gamma < \infty, -\infty < \varepsilon < \infty,$ $\varepsilon < x < \varepsilon + \lambda$
SL	$\gamma + \eta \ln (x - \varepsilon)$	$\eta > 0, -\infty < \gamma < \infty, -\infty < \varepsilon < \infty,$ $\varepsilon < x$
SU	$\gamma + \eta \sinh^{-1} [(x - \varepsilon) / \lambda]$	$\eta, \lambda > 0, -\infty < \gamma < \infty, -\infty < \varepsilon < \infty,$ $-\infty < x < \infty$
$\sinh^{-1}(x) = \ln [x + \sqrt{1 + x^2}]$		

مثال: می‌خواهیم مشاهدات فایل Tiles.MTW در مثال قبل را این بار با تبدیل جانسون به نرمال تبدیل کنیم.

قدم اول: مسیر زیر را برای ایجاد تبدیل جانسون دنبال کنید:

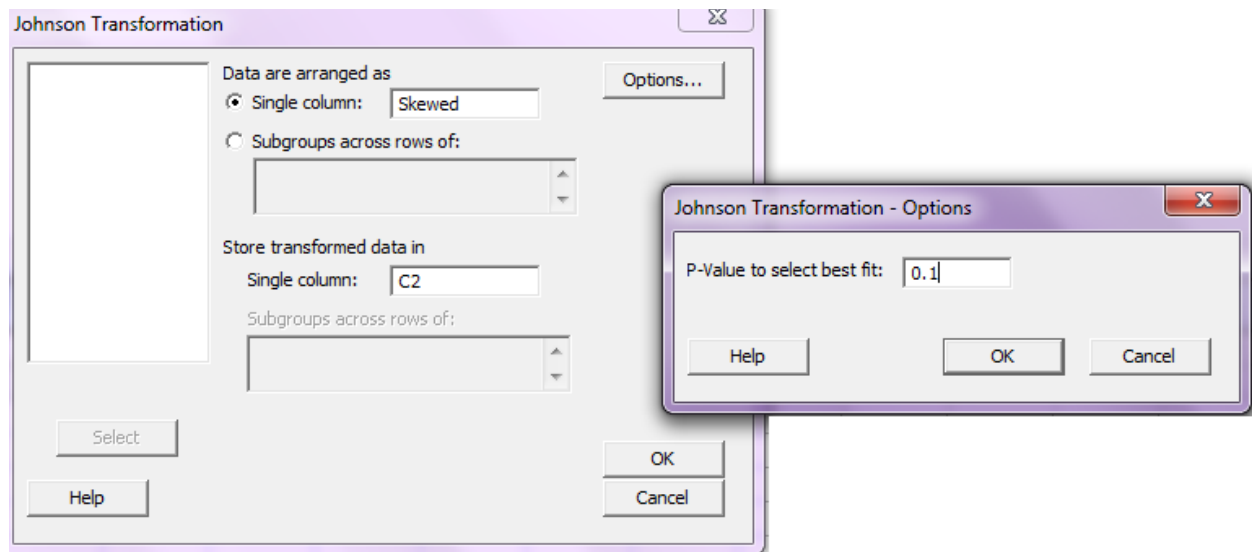


قدم دوم: در قسمت Data are arranged as اگر کلیه ی مشاهدات را در یک ستون وارد کردید، ستون مورد نظر را در مقابل single column وارد کنید، در این مثال c1 را در کادر گفته شده وارد کنید. اگر نمونه گیری شما شامل مشاهدات مختلف میباشد و مشاهدات هر گروه منطقی را در سطرها وارد کردید

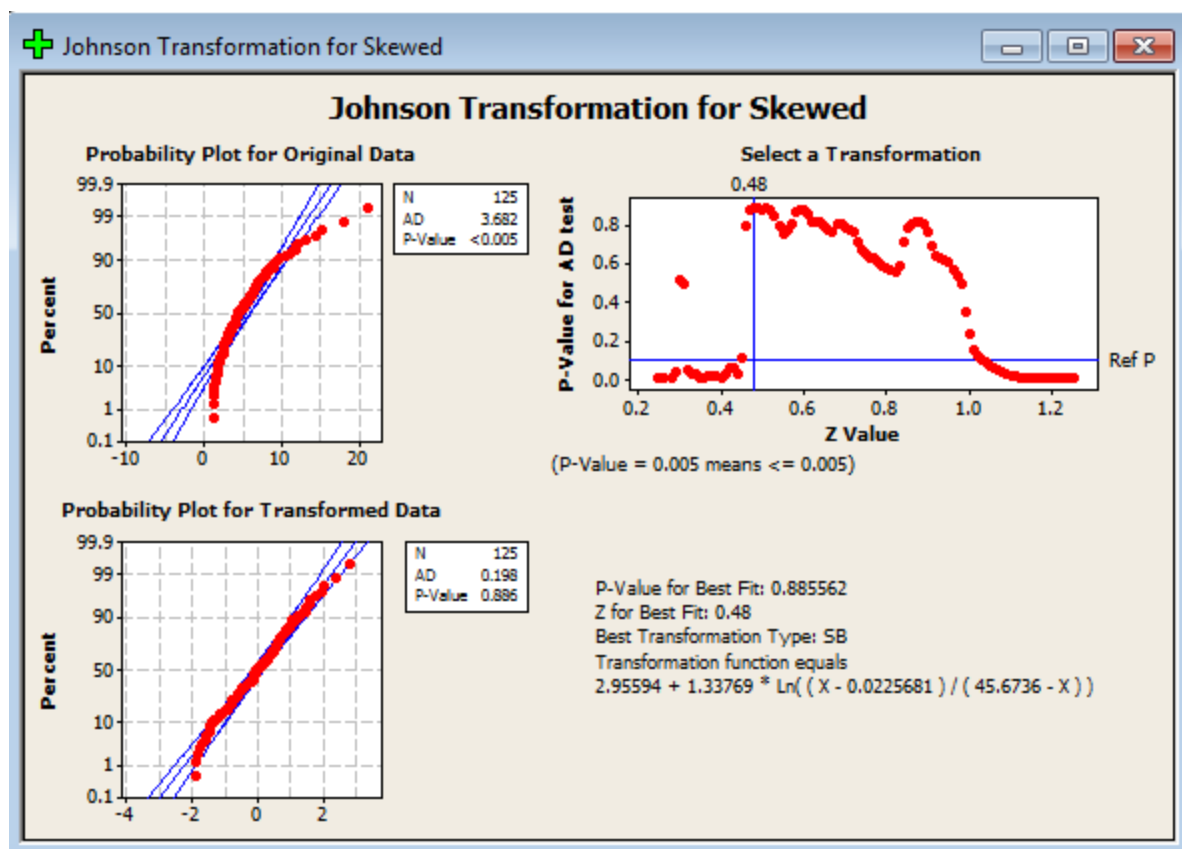
گزینه subgroups across rows of را انتخاب کرده و ستون هایی که شامل مشاهدات شما در هر بار نمونه گیری میباشد را انتخاب و وارد کنید.

در قسمت Store transformed data in جایی که میخواهید داده های تبدیل شده ذخیره شوند وارد کنید. باز هم اگر مشاهدات شما در یک ستون میباشد و در کادر بالا single column را انتخاب کردید برای ذخیره تبدیل شده مشاهداتتان فقط گزینه single column فعال است در غیر این صورت فقط گزینه subgroup across rows of فعال میباشد. در این مثال ستون c2 را در مقابل single column در قسمت Store transformed data in وارد کنید.

قدم سوم: options را انتخاب کنید و مقدار p-value اسمی را وارد کنید، p-value اسمی در واقع همان α خطای نوع 1 می باشد که اگر p-value به دست آمده از α بیشتر شود فرض صفر را میپذیریم. در این مثال در کادر p-value to select best fit مقدار 0.1 را قرار دهید.



قدم چهارم: ok را بزنید.



تحلیل: همانطور که از شکل پیداست Minitab طرح احتمال را هم برای قبل از تبدیل و هم برای بعد از تبدیل رسم کرده که مشاهده میکنید داده های تبدیل شده به خوبی طرح احتمال نرمال را پوشش دادند. همچنین بهترین تابع توزیع تبدیل را S_B تشخیص داده که بیشترین P-value=0.8855 را داشته است. و تابع تبدیل با تخمین های پارامترهایش نمایش داده، این تابعی است که هر y (متغیر تبدیل شده) از هر x معین (متغیر قبلی) به دست می آید و کلیه y ها در ستون c2 موجود می باشند.

تبدیل جانسون همیشه تابع مناسب را برای تبدیل کردن داده های شما پیدا نمی کند، در چنین مواقعی از تبدیل BOX-COX استفاده کنید.

پس از اینکه کلیه ی مراحل فوق طی شد یعنی با استفاده از برگه ثبت داده ها نمونه ها جمع آوری شد، با استفاده از نمودار علت و معلول یا نمودار تمرکز نقص ها دلایل شناسایی شد و با استفاده از نمودار پارتو دلایلی از دلایل که باید بررسی شود و بهبود داده شود، انتخاب شد و پس از اینکه مشخصه کیفی قابل اندازه گیری مورد نظر تایید شد (در صورت لزوم استفاده از نمودار پراکنش) و داده ها جمع آوری شد و نرمال بودن آن تایید شد، به سراغ نمودار های کنترل می رویم که در بخش بعد به تشریح آن خواهیم پرداخت.

کلیه ی ابزارهایی که تا به حال ذکر کردیم بسته به نوع موقعیت می توانند مستقل از هم و یا وابسته به هم کار کنند و به کار گیری این نوع ابزار ها فقط بستگی به خلاقیت مهندس کیفیت دارد که کدام ابزار را در کجا و در چه زمانی به کار گیرد و نرم افزار فقط محاسبات را برای مهندس کیفیت انجام می دهد و تجزیه و تحلیل آن فقط و فقط بسته به خود مهندس کیفیت می باشد.

تمرینات فصل چهارم

1- داده ها ي زیر فرآیند تولید يك بسته ي مدار جریان و تعداد نامنطقی ها در هر 1000 بسته مونتاژ شده در هر هفته را نشان مي دهد.الف) يك نمودار پارتو براي تعداد نامنطقی ها رسم کنید.

ب) داده ها را به 4 بخش , هفته 1 و 2 و 3 و 4 تقسیم کنید و نمودار پارتو را در هفته های مختلف تهیه کرده و آنرا مقایسه کنید.

خرابی اجزا	کافي نبودن تعمیر	زیاد بودن تعمیر	اشتباه بودن اجزا	فقدان اجزا	هفته
57	24	18	120	93	1
31	42	29	132	81	2
61	39	31	91	62	3
34	27	42	88	57	4
183	132	120	431	293	جمع

2- يك نوار پلی پروپیلین به وسیله تزریق پلیمر از قالب ، برش صفحات تزریق شده و پیچاندن و جمع کردن نوارها روی قرقره به دست مي آید.مشکل تلف شدن بیش از اندازه ي تزریق و نگرانی مدیریت شرکت و کارکنان قسمت تزریق مي باشد.جلسه اي با کارکنان آگاه برگزار شد و فهرست زیر از عوامل اصلی و فرعی جمع آوری گردید.

الف)دستگاه

نگه داری بازرسی جابه جایی قطعات کنترل ذخیره ها تعیین قطعات حیاتی

ب)تنظیم:

دما سرعت تزریق سرعت جمع کردن پیچش دمنده هوا ارتفاع برچ

ج)مواد

کمیت کیفیت مخلوط کردن رطوبت-جسم خارجی-خلوص-اندازه دانه آمادگی-دستورالعمل-پاکیزگی

د) اپراتورها

آموزش تجربه غیبت دقت و سرعت ضخامت فیلم

ه) عملیات

راه اندازی خاموش کردن تغییر رده سینما تغییر فرقه

3- يك نیاز برای تولید ماگارين این است که محتویات چربي نباید کمتر از 80% باشد. این مورد به طور غیر مستقیم در کارخانه با کنترل مقدار آب کنترل می شود. متوسط مقدار آب مطلوب 19% با يك مقدار حدي 20% است. دو روش برای تغییر مقدار آب وجود دارد. يك روش به عنوان روش تحلیلي رسمي در آزمایشگاه انجام می شود. به هر حال این رویه در رابطه با خود آزمایش و نیاز به حمل نمونه به آزمایشگاه و برگرداندن نتایج به سطح کارخانه که دسته بندی انجام می شود، زمان بر است. روش دويك آزمایش سریع است. مکان تحلیلگر مقدار آب در محلي نزدیک به عملیات تولید است و به نتایج سرعت می دهد و قبل از تزریق، امکان انجام تنظیم را فراهم می سازد. روش دوم به این صورت شناخته می شود که اندازه هاي داده شده به اندازه ي روش تحلیلي (اول) صحت ندارد. به هر حال اگر يك رابطه مناسب بین روش سریع و روش تحلیلي وجود داشته باشد، روش سریع را میتوان به کار برد. این مورد به خصوص وقتی درست است که تغییر پذيري کلي این دو روش تقریباً یکسان باشد. يك مطالعه به چهل نمونه ي آزمایشي طی چند هفته انجام شده است. هر نمونه به دو روش آزمایش گردیده است و نتایج آن به صورت زیر به دست آمده است. متغیر X روش سریع و متغیر Y روش تحلیلي را نشان می دهد.

الف) این داده ها را با نمودار پراکندگی بررسی کنید.

ب) ضریب همبستگی را به دست آورید.

ج) آیا تغییر پذيري 2 فرآیند یکسان است؟

د) نتایج بالا را تحلیل کنید.

x	y	x	y	x	y	x	y	x	Y
19.10	19.11	18.90	19.98	19.10	19.19	18.95	19.04	18.90	18.93
19.10	19.19	19.20	19.33	18.90	19.01	19.05	19.03	18.95	19.03
19.15	19.24	19.25	19.31	19.05	19.12	19.15	19.14	19.10	19.13

19.10	19.27	18.85	18.92	19.15	19.18	19	19.09	19.25	19.23
18.95	19.10	19.10	19.10	19.20	19.23	19.15	19.19	19.05	19.07
19.10	19.16	19.10	19.28	19.10	19.12	19	19.01	18.90	18.92
19.05	19.05	19.10	19.05	19.05	19.11	19.20	19.18	19	19.11
19.10	19.21	19.20	19.30	19.25	19.26	19.05	19.16	19	19.05

4- مشاهدات زیر وزن قطعه های فرآیند قالب گیری يك نوع ماده ي مذاب در دست مي باشد.

(الف) هیستوگرام این داده ها را تعیین کنید.

(ب) با استفاده از آزمون کولموگروف اسمیرنوف بررسی کنید که آیا مشاهدات زیر از توزیع نرمال پیروی می کنند؟

(ج) با استفاده از آزمون فرض اندرسون دارلینگ آیا داده های زیر نرمال هستند؟

(د) اگر هیچ قطعه ای نباید کمتر از 120 گرم باشد ، چه توصیه ای می کنید؟

23.7	23	24.5	20.7	21.7	20.03	26.8
23.2	23.5	22.1	22.8	24.4	25.4	25.9
22.7	21	24.9	23.3	21.4	21.8	20.5
24.4	23.5	23.9	23.9	22.1	25.5	22.5

5- (الف) يك برگه ثبت داده برای علت نقص در پیتزا تهیه کنید که بازرس باید آنرا پر کند. عوامل نقص عبارتند از بسته بندی وارونه ، خیلی خشك بودن نان پیتزا، کناره های سوخته، تحویل پیتزای سرد، تحویل با تاخیر، آدرس اشتباه، سفارش اشتباه، نبود برخی مواد متشکله.

(ب) 200 نمونه گرفته شده است و توسط بازرس آقای X پر شده است. به دلخواه برای عوامل ذکر شده در بالا به آنها تعداد دهید.

(ج) نمودار پارتو را برای عوامل بالا رسم کنید.

Www.iepnu.com

فصل پنجم

نمودارهاي كنترل براي مشخصه های كیفی متغیر

در این فصل می آموزید:

- فلسفه نمودارهاي كنترل
- بررسی تصادفی بودن داده ها
 - طریقه استفاده از Run chart در Minitab
 - طریقه انجام آزمون تصادفی بودن (Run test) با Minitab
- نمودار كنترل Xbar-R
 - طریقه رسم نمودار R-Xbar در Minitab
- نمودار كنترل Xbar-S
 - طریقه رسم نمودار S-Xbar در Minitab
- نمودارهاي كنترل برای مشاهدات انفرادی
 - . نمودار های مقادیر انفرادی در Minitab
 - . نمودار های كنترل I-MR در Minitab
 - نمودارهاي كنترل Z-MR
 - طریقه رسم نمودارهای Z-MR در Minitab
 - نمودارهاي كنترل جداگانه برای I و MR
- نمودارهاي كنترل CUSUM و EWMA
 - فلسفه نمودارهاي كنترل CUSUM و EWMA
 - نمودار كنترل EWMA
 - نمودار كنترل CUSUM
- نمودار ZONE
- نمودار هاي Historical

فلسفه نمودارهای کنترل :

پس از اینکه با ابزارهایی که در فصل گذشته آنها را شرح دادیم مشخصه کیفی مورد نظر شناسایی شد حال باید به بهبود آن پردازیم. نمودارهای کنترل یک ابزار قدرتمند در کنترل فرآیند آماری می باشند که به وسیله ی آن مهندسان کیفیت میتوانند دلایل غیر تصادفی را از دلایل تصادفی در فرآیند تولید تشخیص داده و فرآیند را تحت کنترل در بیاورند. هدف از ایجاد نمودار های کنترل یک آزمون فرض آماری میباشد که در آن فرض صفر برابر است با فرآیند تولید تحت کنترل میباشد و فرض یک برابر با خارج از کنترل بودن فرآیند تولید میباشد. در صورتیکه کلیه نقاط بین حدود کنترل قرار بگیرد و هیچ روند غیر تصادفی در فرآیند دیده نشود , فرض صفر را میپذیریم .

در نمودار های کنترل برای مشخصه های کیفی متغیر همواره باید دو پارامتر میانگین و انحراف معیار مشخصه کیفی مورد بازرسی، بررسی شود . هرگاه که این دو تحت کنترل درآیند فرآیند تحت کنترل است . همچنین نباید هیچگونه روند غیر تصادفی در نمودار های کنترل دیده شود .

فاز اول در نمودار های کنترل :

در فاز اول در نمودار های کنترل هرگونه روند و یا علت غیر تصادفی را شناسایی کرده و آنها را برطرف می کنیم و وقتی فرآیند تحت کنترل قرار گرفت میانگین و انحراف معیار مشخصه کیفی متغیر مورد بازرسی را تخمین میزنیم .

فاز دوم در نمودار های کنترل:

هدف فاز دوم تشخیص هر گونه تغییر در میانگین و انحراف معیار مشخصه کیفی میباشد که در فاز 1 آن ها را بعد از تحت کنترل درآوردن , تخمین زده بودیم.

مراحل تهیه نمودار های کنترل

قدم اول - تعیین خطای نوع I (α) :

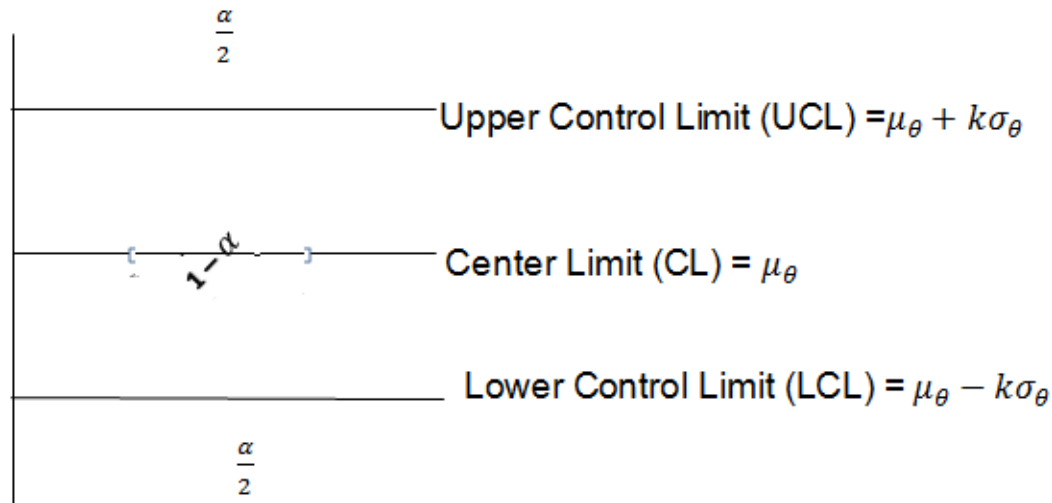
هدف از تعیین خطای نوع I , تعیین حدود کنترل میباشد.

$$\alpha = p \{ H_0 \text{ صحیح باشد} | H_0 \text{ رد} \}$$

$$1 - \alpha = p \{ H_0 \text{ صحیح باشد} | H_0 \text{ قبول} \}$$

$$IF \theta \sim N(\mu_\theta, \sigma_\theta)$$

مشخصه کیفی متغیر θ



احتمال اینکه فرآیند خارج از کنترل قرار بگیرد و فرض صفر رد شود برابر با احتمال این است که یک نقطه از حد بالا یا از حد پایین نمودار بیرون بیفتد، پس داریم:

$$p = (\theta \geq \mu_\theta + k\sigma_\theta) = p\left(z \geq \frac{\mu_\theta + k\sigma_\theta - \mu_\theta}{\sigma_\theta}\right) = p(z \geq k) = \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - p(z < k) = \frac{\alpha}{2} \rightarrow p(z < k) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

پس با استفاده از رابطه فوق با تعیین خطای نوع I میتوان ضریب انحراف معیار (K) یا حدود کنترل را به دست آورد. مثلاً اگر $\alpha = 0.27\%$ باشد داریم:

$$p(z < k) = 1 - 0.00135 = 0.99865$$

$$Z_{0.99865} = k = 3$$

$$UCL = \mu_\theta + 3\sigma_\theta$$

$$CL = \mu_\theta$$

$$LCL = \mu_\theta - 3\sigma_\theta$$

خطای نوع I در نمودارهای کنترل همان اعلام خطرهای اشتباهی میباشد. مثلاً اگر α برابر $\frac{27}{10000}$ باشد یعنی به طور متوسط از هر 10000 نقطه 27 نقطه به صورت تصادفی از حدود کنترل بیرون

می افتد که ما به اشتباه فرآیند را خارج از کنترل اعلام میکنیم در حالیکه فرآیند تحت کنترل است . معمولاً در صنایع حساس ، α را بالاتر انتخاب می کنند تا خطای نوع دوم (β) (احتمال عدم کشف تغییر) کاهش بیابد به طور مثال اگر شما یک خودروی گران قیمت داشته باشید درجه ی حساسیت دزدگیر خودرو را افزایش میدهید ($\alpha \uparrow$) تا اگر اتفاق خاصی افتاد سریعاً پی به وجود آن ببرید ($\beta \downarrow$). پس هرچه قدر مقدار α بیشتر باشد حدود کنترل تنگ تر می شود و نقاط بیشتری بیرون میفتند و ما بیشتر به دنبال دلایل آن میرویم و اگر تغییر خاصی در فرآیند باشد سریع تر آن را کشف میکنیم .

$$\beta = p\left(\left\{\theta \sim N(\mu_\theta, \sigma_\theta) \text{ یا } H_0\{\theta \sim N(\hat{\mu}_\theta, \sigma_\theta) \text{ غلط باشد} \mid H_0 \text{ قبول شود}\right\}\right)$$

$$1 - \beta = p\left(\left\{\theta \sim N(\mu_\theta, \sigma_\theta) \text{ یا } H_0\{\theta \sim N(\hat{\mu}_\theta, \sigma_\theta) \text{ غلط باشد} \mid H_0 \text{ رد شود}\right\}\right)$$

$$\hat{\mu}_\theta = \theta \text{ میانگین جدید متغیر } \theta \quad \hat{\sigma}_\theta = \theta \text{ انحراف معیار جدید متغیر } \theta$$

معمولاً در صنعت α را برابر 0.27 % انتخاب می کنند تا حدود کنترل سه انحراف معیار بشود و اگر مشخصه کیفی حساس باشد آنگاه با تعریف قوانین حساس سازی که درباره آن بحث خواهیم کرد α را افزایش میدهیم .

$$\alpha_{Total} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \alpha_i)$$

که هرچه تعداد α ها بیشتر شود α_{Total} افزایش می یابد . به مثال زیر توجه کنید:

فرآیند تولیدی برای یک مشخصه کیفی از محصول وقتی خارج از کنترل است که اولین نقطه ای از حدود 3 انحراف معیار بیرون بیفتد ثانیاً دو نقطه متوالیاً بین حدود کنترل (3 انحراف معیار) و حدود هشدار (2 انحراف معیار) قرار بگیرد. خطای نوع I برای نمودار کل برابر است با:

$$\alpha_1 = p(z \geq 3) + p(z \leq -3) = 0.0027$$

$$\alpha_2 = p^2(2 \leq z < 3) + p^2(-3 < z \leq -2) + p(2 \leq z < 3) \times p(-3 < z \leq -2) = 0.0013$$

$$\alpha_{Total} = 1 - (1 - 0.0027) \times (1 - 0.0013) = 0.004$$

قدم دوم - انتخاب گروه هاي منطقي :

گروه هاي منطقي همان تعداد دفعات نمونه گيري مي باشد . گروههاي منطقي بايد به گونه اي انتخاب شوند كه فاصله بين هر کدام حداكثر گردد . براي مثال وقتي دو شيفت كاري در يك كارخانه وجود دارد هر شيفت يك گروه منطقي مي شود و يا اگر يك بازوي پر كن براي شيشه نوشابه از t بازو تشكيل شده باشد هر بازو يك گروه منطقي مي باشد. معمولاً در صنعت بين 20 تا 30 گروه منطقي براي هر مسئله تشكيل مي دهيم .

قدم سوم - انتخاب زير گروه هاي منطقي :

زير گروه هاي منطقي همان تعداد نمونه ها در گروه هاي منطقي مي باشد بسته به نوع شرايط مي تواند متغير و يا ثابت باشد اما در بازرسي مشخصه هاي كيفي متغير به علت بالا بودن هزينه هاي بازرسي و يا شايد آزمون هاي تخريبي و يا بالا بودن زمان آزمون يك نمونه ، زير گروه هاي منطقي حداكثر 12 الي 15 تا مي باشد .

در فاز 1 نمودارهاي كنترل معمولاً انتخاب گروههاي منطقي و زير گروههاي منطقي به صورت تجريبي مي باشد . ايده آل ترين حالت اين است كه اندازه نمونه هاي بزرگ در فواصل زماني کوتاه تهيه گردند. اما به خاطر مشكلاتي كه در بالا ذكر كرديم معمولاً ترجيح داده مي شود از اندازه نمونه هاي كوچك در فواصل زماني کوتاه استفاده كرد اما باز هم تاكيد مي كنيم شرايط است كه تعيين كننده مي باشد . براي مثال اگر تغيير در ميانيگي فرآيند توليد منجر به خسارت زيادي شود (زياد نسبت به هزينه بازرسي) برداشتن زيرگروههاي كوچك به دفعات زياد بهتر از برداشتن زير گروههاي بزرگ به دفعات كم است . يا اگر هزينه بازرسي هر واحد نسبتاً زياد باشد ، اقتصادي ترين طرح برداشتن زير گروههاي كوچك در فواصل طولاني (مثلاً هر 4 تا 8 ساعت) مي باشد.

در فاز 2 در نمودارهاي كنترل براي تعيين اندازه زير گروه منطقي از شاخص هاي ARL (Average Run Length) و ATS (Average Time Sampling) استفاده مي شود .

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad \text{اگر فرآيند تحت كنترل باشد}$$

$$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} \quad \text{اگر فرآيند خارج از كنترل باشد}$$

فواصل زماني نمونه گيري بر حسب ساعت H : $ATS = ARL_0 \times H$ اگر فرآيند تحت كنترل باشد

اگر فرآيند خارج از كنترل باشد : $ATS = ARL_1 \times H$

ARL_0 = متوسط تعداد نمونه های n تایی که لازم است گرفته شود تا فرآیند را خارج از کنترل اعلام کنیم در حالیکه تحت کنترل است.

ARL_1 = متوسط تعداد نمونه های n تایی که لازم است گرفته شود تا پی به وجود تغییر برده شود.

ATS_0 = متوسط تعداد ساعت هایی که لازم است نمونه های n تایی گرفته شود تا فرآیند را خارج از کنترل اعلام کنیم در حالیکه تحت کنترل است.

ATS_1 = متوسط تعداد ساعت هایی که باید نمونه های n تایی گرفته شود تا پی به وجود تغییر ببریم.

مثال: اگر در یک فرآیند تولید برای یک مشخصه کیفی با میانگین و انحراف معیار 5 و 1 در هر ساعت نمونه های 4 تایی گرفته میشود. در صورتیکه میانگین فرآیند به 6 شیفต์ کند (الف) آن گاه به طور متوسط چند ساعت طول میکشد تا پی به وجود تغییر در میانگین فرآیند ببریم؟ (ب) برای زودتر پی بردن به تغییر چه راهکاری را پیشنهاد میکنید؟ (ج) هم چنین از چه اندازه نمونه ای استفاده شود تا با احتمال حداقل 90% پی به وجود تغییر ببریم؟ (د) کدام راه کار را پیشنهاد میکنید؟

$$\theta \sim N(5, 1) \rightarrow \bar{\theta} \sim N\left(5, \frac{1}{\sqrt{4}}\right)$$

$$\text{الف) } 1 - \beta = P(\bar{\theta} \geq 6.5 | \bar{\theta} \sim N(6, 0.5)) = P(Z \geq 1) = 0.15$$

$$ATS = \frac{1}{0.15} \times 1 = 6.6 \text{ ساعت طول میکشد پی به وجود تغییر ببریم.}$$

(ب) اگر به جای هر یک ساعت هر پانزده دقیقه نمونه گیری کنیم آن گاه:

$$ATS = \frac{1}{0.15} \times 0.25 = 1.6 \text{ ساعت طول میکشد پی به وجود تغییر ببریم.}$$

$$\text{ج) } 1 - \beta = P\left(Z \geq \frac{0.5}{\frac{1}{\sqrt{n}}}\right) \geq 0.9 \rightarrow z_{0.9} = 0.5\sqrt{n} \rightarrow 1.28 = 0.5\sqrt{n} \rightarrow n \approx 7$$

$$ATS = \frac{1}{0.9} \times 1 = 1.11 \text{ ساعت پی به وجود تغییر میبریم.}$$

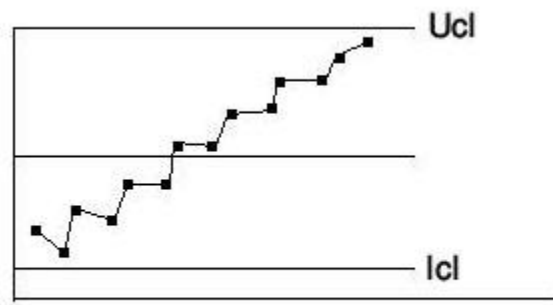
(د) همانطور که میبینید هم با افزایش نمونه به 7 تا و هم با کاهش فواصل نمونه گیری به 15 دقیقه میتوان شرایط فعلی را بهبود داد و زودتر پی به وجود تغییر در میانگین مشخصه کیفی برد.

بررسی تصادفی بودن داده ها با (Run chart):

قبل از اینکه نمودار های کنترل را رسم کنیم ابتدا باید روند های غیر تصادفی کلی را از فرآیند بر طرف کنیم. می خواهیم این کار با Run chart در Minitab انجام دهیم که در آن 4 فرض گرایش¹، نوسانات²، ترکیب ها³، دسته بندی⁴ ها به صورت دو به دو بررسی می شود. در این آزمون، فرض صفر برابر است با اینکه هیچ گونه روند غیر تصادفی در فرآیند دیده نمی شود و فرض یک برابر با وجود حداقل یکی از چهار روند غیر تصادفی ذکر شده است و در صورتیکه P-value بزرگ تر از α (پیش فرض برنامه $\alpha=5\%$) شود، فرض صفر قبول می شود.

گرایش (Trend):

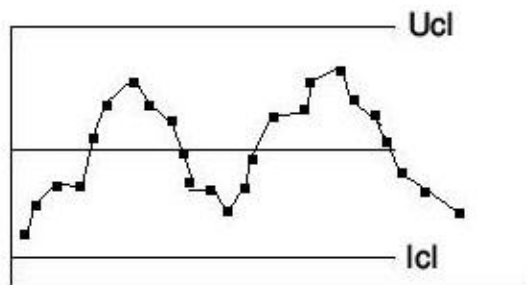
وقتی ایجاد میشود که نمونه ها یک مسیر صعودی یا نزولی را طی کنند. برای مثال روند صعودی یا نزولی که در نتیجه فرسایش تدریجی یک ابزار یا یک جزء مهم در فرآیند به وجود می آید. از علل انسانی هم میتوان به خستگی اپراتور یا حضور مدیریت و مهندس کیفیت اشاره نمود.



دسته بندی (clustering):

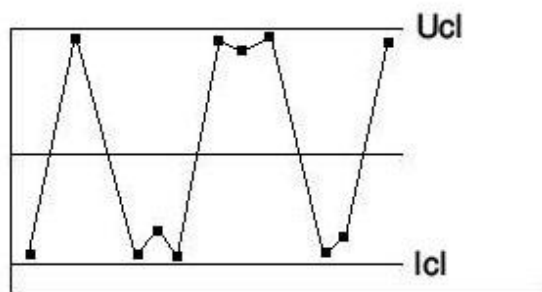
وقتی ایجاد می شود که مقدار اندازه گیری شده به علت هایی که در دوره های ثابت اتفاق می افتد حساس است. مواردی از قبیل اتمام مواد اولیه قبلی و دریافت مواد اولیه جدید، تغییر شیفت، تعمیرات و نگهداری و ...

¹ Trends
² oscillation
³ mixtures
⁴ clustering



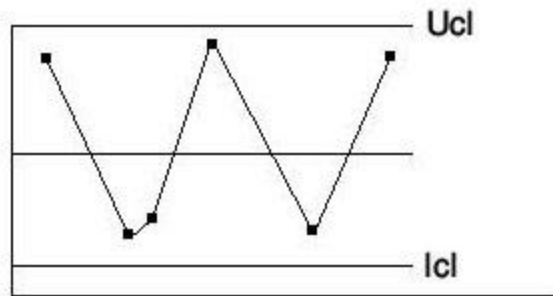
مخلوط، ترکیبی (mixtures):

وقتی ایجاد میشود که نقاط کاملاً در نزدیکی خطوط بالا و پایین نمودار باشند و نقاط کمی در وسط نمودار باشند معمولاً به خاطر دو یا چند توزیع مختلف که در فرآیند تولید دیده می شود ایجاد می شود یا بعضی اوقات به دلیل کنترل بیش از اندازه و یا تنظیم های غیر ضروری ایجاد می شود.



نوسانات (oscillation):

وقتی داده ها مدام بالا و پایین می شوند و پراکندگی بین آنها بسیار زیاد است معمولاً دلایلی چون تنظیم نبودن دستگاه ، بی دقتی اپراتور و بی انگیزگی نزد آنها موجب این دلایل است .



Minitab هر چهار روند غیر تصادفی فوق را آزمون میکند و در صورتیکه p-value برای هر کدام که بزرگ تر از 0.05 شد، آن روند غیر تصادفی در فرآیند وجود دارد پس باید برای بررسی و رفع آن اقدام گردد.

تعریف دنباله (Run up or down):

به روندی که دو نقطه از یک سمت خط مرکز به سمت دیگر دارند چه صعودی چه نزولی، دنباله می گویند. در الگوی غیر تصادفی Trend فقط يك دنباله، در الگوی دسته بندی چندین دنباله داخل حدود کنترل، در الگوی ترکیبی چندین دنباله نزدیک به حدود بالا و پایین و در الگوی نوسان، مدام دنباله داریم.

به طور کلی:

نوع غیر تصادفی بودن	شرایط	آزمونها برای تصادفی بودن
ترکیبی (mixtures)	تعداد دنباله های مشاهده شده بیشتر از انتظار باشد	تعداد دنباله ها ی نزدیک میانه ی داده ها
دسته بندی	تعداد دنباله های مشاهده شده کمتر از انتظار باشد	
نوسانی - داده ها به سرعت بالا و پایین می شوند	تعداد دنباله های مشاهده شده بیشتر از انتظار باشد	تعداد دنباله ها ی صعودی یا نزولی
Trend روند صعودی یا نزولی	تعداد دنباله های مشاهده شده کمتر از انتظار باشد	

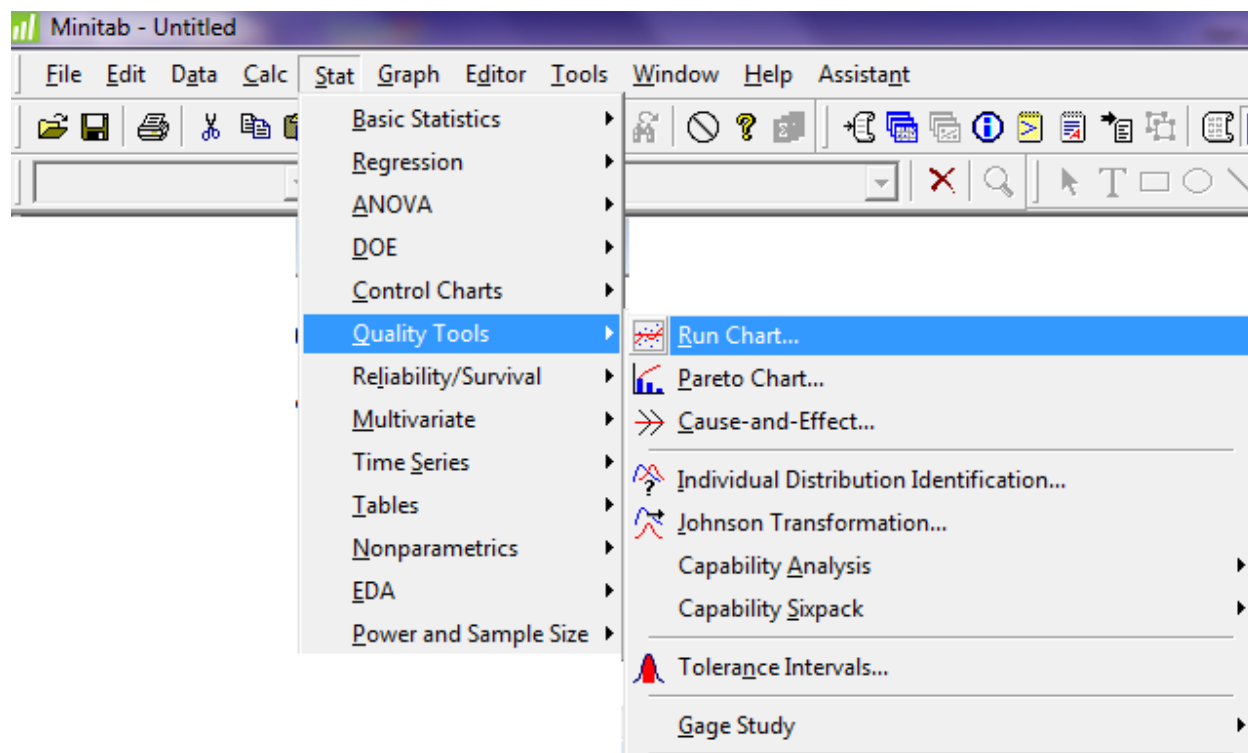
طریقه ی استفاده از Run chart در Minitab:

مثال: فرض کنید شما در شرکتی کار می کنید که این شرکت تولید کننده ی دستگاههای تشعشع سنج است. شما به عنوان يك مهندس کیفیت در ارتباط با پوسته ی دستگاه (membrane) می خواهید میزان

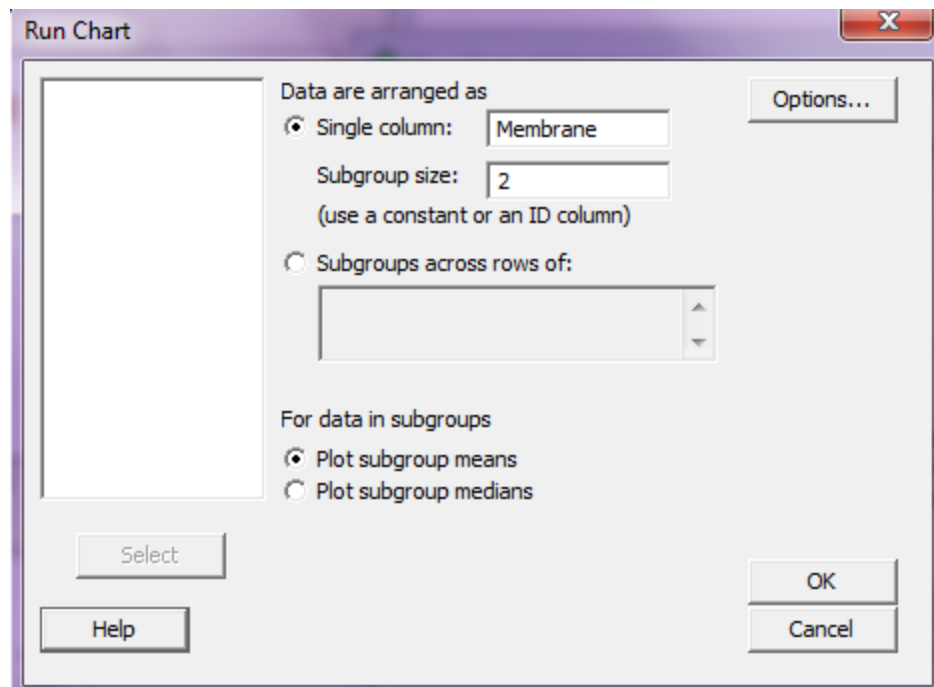
تشعشعات را اندازه بگیرید . حال میزان تشعشع 20 دستگاه آزمایش شده را (در گروه‌های 2 تایی) بعد از هر تست برای هر دستگاه ثبت می‌کنید. برای ارزیابی عملکرد خود و تهیه یک گزارش اکتشافی ، شما تصمیم به ایجاد یک نمودار دنباله برای ارزیابی اختلاف در اندازه گیری های خود دارید .

قدم اول: فایل RADON.MTW را از منوی file گزینه open worksheet باز کنید

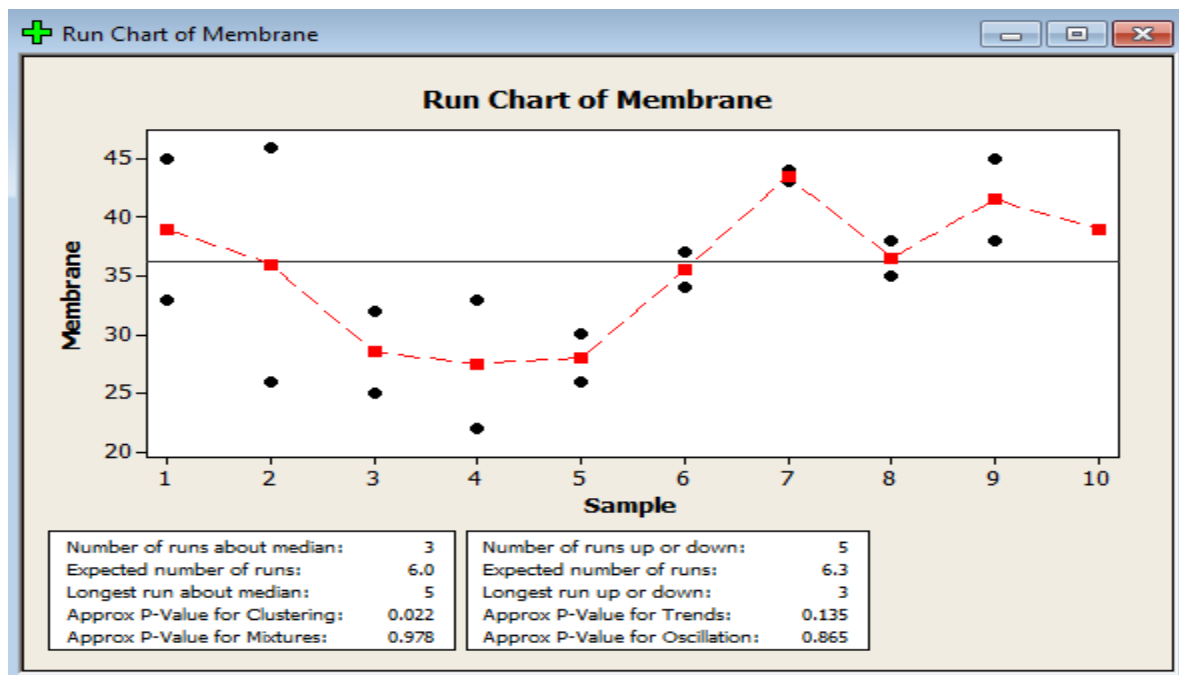
قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم : در قسمت single column ستون C2 را وارد کنید و در قسمت Sub Groups عدد 2 را وارد کنید.



در قسمت For data in subgroups شما میتوانید مشخص کنید که خط نمودار دنباله از میانگین هر زیر گروه (Plot subgroups means) یا از میانه ی هر زیر گروه (Plot sub group median) عبور کند. قدم چهارم: Ok را بزنید.



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برای الگوی دسته بندی (Clustering) کمتر از 0.05 است پس يك الگوی دسته بندی غیر تصادفی در فرآیند دیده میشود و باید علت آن بررسی و رفع گردد .

پس از اینکه عوامل شناسایی شد و عمل نمونه گیری با توجه به توضیحاتی که در گذشته داده شد ، انجام شد و عوامل غیر تصادفی کلی با استفاده از Run chart برطرف شد، به سراغ نمودار های کنترل میرویم تا در فاز 1 فرآیند را تحت کنترل در آوریم. حال میخواهیم به بررسی نمودار های کنترل بپردازیم.

آزمون تصادفی بودن (Run test)

همانطور که توضیح دادیم برای اینکه فرآیندی تحت کنترل باشد نه تنها باید کلیه نقاط بر روی نمودار کنترل بین حدود کنترل قرار بگیرد بلکه قرار گرفتن نقاط بر روی نمودار باید کاملاً تصادفی بوده و شکل خاصی پیدا نکند. نمودار دنباله ها یکی از ابزارهای بررسی تصادفی بودن بود، حال می خواهیم آزمون تصادفی بودن را شرح دهیم که یک آزمون ناپارامتری در یک سطح اطمینان مشخص برای بررسی تصادفی بودن داده ها می باشد. این آزمون با بررسی تعداد گردش ها از بالای خط مرکز به پایین خط مرکز یا برعکس ، به بررسی تصادفی بودن داده ها می پردازد. فرض صفر یک در این آزمون به شرح زیر است:

کلیه نقاط به طور تصادفی در نمودار کنترل وجود دارند: H_0

کلیه نقاط به طور غیر تصادفی در نمودار کنترل وجود دارند: H_1

یک گردش (Run) به تکرار یک علامت تا رسیدن به علامت دیگر گفته می شود. چنانچه نقاط بالای خط مرکزی نمودار را با حرف a و نقاط پایین خط مرکزی را با حرف b نشان دهیم، می توانیم با استفاده از این حروف آزمون تصادفی بودن را انجام دهیم. برای مثال به ترتیب زیر توجه کنید:

aabbaabbbabbbbbaaaabbb

همانطور که مشاهده می کنید حروف فوق هشت گردش را نشان می دهند و یک حالت غیر تصادفی در فرآیند وجود دارد. اما فرض کنید 20 نقطه داریم 10 نقطه ابتدایی در بالای خط مرکز و 10 نقطه ی پایانی ، پایین خط مرکز واقع شدند در نتیجه تنها دو گردش داریم و این نشان دهنده یک روند غیر تصادفی در فرآیند می باشد و بیانگر یک وضعیت ثابت در فرآیند می باشد هم چنین فرض کنید در آن 20 نقطه ، 20 گردش نیز داشته باشیم این وضعیت نیز نشان دهنده یک روند پر نوسان و عدم استقلال نمونه های تصادفی می باشد. به طور کلی اگر L_1 تعداد حروف a و L_2 تعداد حروف b باشد و L_1 و L_2 هر یک بیش از ده باشد می توان گفت متغیر تصادفی تعداد گردش ها (U) دارای توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار به شرح زیر می باشد

$$\mu_U = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2} + 1$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{2L_1L_2(2L_1L_2 - L_1 - L_2)}{(L_1 + L_2)^2(L_1 + L_2 - 1)}}$$

بدین ترتیب چون متغیر تصادفی تعداد گردش ها دارای توزیع نرمال می باشد پس آماره آزمون به صورت زیر محاسبه می شود :

$$Z_0 = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$$

که در رابطه فوق U تعداد گردش ها می باشد. فرض صفر در این آزمون رد می شود اگر

$$|Z_0| \geq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

مقدار P-Value برای این آزمون به صورت زیر محاسبه می شود:

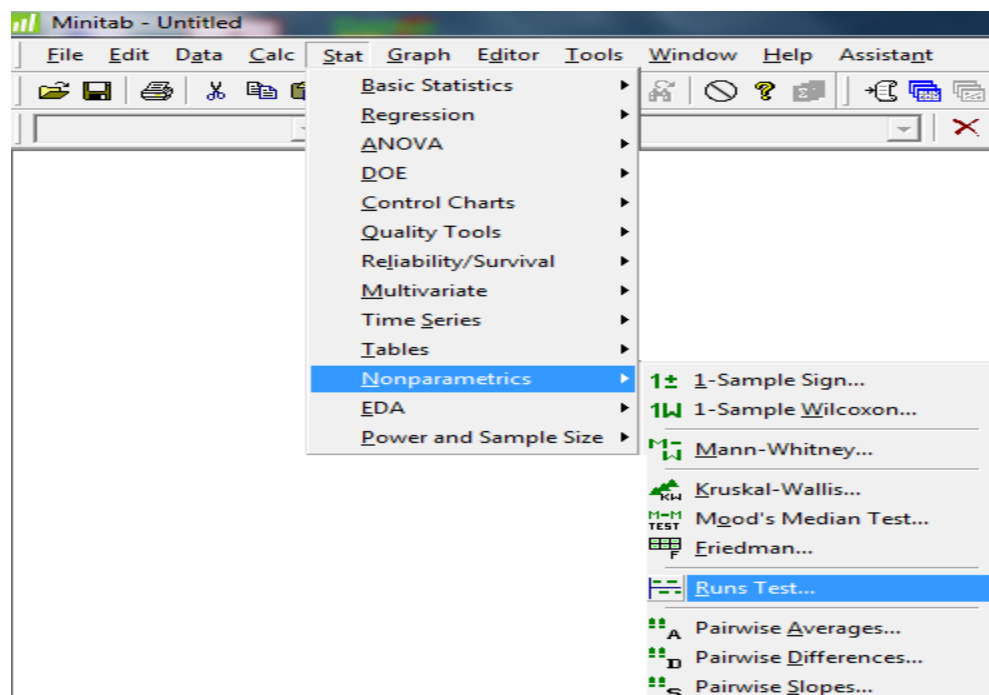
$$p - value = p(z \geq |Z_0|)$$

در صورتیکه P-Value بزرگ تر از α باشد فرض صفر مبنی بر تصادفی بودن داده ها قبول می شود.

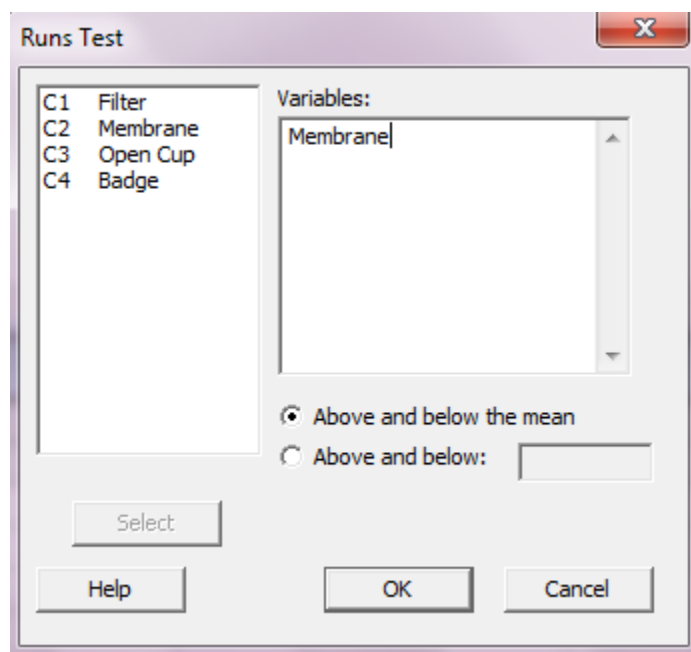
طریقه انجام آزمون تصادفی بودن (Run test) با Minitab

مثال: آزمون تصادفی بودن را برای داده های جمع آوری شده از میزان تشعشع دستگاه ها را که در مثال قبل بررسی کردیم , در سطح اطمینان 0.95 انجام دهید.

قدم اول : مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت Variables ستون "Membrane" را وارد کنید و گزینه ی Above and below the mean را انتخاب کنید در صورتیکه می خواهید تعداد گردش ها را از یک مقدار خاصی بسنجید، گزینه OK را بزنید.



Runs Test: Membrane

Runs test for Membrane

Runs above and below $K = 35.5$

The observed number of runs = 9

The expected number of runs = 11

10 observations above K , 10 below

* N is small, so the following approximation may be invalid.

P-value = 0.358

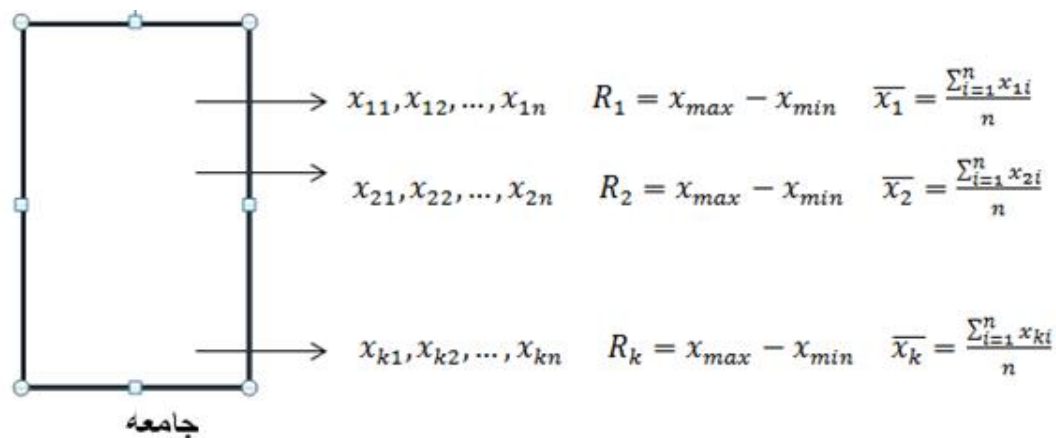
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید خط مرکزی نمودار برابر 35.5 می باشد و تعداد گردش های دیده شده برابر 9 و تعداد گردش های مورد انتظار برابر 11 می باشد همچنین 10 نقطه بالای خط مرکز و 10 نقطه زیر خط مرکز می باشند. هم چنین چون اندازه نمونه پایین بوده Minitab این هشدار را داده که ممکن است نتایج حاصله کاملاً صحیح نباشد. مقدار P-Value برابر 0.35 شده و بزرگ تر از 0.05 می باشد، پس فرض صفر را مبنی بر اینکه هیچ روند غیر تصادفی در فرآیند دیده نمی شود می پذیریم.

نمودار کنترل R-Xbar:

از آنجاییکه در هر جامعه ی آماری به ندرت پیش می آید که میانگین و انحراف معیار یک مشخصه کیفی (θ) معلوم باشد، پس معمولاً از تخمین های آن ها استفاده میکنیم. در این نمودار کنترل از R (دامنه ی تغییرات) برای تخمین انحراف معیار هر زیر گروه استفاده میشود در نتیجه وقتی ما چندین بار نمونه گیری میکنیم R توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار μ_R و σ_R دارد و چون μ_R نامشخص است بهترین تخمین برای μ_R ، \bar{R} میباشد. همواره یک رابطه ی شناخته شده ای بین دامنه ی تغییرات و انحراف معیار مشخصه کیفی (θ) وجود دارد، این رابطه برابر با متغیر تصادفی $W = \frac{\bar{R}}{\sigma_\theta}$ است که W دامنه ی تغییرات نسبی نامیده می شود که پارامترهای توزیع W تابعی از n (اندازه نمونه) بوده و میانگین آن d_2 میباشد. در این صورت برآورد انحراف استاندارد (θ)، برابر با $\frac{\bar{R}}{d_2}$ میباشد که در اندازه نمونه های پایین برآورد خوبی برای انحراف معیار فرآیند میباشد. همچنین از \bar{x} برای تخمین میانگین هر زیر گروه استفاده میشود که \bar{x} ها توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار $\mu_{\bar{x}}$ و $\sigma_{\bar{x}}$ دارند در نتیجه \bar{x} بهترین تخمین هم برای $\mu_{\bar{x}}$ و هم برای میانگین مشخصه کیفی میباشد. هنگام استفاده از این نمودار باید توجه داشته باشیم که اندازه نمونه پایین باشد (نهایتاً 4 یا 5 تایی باشد) در غیر این صورت دقت نمودار به شدت کاهش می یابد و همچنین بهتر است در هنگام استفاده از این نمودار، اندازه نمونه ثابت باشد.

مراحل تهیه نمودار R-Xbar:

ابتدا k بار نمونه های n تایی تهیه کرده سپس R و \bar{x} را برای هر زیرگروه به دست آورده و در انتها $\bar{\bar{x}}$ و \bar{R} را مطابق شکل زیر محاسبه میکنیم:



$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j}{k}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{j=1}^k R_j}{k}$$

حال نوبت به ایجاد نمودارهای کنترل میباشد:

$$\begin{aligned}
 UCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \times \sqrt{n}} \\
 CL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\
 LCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \times \sqrt{n}}
 \end{aligned}$$

همانطور که گفته شد $W = \frac{R}{\sigma}$ پس میتوان انحراف معیار R را از رابطه $R = W\sigma$ به دست آورد. چون رابطه R با W و σ یک رابطه غیر خطی میباشد و میانگین و انحراف معیار W به ترتیب برابر d_2 و d_3 و σ عدد ثابت $\frac{\bar{R}}{d_2}$ است در نتیجه روش متداول آن است که تابع غیر خطی $g=w \sigma$ بوسیله یک تابع خطی از متوسط متغیر w برابر d_2 و با استفاده از سری تیلور به صورت زیر تقریب زد:

$$R = g(d_2\sigma) + (w - d_2) \times \frac{\delta g}{\delta w} :_{d_2} + r$$

در رابطه فوق با نادیده گرفتن r داریم:

$$\mu_R = d_2 \times \sigma$$

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{\delta g}{\delta w} :_{d_2} \right)^2 \times \sigma_w^2 = \sigma^2 \times d_3^2 = \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right)^2 \times d_3^2$$

$$\sigma_R = \frac{\bar{R}}{d_2} \times d_3$$

در نتیجه حدود نمودار R برابر است با:

$$\begin{array}{l} UCL_R = \bar{R} + \frac{3\bar{R}}{d_2} d_3 \\ CL_R = \bar{R} \\ LCL_R = \bar{R} - \frac{3\bar{R}}{d_2} d_3 \end{array}$$

در روابط فوق d_2 و d_3 اعدادی ثابت و تابع اندازه نمونه می باشند.

اگر نقطه ای از حدود نمودار کنترل بیرون بیفتد در صورت پیدا کردن دلیل باید آن نقطه و کلیه نقاطی که تحت تاثیر آن دلیل بودند از محاسبات حذف و حدود کنترل مجددا محاسبه شود.

در صورتیکه نقطه ای از حد بالا و پایین نمودارهای مربوط به میانگین یا از حد بالای نمودارهای کنترل مربوط به انحراف معیار بیرون بیفتد ، دلیل آن را حذف میکنیم و تنها در صورتی دلیل بیرون افتادن یک نقطه را ثبت میکنیم که از حد پایین نمودارهای مربوط به پراکندگی بیرون بیفتد چون پراکندگی را کاهش داده است.

دلایل خارج از کنترل شدن نمودارهای میانگین :

- از تنظیم خارج شدن ماشین
- خستگی کار
- تغییر درجه حرارت و تغییرات فیزیکی کار
- جابه جایی اپراتورها یا تعویض ماشین آلات
- تغییر در وسایل اندازه گیری
- به هم پیوست قطعات مونتاژی
- نمونه گیری در شریطی که نمونه ها همگن نیستند
- تجمع محصولات و مواد زائد
- نقص شرایط محیط کار
- نقص تدریجی در دقت دستگاه های اپراتور یا ماشین جدید
- تغییرات در نسبت مواد و قطعاتی که از منابع مختلف تهیه میشوند
- بهبود در روش یا فرآیند تولید
- انجام تغییرات در وسایل بازرسی
- کنترل بیش از اندازه
- اختلاف فاحش در کیفیت مواد اولیه متفاوت

- محاسبه ی نادرست حدود کنترل
- استفاده از اپراتور یا ماشین جدید

دلایل خارج از کنترل شدن نمودارهای مربوط به انحراف معیار

- بی دقتی اپراتور
- خستگی اپراتور
- وسایل و ابزار کهنه
- افزایش و یا نقصان در مهارت اپراتور
- تغییرات در مشخصات فرآیندهای تولیدی جانبی که به یک خط تولید مرتبط می شوند
- تغییر اپراتور و کارگران
- انجام تغییرات در روش تولیدی
- تغییرات تدریجی در کیفیت و همگنی مواد اولیه ورودی

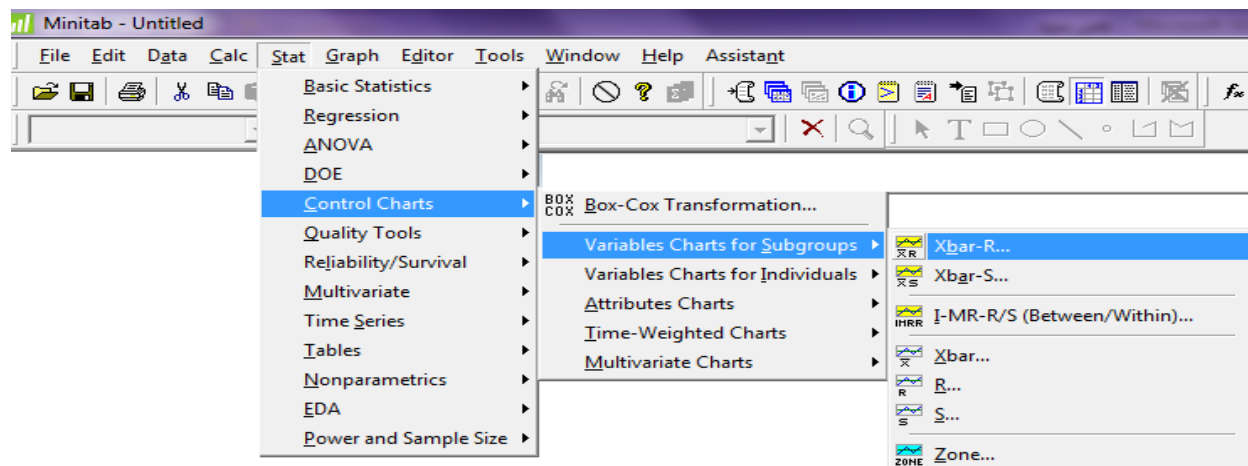
همواره برای تحت کنترل درآوردن یک مشخصه کیفی متغیر، ابتدا انحراف معیار یا پراکندگی مشخصه کیفی را تحت کنترل در آورده سپس سراغ میانگین آن میرویم زیرا همواره میانگین به انحراف معیار وابسته میباشد برخلاف انحراف معیار که از میانگین و مقادیر انفرادی مستقل است در نتیجه ابتدا نمودارهای کنترل مربوط به پراکندگی تحت کنترل در آورده سپس نمودارهای کنترل مربوط به میانگین یا مقادیر انفرادی را برای مشخصه کیفی مورد بررسی تحت کنترل در میاوریم.

طریقه ی رسم نمودار R-XBar در Minitab

مثال: فرض کنید شما در يك كارخانه ي مونتاژ ماشین در قسمت مونتاژ موتور کار میکنید. یکی از قطعات موتور، يك ميل بادامك باید طولي برابر $600 \pm 2\text{mm}$ داشته باشد تا با مشخصات فني محصول مطابقت داشته باشند. يك شكل قديمي باعث مي شود كه طول اين ميل بادامك در حين توليد تغيير داشته باشد كه اين شكل باعث مشكلاتي در حين مونتاژ موتور مي شود كه در نتيجه آمار ضايعات و دوباره كاري ها بالا رفته است. سرپرست كارگاه ميخواهد نمودار Xbar-R را براي مشاهده ي اين مشخصه رسم كند، بنابراین شما در طول يك ماه تعداد 100 نمونه (20 نمونه 5 تایی) از کار میل بادامك هاي توليدي در كارخانه را جمع آوري مي كنيد. همچنین 100 نمونه را از هر تامين كننده را نيز مورد آزمون قرار مي دهيد (Supp2,1). حال شما ابتدا ميخواهيد نمودار کنترل برای طول ميل بادامك های توليد كننده 2 را رسم كنيد، در صورتيكه تحت کنترل باشد ترجيح ميدهيد از اين به بعد به جای اينكه خود كارخانه ميل بادامك توليد كند از تامين كننده 2 خريد كنيد. نمودار Xbar-R را براي تامين كننده 2 رسم كنيد.

قدم اول: فایل camshaft.MTW را از منوي File گزینه Open worksheet انتخاب نماييد.

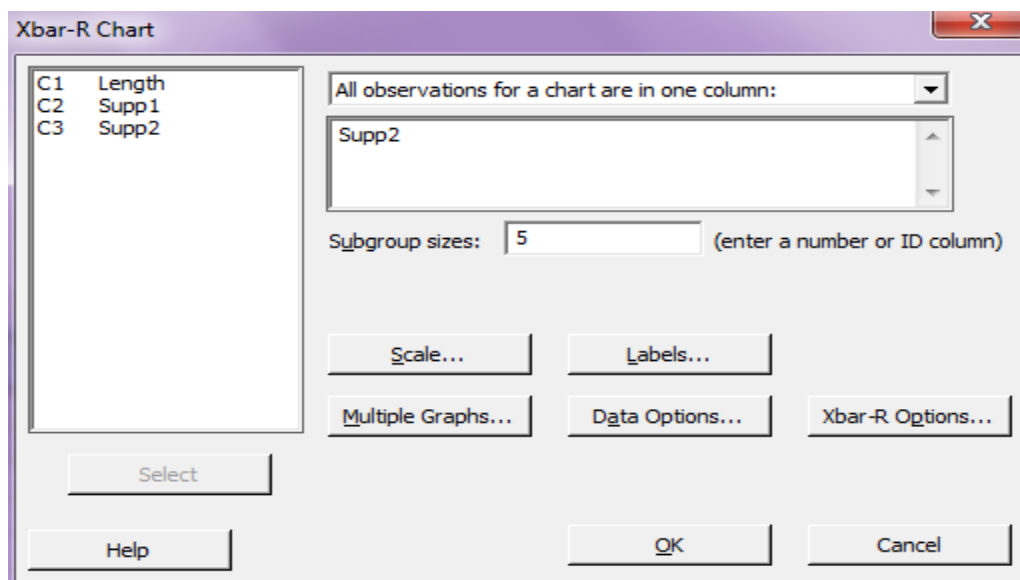
قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



در صورتیکه اندازه نمونه ثابت است از پنجره ی باز شده All observation for a chart are in one column را انتخاب کنید. همواره وقتی اندازه نمونه ثابت است و کلیه مشاهدات در یک ستون وارد شده باشد گزینه بالا را انتخاب کنید. در این قسمت ستون supp2 را وارد کنید.

در صورتیکه اندازه نمونه متغیر باشد و هرگروه منطقی در یک سطر و زیرگروههای منطقی در ستون های مختلف باشد گزینه ی observation for a subgroup are in one row of columns را انتخاب کنید و کلیه ستون هایی را که شامل مشاهدات میباشد را انتخاب کنید.

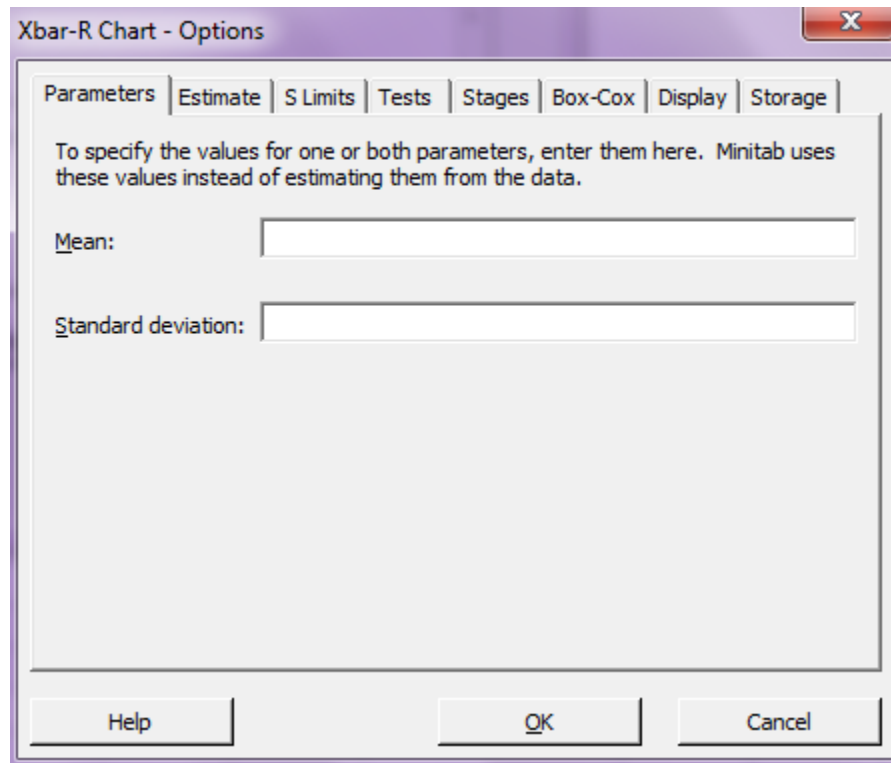
قدم سوم: در مثال بالا گزینه پیش فرض برنامه را انتخاب کنید All observation for a chart are in one column و در قسمت Subgroup size اندازه زیر گروه که برابر 5 میباشد را وارد کنید.



قدم چهارم :به Xbar-R option رفته تا چند گزینه را توضیح دهیم.

قسمت Parameters:

در این قسمت که معمولاً در فاز 2 در نمودار های کنترل استفاده میشود میتوان میانگین و انحراف معیار را به ترتیب در Mean و Standard deviation وارد کرد. همواره در فاز 1 فرآیند را تحت کنترل در آورده و در فاز 2 با تخمین هایی که از فاز 1 داریم میانگین و انحراف معیار را وارد می کنیم.



قسمت Estimate:

در این قسمت اگر بخواهیم داده هایی را حذف کنیم گزینه

Omit the following subgroup when estimating parameters را انتخاب کرده و شماره نمونه را وارد می کنیم.(مثلاً حذف نمونه های خارج از کنترل)، برای مثال میخواهید نمونه های 20 تا 30 را حذف کنید در این صورت در کادر مشخص شده عبارت 20:30 را وارد کنید و یا فرضاً اگر میخواهید نمونه های 20 ، 22 و 30 را حذف کنید در کادر مشخص شده عبارت 20 22(space)30 را وارد کنید.

اگر میخواهیم داده هایی را از محاسبات حذف کنیم بهتر است به Worksheet رفته و داده های مورد نظر را Delete کرده سپس روی نمودار Xbar-R راست کلیک کرده و گزینه

Update Graph automatically را انتخاب کنید.

معمولا حذف کردن مشاهدات وقتی کاربرد دارد که نمونه هایی از حدود کنترل بیرون افتاده باشد و شما قصد اصلاح حدود کنترل خود را دارید.

اگر بخواهیم تعیین کنیم که از کدام نمونه ها برای تخمین پارامترها استفاده شود ، گزینه

Use the following subgroups when estimating parameters را انتخاب می کنیم .

در قسمت Method for estimating standard deviation روش تخمین زدن انحراف معیار مشخصه کیفی تعیین می کنیم .

روش اول- \bar{R} :

$$\hat{\sigma}_\theta = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$$

روش دوم- انحراف معیار مشترك (پیش فرض برنامه این روش میباشد) در نظر داشته باشید چون این تخمین همه ی نمونه ها را در محاسبات شرکت میدهد به نظر تخمین دقیق تری برای انحراف معیار فرآیند میباشد این در حالیست که نقاط داخل نمودار دامنه ی تغییرات (R) داخل هر زیر گروه می باشد اما حدود کنترل نمودار R بر اساس Sp رسم میشود و این باعث می شود تجزیه و تحلیل نمودار R کار دشواری باشد و احتمال خطا بالا برود در نتیجه پیشنهاد می شود گزینه ی اول را انتخاب کنید.

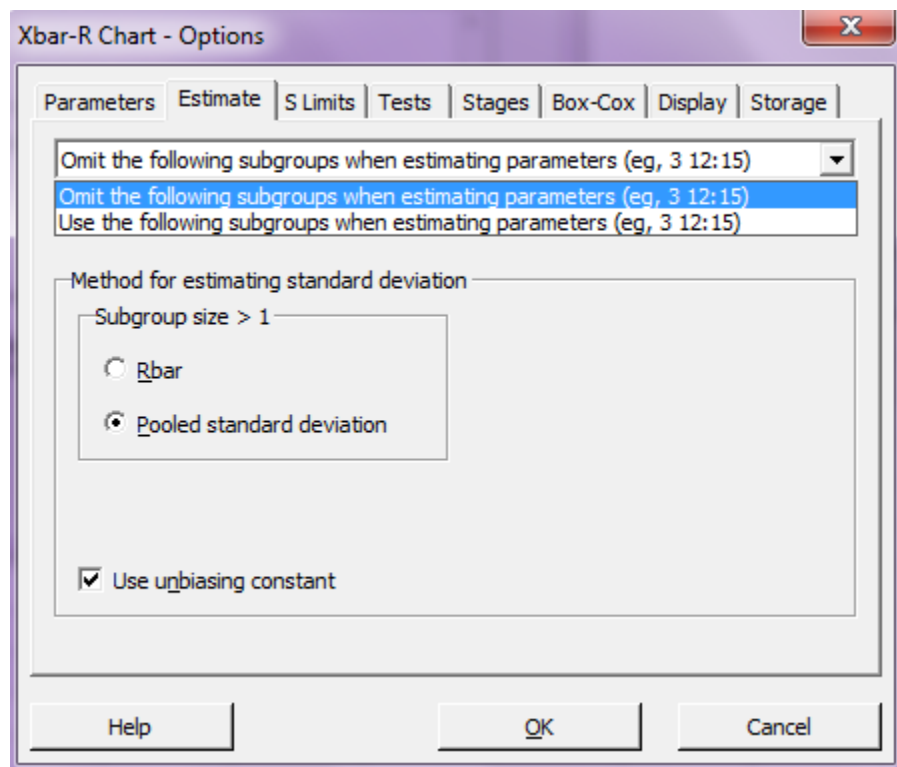
$$\hat{\sigma}_\theta = \frac{Sp}{d_2}$$

$$Sp = \sqrt{\frac{\sum \sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{\sum (n_i - 1)}}$$

همانطور که میدانید S^2 برآوردگری نااریب برای σ^2 میباشد اما S برآوردگر اریب برای σ میباشد به این صورتکه $E(S)$ برابر σc_4 میباشد و در رابطه زیر c_4 تابعی از اندازه نمونه میباشد. در نمودار های کنترل $S-\bar{X}$ در صورتیکه گزینه فوق را انتخاب کنید $\sigma = \frac{Sp}{c_4}$ (انحراف معیار مشخصه کیفی) به دست می آید.

در مثال فوق گزینه ی دوم را انتخاب کنید.

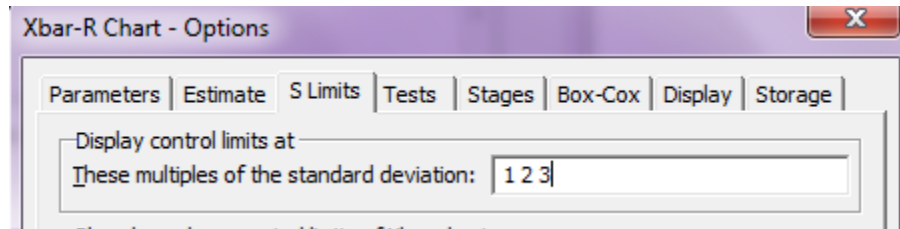
از آن جاییکه هر دو نمودار کنترل میانگین و انحراف معیار برای یک مشخصه کیفی به σ بستگی دارد در نتیجه شما هر یک از روش های فوق را انتخاب کنید σ متفاوتی خواهید داشت پس حدود کنترل نیز متفاوت خواهد بود برای مثال اگر روش انحراف معیار مشترک را انتخاب کنید حد بالای نمودار \bar{X} برابر با $\bar{X} + 3 \frac{S_p}{d_2} \frac{1}{\sqrt{n}}$ و خط وسط نمودار R برابر S_p و حد بالای نمودار R برابر $S_p + 3 \frac{S_p}{d_2} d_3$ خواهد بود , به طور کلی در کلیه روابط فوق برای حدود کنترل در نمودارهای R - \bar{X} هر جا \bar{R} بود از S_p استفاده می شود.



قسمت S limits:

در این قسمت حدودی را که می خواهیم بر روی نمودار رسم شود مشخص می کنیم. برای این کار در مثال فوق در قسمت Display control limit at در کادر مقابل

These multiples of the standard deviation 1, 2 (Space) 3 را بزنید به صورت زیر:



در قسمت Place bound on control limit of Xbar-chart می توان در صورتیکه بخواهیم برای نمودار کنترل خود حدود دلخواه تعریف کنیم ، به طوریکه با وارد کردن UB و LB نمودار از این حدود بالاتر یا پایین تر خطی رسم نمی کند و به آن UB(Upper bound) یا LB(lower bound) میگویند .

هم چنین میتوان این کار را برای نمودار R انجام داد.(بهتر است در این گونه موارد حدود رد را وارد کنید و در صورتیکه Ucl و Lcl داخل محدوده افتاد یعنی فرآیند خوب کار می کند اما در صورتیکه خط Ucl یا Lcl دیده نشود یعنی ضایعات بالا می باشد).

حدود رد را میتوان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$URL(Upper Rejected Limit) = T_{\theta} + 3 \times \sigma_{T\theta}$$

$$LRL(Lower Rejected Limit) = T_{\theta} - 3 \times \sigma_{T\theta}$$

$T_{\theta} = \theta$ میانگین مقدار هدف برای θ

$\sigma_{T\theta} = \theta$ انحراف معیار مقدار هدف برای θ

در مثال فوق میتوان حدود رد را برای نمودار \bar{x} به صورت زیر محاسبه کرد:

$$URL = T_{\bar{x}} + 3 \frac{\sigma_{Tx}}{\sqrt{n}} = 600 + 3 \times \frac{602 - 598}{6 \times \sqrt{5}} = 600.89$$

$$LRL = 600 - 3 \times \frac{602 - 598}{6 \times \sqrt{5}} = 599.11$$

حدود کنترل توانایی فرآیند را نشان میدهد و حدود رد وضعیت انطباق محصول با حدود مشخصات قابل قبول را توصیف میکند.

Xbar-R Chart - Options

Parameters | Estimate | S Limits | Tests | Stages | Box-Cox | Display | Storage

Display control limits at

These multiples of the standard deviation: 1 2 3

Place bounds on control limits of Xbar chart

☒ Lower standard deviation limit bound: 599.11

☒ Upper standard deviation limit bound: 600.89

Place bounds on control limits of R chart

☐ Lower standard deviation limit bound:

☐ Upper standard deviation limit bound:

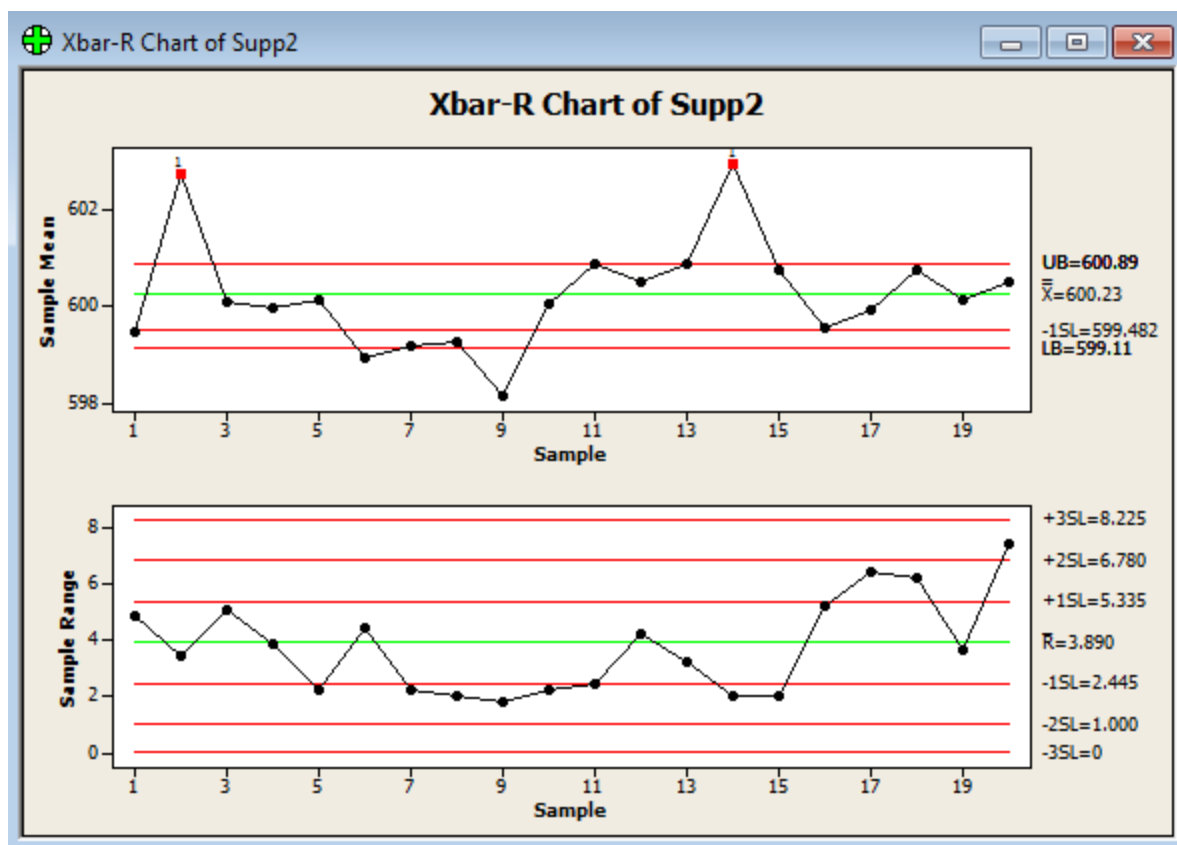
When subgroup sizes are unequal, calculate control limits

☒ Using actual sizes of the subgroups

☐ Assuming all subgroups have size: 2

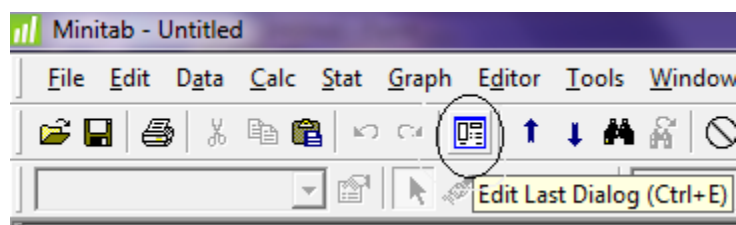
Help OK Cancel

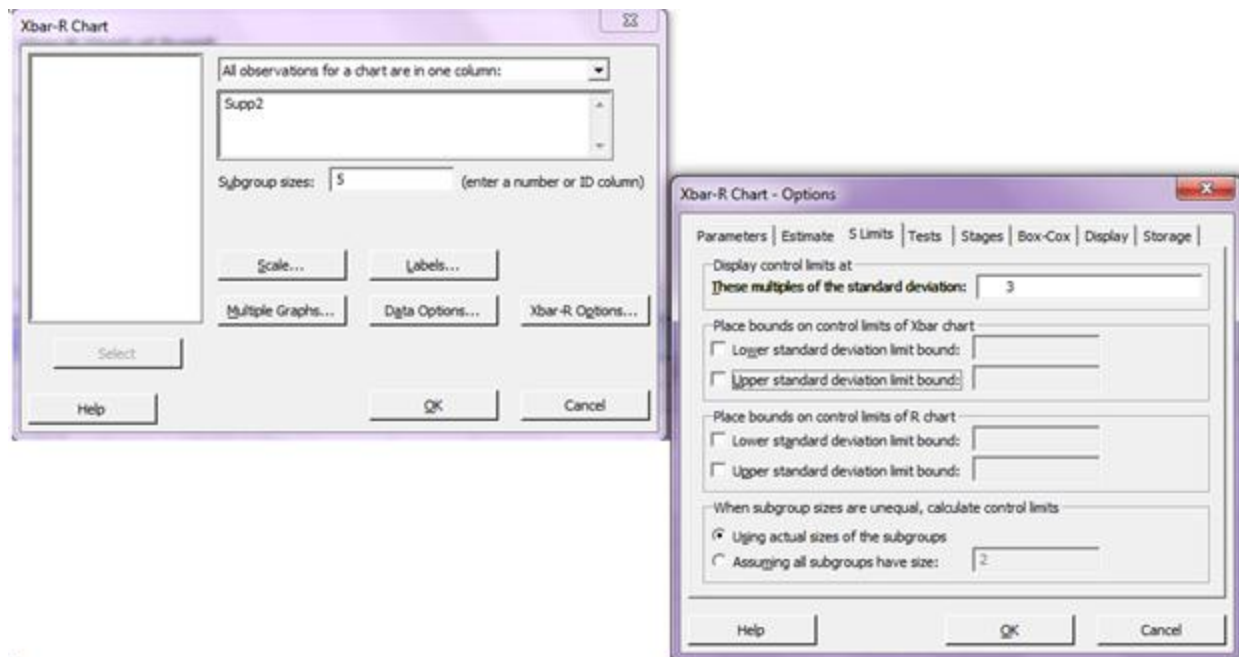
حال OK را بزنید.



تحلیل: همانطور که میبینید حدود کنترل \bar{X} از حدود رد است در نتیجه ضایعات و دوباره کاری فرآیند تولید میل بادامک قطعاً بالا خواهد بود.

حال برای اینکه سایر قسمت ها را توضیح دهیم از منوی Edit last Dialog, Toolbar را انتخاب کرده یا $Ctrl+E$ را بزنید سپس به XBar-R option رفته و در قسمت S Limit و UB و LB را خالی بگذارید.





در قسمت When subgroup size are unequal, calculate control limits باید به این سوال پاسخ دهیم که وقتی اندازه نمونه متغیر است از کدام روش برای محاسبه ی حدود کنترل استفاده کنیم. برنامه 2 روش دارد:

1-Using actual sizes of the groups: یعنی از اندازه نمونه های هر گروه منطقی استفاده کند. در این صورت حدود کنترل دیگر ثابت نیست و متغیر هستند.

2-Assuming all subgroups have size: یعنی حدود کنترل با استفاده از يك اندازه نمونه ثابت برای کلیه گروهها بدست آید.

دقت کنید وقتی روش دوم را انتخاب می کنید باید سعی کنید عددی را انتخاب کنید که همه ی اندازه زیرگروه ها را با استفاده از رابطه پوشش دهد. معمولاً در چنین شرایطی از روش \bar{n} (متوسط نمونه) استفاده می شود به طوریکه $\bar{n} \pm 0.25\bar{n}$ بتواند همه ی گروههای منطقی را پوشش دهد. (همواره اندازه نمونه با حدود کنترل رابطه ی عکس دارد).

قسمت Test:

همانطور که در گذشته توضیح دادیم معمولاً $\alpha=0.27\%$ انتخاب می کنند تا حدود کنترل سه انحراف معیار بدست آید و در صورتیکه مشخصه کیفی مورد بررسی حساس باشد از قوانین حساس سازی استفاده میکنیم.

در قسمت Test 8 قانون حساس سازي داريم:

قانون 1: يك نقطه خارج از ناحيه ي 3σ (K) نسبت به خط مركزي

قانون 2: نه (K) نقطه ي پياپي در يك طرف خط مركزي

قانون 3: شش (K) نقطه پياپي با روند نزولي و صعودي

قانون 4: چهارده (K) نقطه پياپي با روند نزولي پي در پي با حالت سينوسي

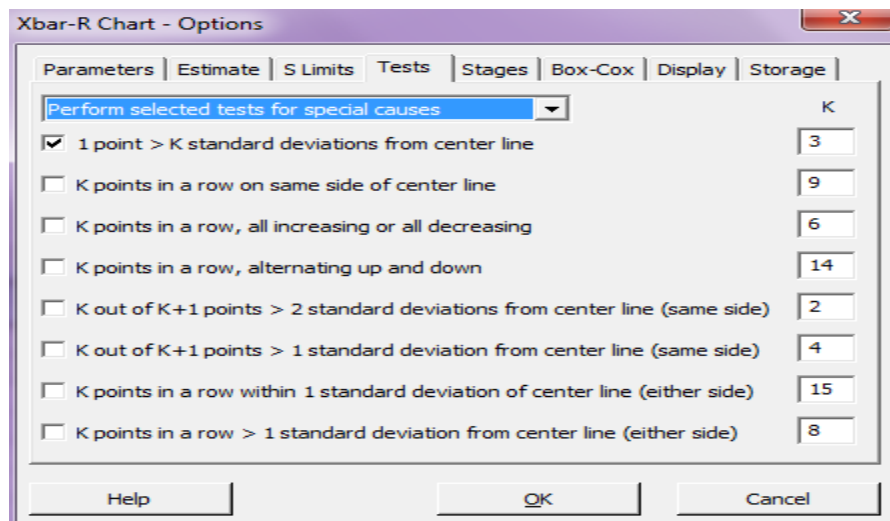
قانون 5: دو (K) نقطه از سه (K+1) نقطه ي پياپي در فاصله 2σ از خط مركزي

قانون 6: چهار (K) نقطه از 5 (K+1) نقطه به فاصله ي 1σ از خط مركزي

قانون 7: پانزده (K) نقطه در يك ردیف به فاصله ي 1σ از خط مركزي

قانون 8: هشت (K) نقطه در يك ردیف به فاصله ي 1σ از خط مركزي

شما ميتوانيد در صورت لزوم مقدار K را تغيير دهيد.



اگر گزینه ي perform all tests for special causes را بزنيم همه تست ها با هم انجام ميشود كه كمی غير عادي به نظر ميرسد هم چنين خطاي نوع I (اعلام خطر هاي اشتباهي) را نيز بسيار افزايش مي دهد.

اگر گزینه ي perform the following test for special causes را انتخاب كنيد ميتوانيد هر کدام از آزمون ها را به دلخواه انتخاب كنيد.

اگر گزینه ي perform no test را انتخاب كنيد هيچ آزموني روي نمودار كنترل صورت نمي گيرد.

قسمت Stage

در نمودار های Historical توضیح داده خواهد شد.

قسمت BOX-COX:

از این قسمت برای تبدیل داده های غیر نرمال به نرمال استفاده میشود که مفصلاً در فصل اول به آن پرداختیم.

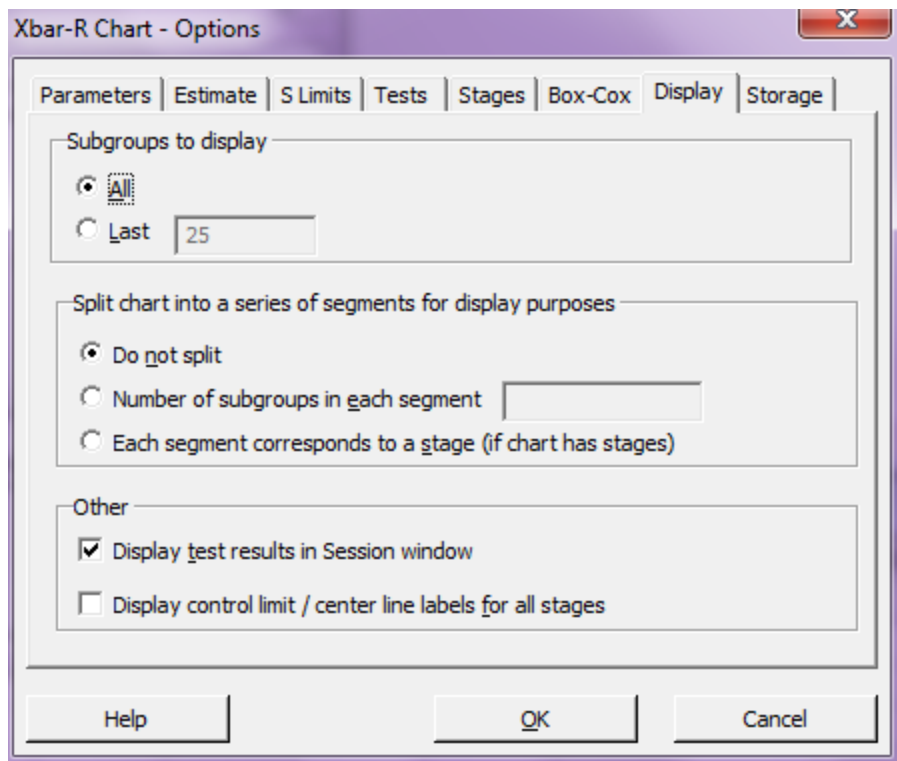
قسمت Display:

در قسمت Subgroups to display در صورتیکه All را انتخاب کنید میانگین و دامنه ی تغییرات همه ی گروه های منطقی که نمونه گیری شده را نمایش میدهد و در صورتیکه Last را انتخاب کنید میانگین و دامنه تغییرات 25 گروه منطقی آخر را نمایش میدهد هرچند میتوانید این مقدار را تغییر دهید.

همچنین در قسمت Split chart into a series of segments for display purposes میتوانید نمودار کنترل خود را به بخش های مختلف تقسیم کنید. در صورتیکه Do not split را انتخاب کنید نمودارهای کنترل شما فقط در یک بخش نمایش داده خواهد شد. در صورتیکه بخواهید نمودار کنترل خود را بر اساس گروه های منطقی مختلف بخش بندی کنید در قسمت subgroups in each Number of segments تعداد گروه های منطقی را معلوم کنید برای مثال اگر میخواهید در این مثال برای هر 10 گروه منطقی یک جفت نمودار کنترل رسم شود در این قسمت عدد 10 را وارد کنید. معمولاً از این قسمت برای جدا کردن نمودار کنترل هر شیفت یا هر روز کاری و... برای تجزیه تحلیل بهتر و راحت تر بازه ی زمانی که نمونه گیری انجام شده است استفاده میشود. همچنین اگر Each segment corresponds to stage انتخاب کنید , نمودارهای کنترل با توجه به طبقه بندی مختلفی که در یک ستون دیگر انجام دادید رسم میشود که برای تعریف چنین حالتی از قسمت Stages استفاده میشود.

در قسمت Other نیز با انتخاب گزینه Display test results in session window میتوانید مشخص کنید که اگر نقطه ای به علت قوانین حساس سازی فوق بیرون افتاد , در صفحه ی session شماره نقطه و شماره ی آزمونی که نقطه تحت تاثیر آن آزمون بیرون افتاده نمایش داده می شود.

اگر نقطه ای خارج از آزمون ها و قوانین حساس سازی بیافتد در نمودار به صورت رنگی نشان داده میشود و شماره آزمونی که تحت آن آزمون خارج از کنترل قرار گرفته روی آن نوشته می شود همچنین در پنجره ی Session اطلاعاتی در مورد آن نقطه یا نقطه ها داده میشود.



قسمت Storage :

در قسمت Storage حتما روی گزینه های means و standard deviation تیک بزنید زیرا بعد از رسم نمودار کنترل ، میانگین و انحراف معیار فرآیند را تخمین می زند و در ستونی مجزا می نویسد.

Xbar-R Chart - Options

Parameters | Estimate | S Limits | Tests | Stages | Box-Cox | Display | Storage

Store these estimates for each chart

☒ Means

☒ Standard deviations

Store these values for each point

☐ Point plotted

☐ Subgroup size

☐ Center line value

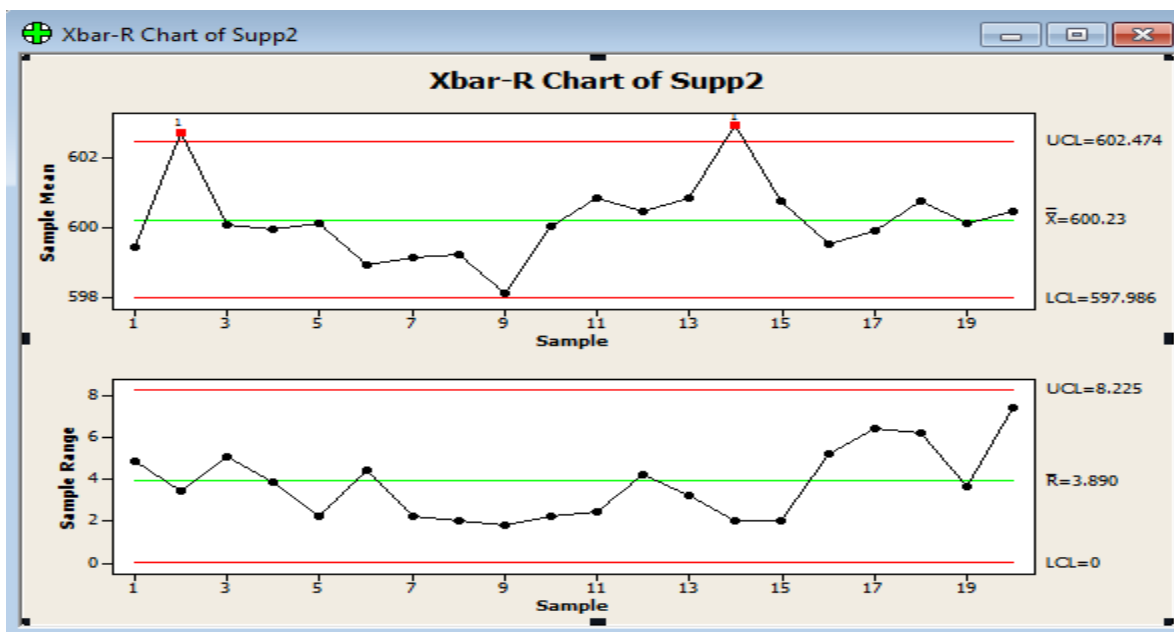
☐ Test results

☐ Control limit values

☐ Stage


Help OK Cancel

حال با توضیحاتی که داده شد نمودار \bar{X} -R را برای مثال فوق رسم میکنیم .



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید نمودار R تحت کنترل است ولی دو نقطه در نمودار \bar{X} بالاتر از حد بالای نمودار کنترل افتاده پس باید حذف گردند و علت آنها برطرف شود. همچنین تخمین های میانگین و انحراف معیار طول میل بادامک قبل از اصلاح نمودار کنترل به ترتیب برابر 600.23 و

1.67 میباشد. توجه داشته باشید تخمین انحراف معیار از رابطه $\frac{S_p}{C_4}$ به دست آمده که تخمین دقیق تری میباشد. این تخمین ها در ستون C_4 و C_5 نمایش داده شده اند.

 Session

Xbar-R Chart of Supp2

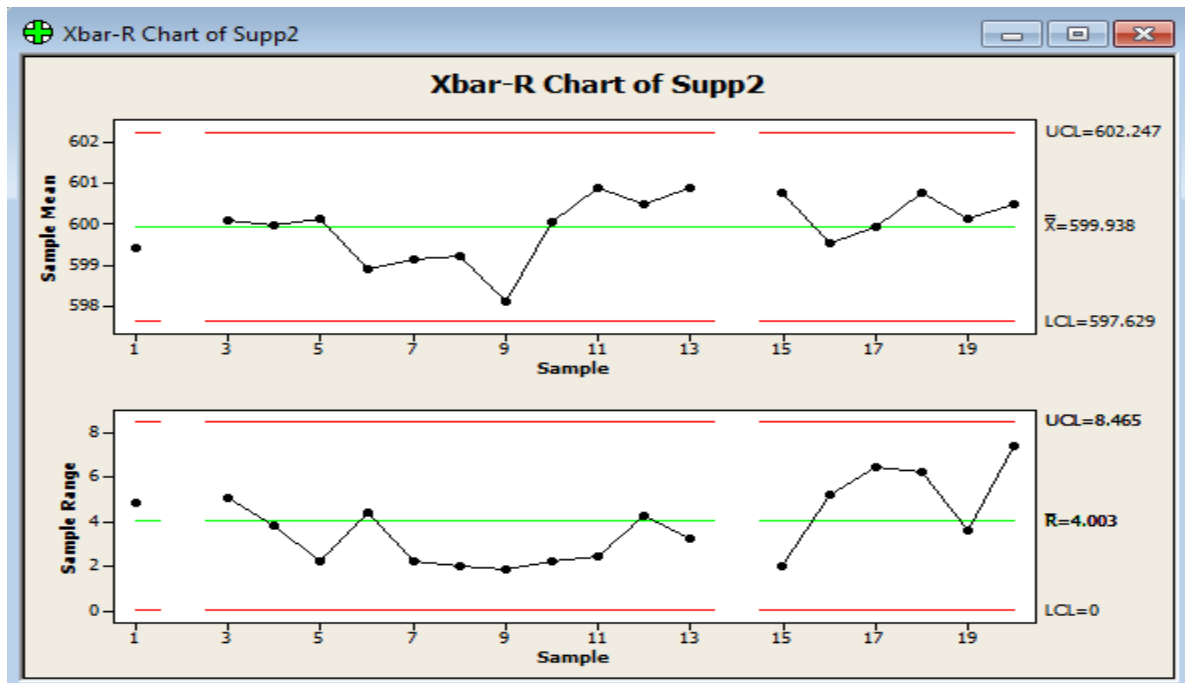
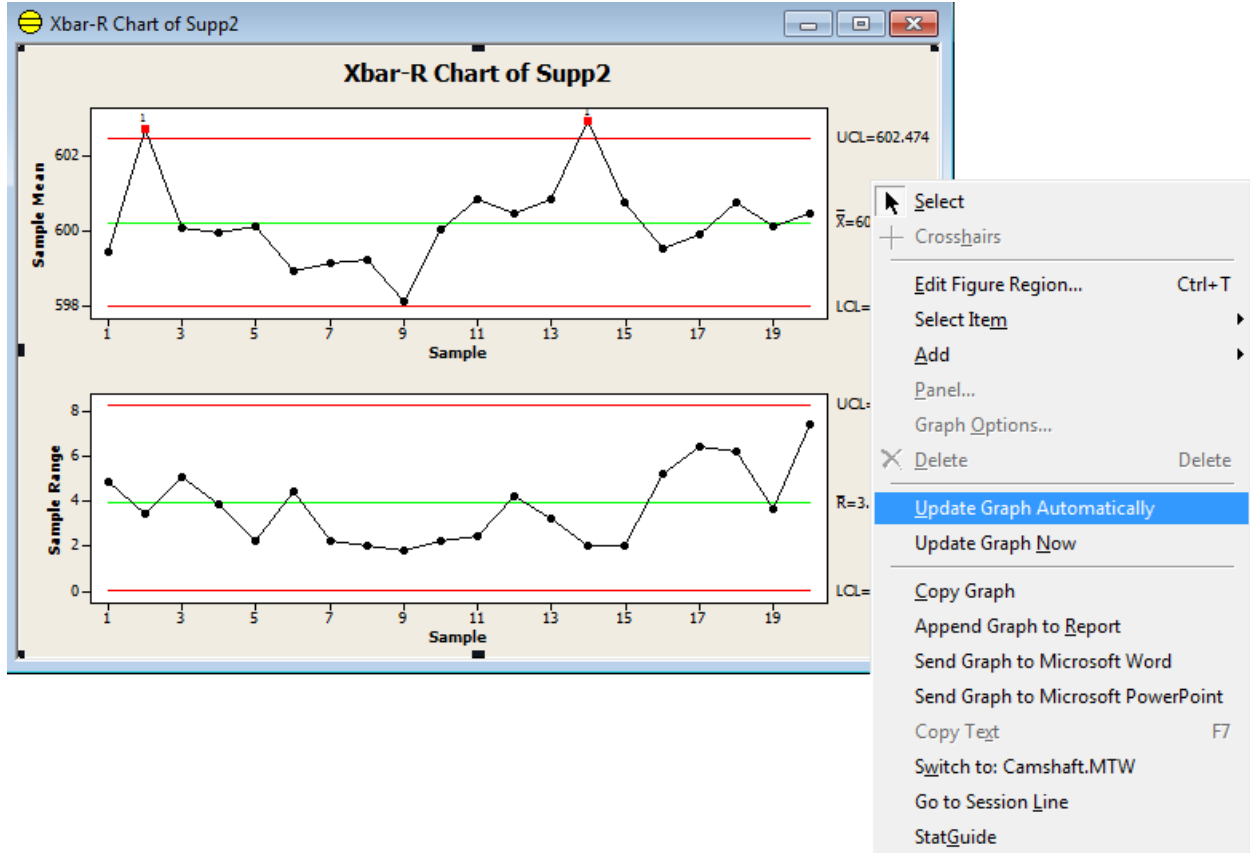
Test Results for Xbar Chart of Supp2

TEST 1. One point more than 3.00 standard deviations from center line.
 Test Failed at points: 2, 14

برای حذف نقاط بیرون افتاده به صفحه Worksheet رفته و شماره نمونه های 6الی 10 و 66الی 70 را حذف کرده و بر روی نمودار کنترل کنترل راست کلیک کرده و گزینه Update graph را automatically را انتخاب میکنیم. یا پس از حذف نمونه های ذکر شده مجددا نمودار R-XBAR را رسم کنید.

↓	C1	C2	C3
	Length	Supp1	Supp2
1	601.4	598.0	601.6
2	601.6	599.8	600.4
3	598.0	600.0	598.4
4	601.4	599.8	600.0
5	599.4	600.0	596.8
6	600.0	600.0	*
7	600.2	598.8	*
8	601.2	598.2	*
9	598.4	599.4	*
10	599.0	599.6	*
11	601.2	599.4	598.4
12	601.0	599.4	599.6

↓	C1	C2	C3
	Length	Supp1	Supp2
64	598.8	599.0	599.6
65	599.6	599.6	602.2
66	599.0	598.8	*
67	600.4	599.2	*
68	598.4	599.6	*
69	602.2	598.6	*
70	601.0	599.8	*
71	601.4	599.6	600.8
72	601.0	599.2	600.2



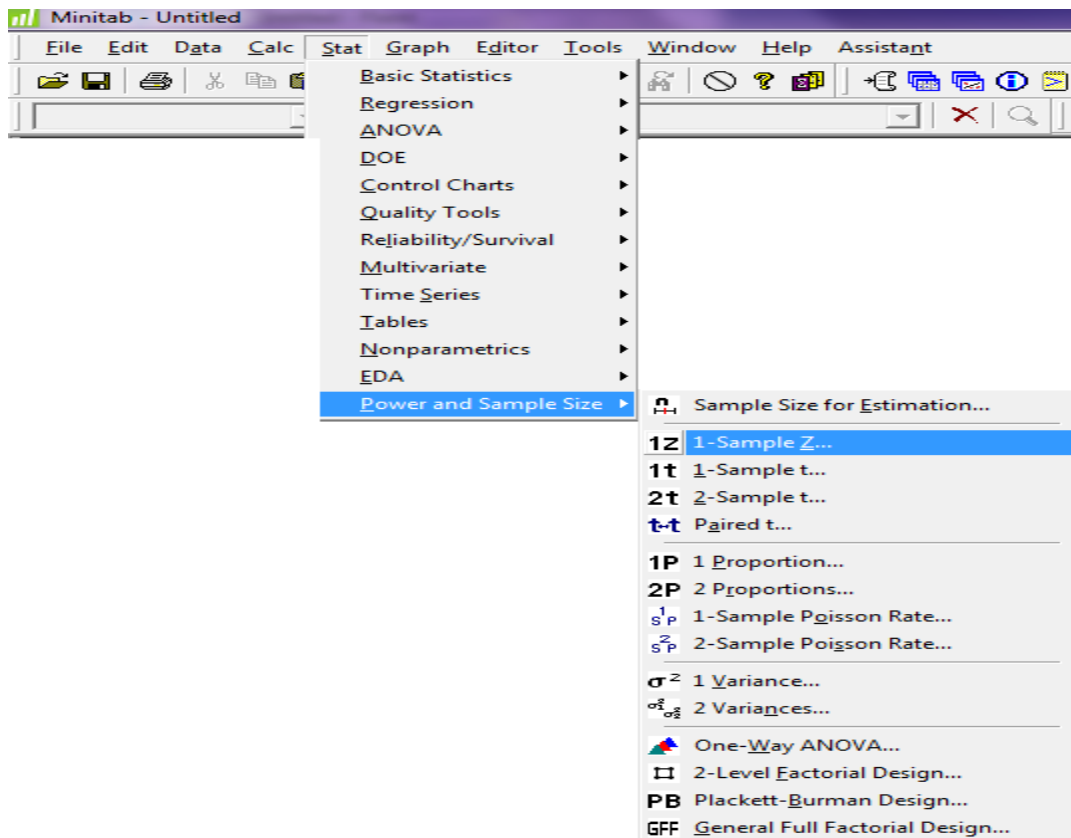
تحلیل: همانطور که مشاهده میکنید کلیه نقاط بین حدود کنترل قرا گرفته است و فرآیند تحت کنترل میباشد و تخمین نهایی میانگین و انحراف معیار طول میل بادامک برای تامین کننده 2 به ترتیب برابر 599.938 و 1.72 میباشد.

حال فرض کنید تولید کننده میداند اگر میانگین طول میل بادامک ها بیش از 602mm شود مشکلات زیادی در خط تولید برای آن ها به وجود می آید. حال مدیر کارخانه میخواهد بداند در صورتیکه چنین تغییری در طول میل بادامک های تامین کننده 2 به وجود آید با توجه به نمونه های 5 تایی که در هر روز گرفته میشود در چندمین روز پی به چنین تغییری خواهد برد؟ اگر این مدت بیش از 2 روز شود چه اصلاحاتی در امر نمونه گیری در آینده انجام دهد؟

برای حل مثال فوق ما باید ابتدا باید شاخص ARL و ATS را برای وقتی که فرآیند خارج از کنترل است و میانگین نمونه های طول میل بادامک 2.062mm تغییر داشته و اندازه نمونه برابر 5 بوده به دست بیاوریم.

همانطور که در گذشته گفته شد $ARL = \frac{1}{1-\beta}$, پس ابتدا $1 - \beta$ را به دست می آوریم:

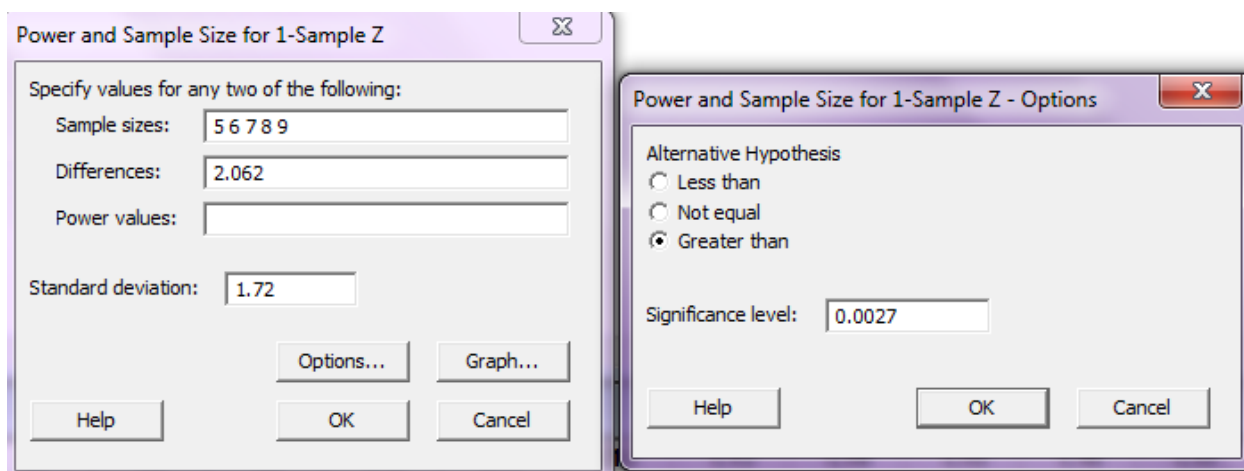
قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم دوم: در قسمت Sample sizes به ترتیب اعداد 5,6,7,8,9 را وارد کنید و در قسمت Differences عدد 2.062 را وارد کرده و در کادر مقابل 1.72 Standard deviation که تخمین انحراف معیار فرآیند میباشد را وارد کنید و Power Values را خالی گذاشته تا $1 - \beta$ یا توان آزمون به دست بیاید. با چنین تعاریف منحنی OC (با این تفاوت که محور افقی آن به جای β , $1 - \beta$ میباشد) و $1 - \beta$ برای تمام اندازه نمونه های ذکر شده رسم و محاسبه می شود.

همواره بین Differences, sample sizes و Power values دوتا را پر کرده و گزینه ای که مجهول است را خالی گذاشته تا Minitab آن را محاسبه کند.

حال Options را انتخاب کرده و در قسمت Alternative Hypothesis چون مقادیر بزرگ تر از میانگین برای ما مهم می باشد Greater than را انتخاب کرده و در قسمت Significance level مقدار α را که برابر 0.0027 می باشد وارد کنید و OK را بزنید.



Power and Sample Size

1-Sample Z Test

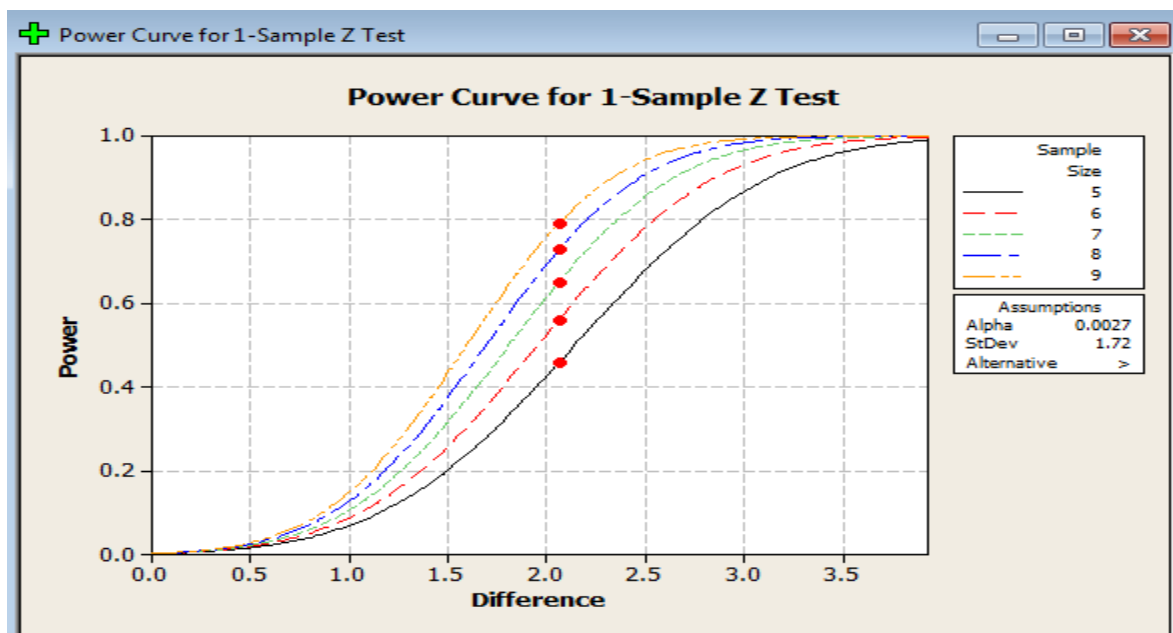
Testing mean = null (versus > null)

Calculating power for mean = null + difference

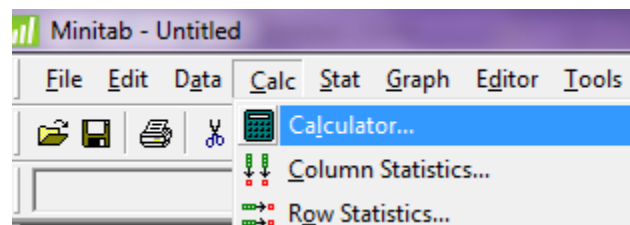
Alpha = 0.0027 Assumed standard deviation = 1.72

Difference	Sample Size	Power
2.062	5	0.459589
2.062	6	0.561348
2.062	7	0.651611
2.062	8	0.728629
2.062	9	0.792281

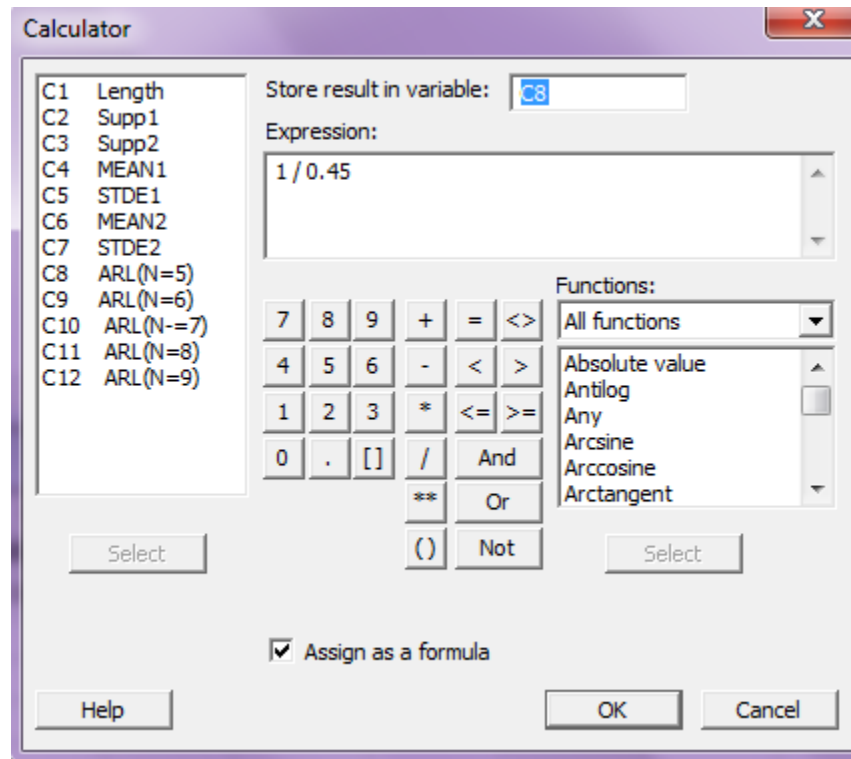
Power Curve for 1-Sample Z Test



تحلیل:توان آزمون برای اندازه نمونه های 5,6,7,8,9 به ترتیب برابر 0.45,0.56,0.65,0.72,0.79 میباشد که نشان دهنده این است که هر چه قدر اندازه نمونه بیشتر می شود احتمال کشف تغییر نیز افزایش می یابد همچنین نمودار فوق نشان می دهد در تغییرات مختلف میانگین احتمال کشف تغییر $1 - \beta$ برای اندازه نمونه 9 از بقیه بیشتر می باشد. حال برای به دست آوردن شاخص ARL برای هر اندازه نمونه مراحل زیر را طی کنید:



در پنجره Calculator شاخص ARL را برای هر اندازه نمونه با تعریف فرمول $\frac{1}{1-\beta}$ در کادر Expression به دست آورید و نتیجه هر یک را در ستون های C₈ الی C₁₂ ذخیره کنید. برای مثال جهت به دست آوردن ARL وقتی اندازه نمونه برابر 5 و مقدار تغییر میانگین برابر 2.062 می باشد به صورت شکل زیر عمل کنید:



نتیجه نهایی به صورت شکل زیر می باشد:

C8	C9	C10	C11	C12
ARL(N=5)	ARL(N=6)	ARL(N=7)	ARL(N=8)	ARL(N=9)
2.22222	1.78571	1.53846	1.38889	1.26582

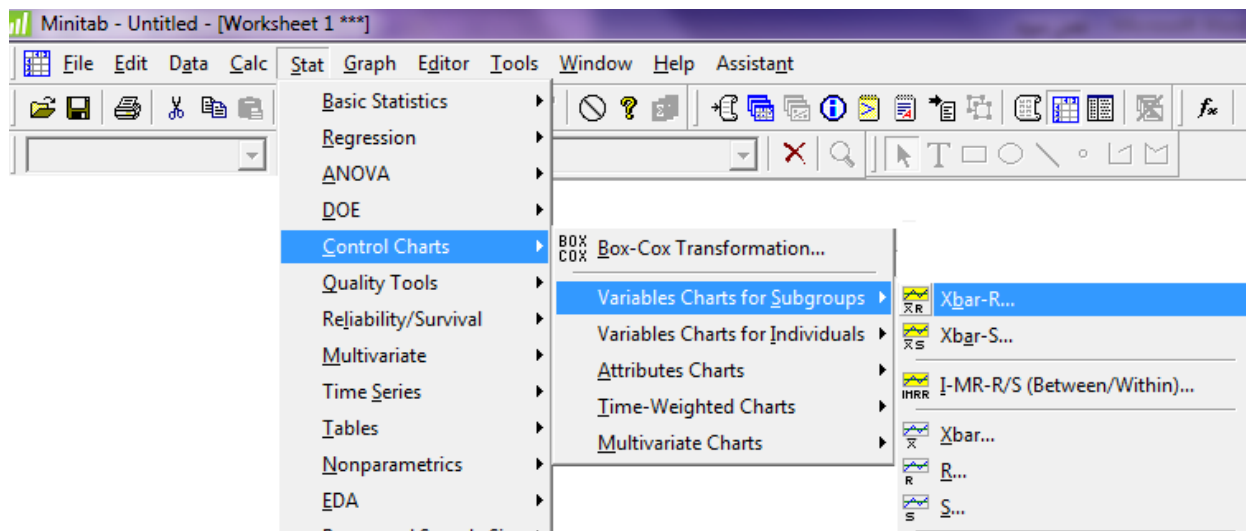
تحلیل: در شرایط فعلی که اندازه نمونه برابر 5 می باشد و ما هر روز نمونه گیری می کنیم شاخص ARL برابر 2.22 شده است یعنی وقتی میانگین فرآیند 2.062mm افزایش پیدا کند، در شرایط نمونه گیری فعلی 2.22 نمونه های 5 تایی باید گرفته شود تا پی به وجود تغییر در طول میل بادامک های تامین کننده 2 ببریم و چون ما هر روز نمونه گیری می کنیم میتوان گفت که 2.22 روز طول میکشد تا پی به وجود چنین تغییری ببریم پس برای بهبود چنین شرایطی پیشنهاد می شود که به جای نمونه های 5 تایی، هر روز 9 نمونه بگیریم زیرا شاخص ARL برای اندازه نمونه 9 کمتر می باشد.

مثال 2: فرض کنید برای اندازه گیری یک مشخصه کیفی 25 روز نمونه های 5 تایی تهیه کرده و مقادیر آن را به صورت زیر در Minitab وارد میکنیم.

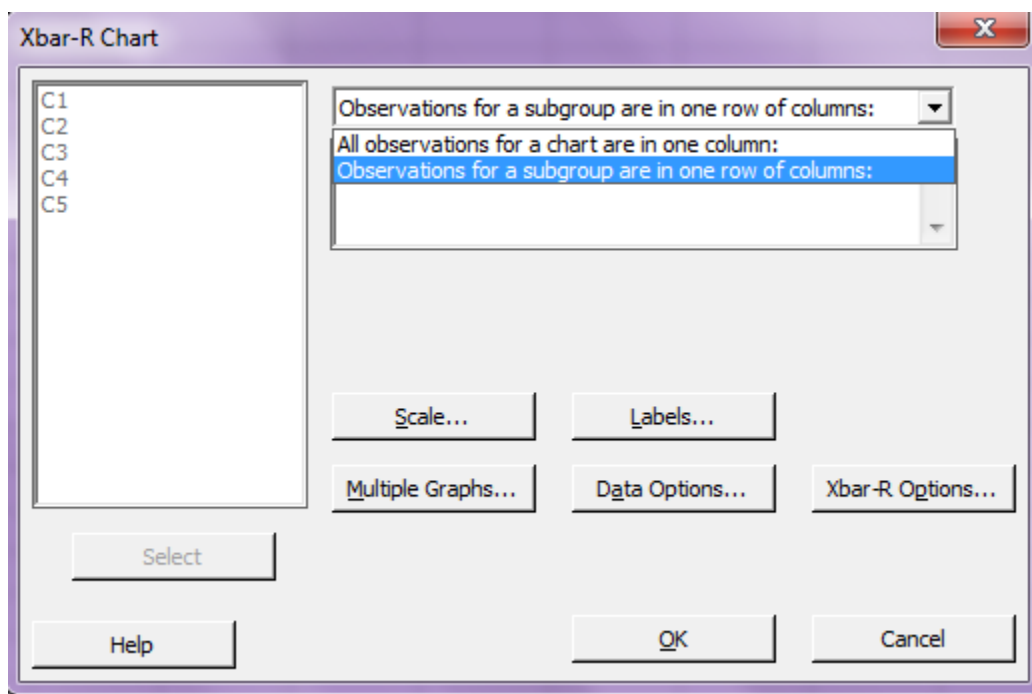
	C1	C2	C3	C4	C5
1	4.56626	7.42298	4.21749	5.34931	5.46290
2	6.59789	4.50053	4.02198	3.17649	4.98760
3	4.14072	4.72621	5.47837	4.84230	5.00654
4	6.74255	4.04175	5.41097	5.52628	5.51117
5	3.97393	6.18736	5.89118	5.93912	5.17300
6	5.65342	4.77070	4.94663	4.47564	5.12836
7	4.77924	6.69912	4.28681	4.63854	5.75923
8	6.00310	4.45359	5.79973	5.56935	5.87656
9	4.82702	5.49705	4.15982	5.56101	5.53742
10	5.59636	5.31783	6.48579	5.91625	5.01095
11	3.19693	5.67655	5.02283	6.08189	4.50912
12	5.00418	5.32869	7.16549	3.19313	5.50114
13	4.55211	5.56894	7.10975	6.09916	4.93944
14	5.92350	3.47679	5.38681	5.26568	2.60321
15	5.91855	5.18820	4.10645	4.51943	4.63299
16	4.43573	5.01492	6.63258	4.18348	5.08951
17	5.32005	4.67580	5.06628	5.12161	3.72978
18	5.26282	3.55086	3.88212	4.57557	4.44280
19	4.10446	4.35079	4.26617	6.60822	3.83816
20	5.61904	5.35950	6.08004	4.97837	6.63365
21	4.47358	4.46097	5.71277	5.46938	5.60789
22	5.76978	3.62054	5.63336	6.37463	5.59945
23	3.59540	4.73039	5.22914	5.23675	4.46249
24	6.85318	5.07361	4.52948	6.18427	4.53876
25	4.38881	4.40237	4.96274	4.79945	4.38391

حال نمودار R-XBAR را برای مشاهدات فوق رسم کنید

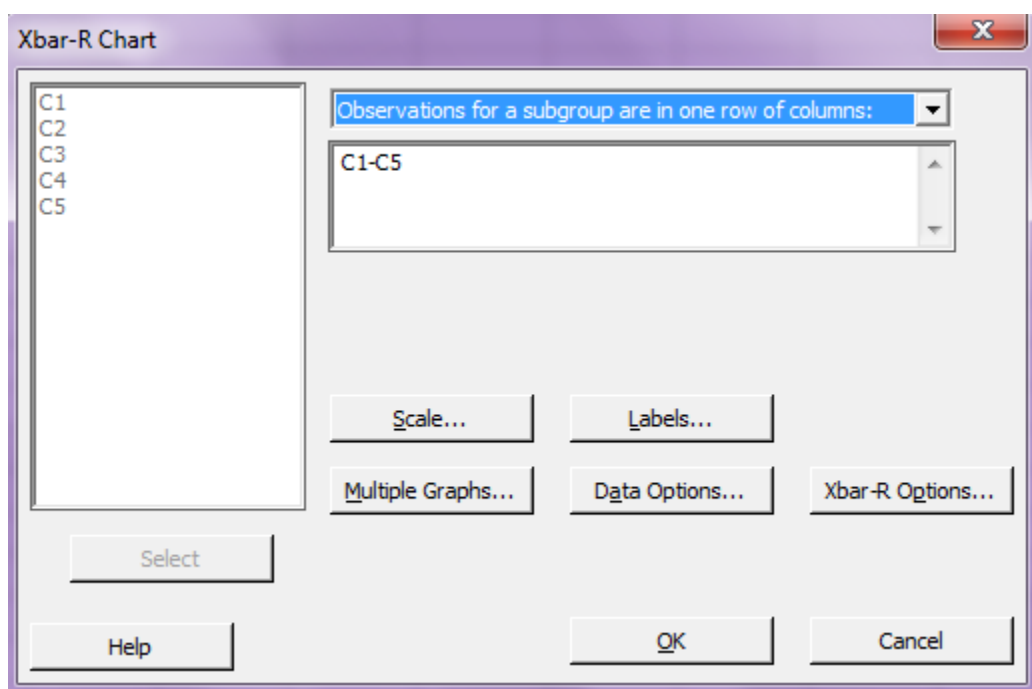
قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید:

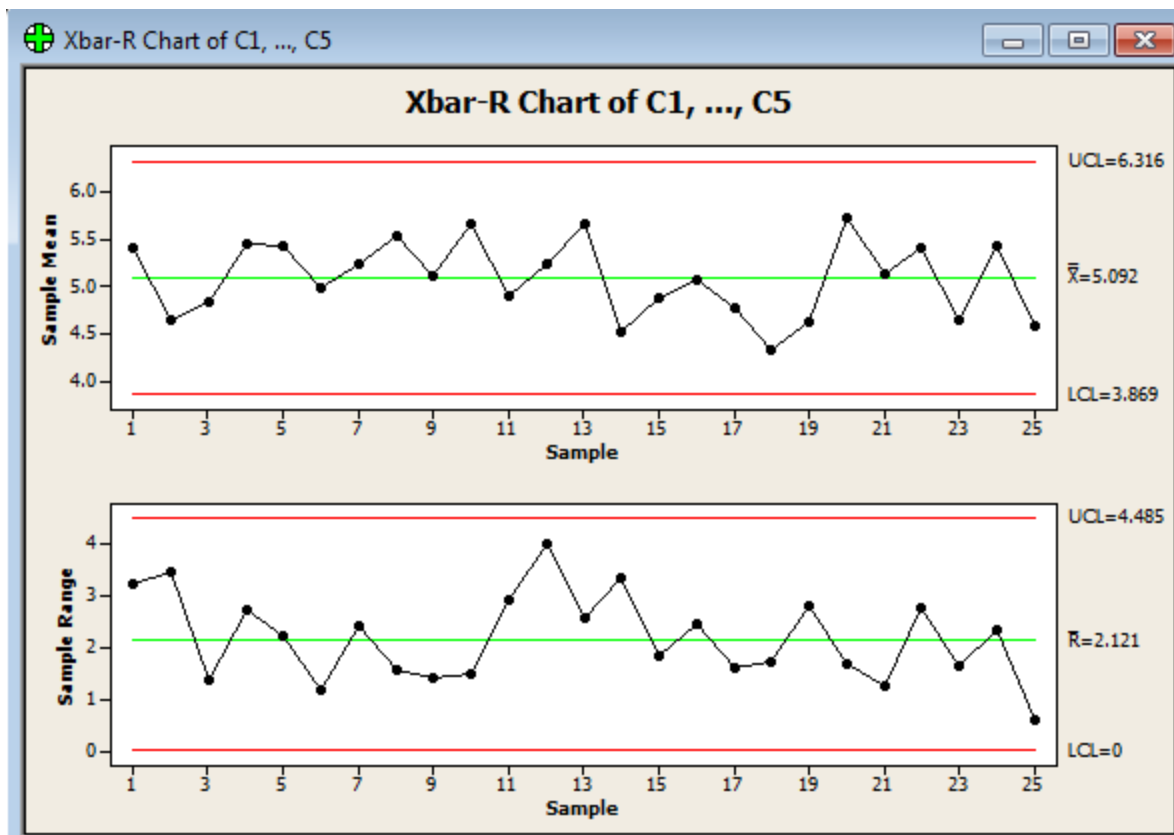


قدم دوم: در پنجره Xbar-R گزینه Observations for a subgroup are in one row of columns را انتخاب کنید.



قدم سوم: ستون های C₁ الی C₅ را مطابق شکل زیر وارد کادر کنید و OK را بزنید.





تحلیل: همانطور که مشاهده میکنید کلیه نقاط داخل حدود کنترل است در نتیجه فرآیند تحت کنترل می باشد.

نمودار کنترل Xbar-S:

این نمودار نیز مشابه نمودار R-XBAR می باشد با این تفاوت که این بار به جای R برای تخمین انحراف معیار مشخصه کیفی مورد بررسی از S (انحراف معیار نمونه) که در اندازه نمونه های بالا دقت به مراتب بیشتری از نمودار R دارد چون به جای استفاده از تنها دو مشاهده از همه ی مشاهدات هر زیر گروه برای تخمین انحراف معیار آن زیرگروه استفاده می شود..هم چنین از این نمودار هنگامی استفاده میشود که یا اندازه نمونه متغیر است و یا تعداد زیر گروههای منطقی بیشتر از 5 تا است. معمولاً وقتی اندازه زیر گروه 2 تا می باشد، دقت نمودار R برابر S می باشد.

مراحل تهیه نمودارهای S-XBar :

ابتدا k بار نمونه های n تایی تهیه میکنیم و انحراف معیار نمونه S و میانگین را برای هر گروه منطقی محاسبه میکنیم در نتیجه در پایان K تا S داریم که هر کدام توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار به ترتیب μ_s و σ_s و همچنین k تا \bar{x} داریم که هر کدام توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار به ترتیب $\mu_{\bar{x}}$ و $\sigma_{\bar{x}}$ دارد.

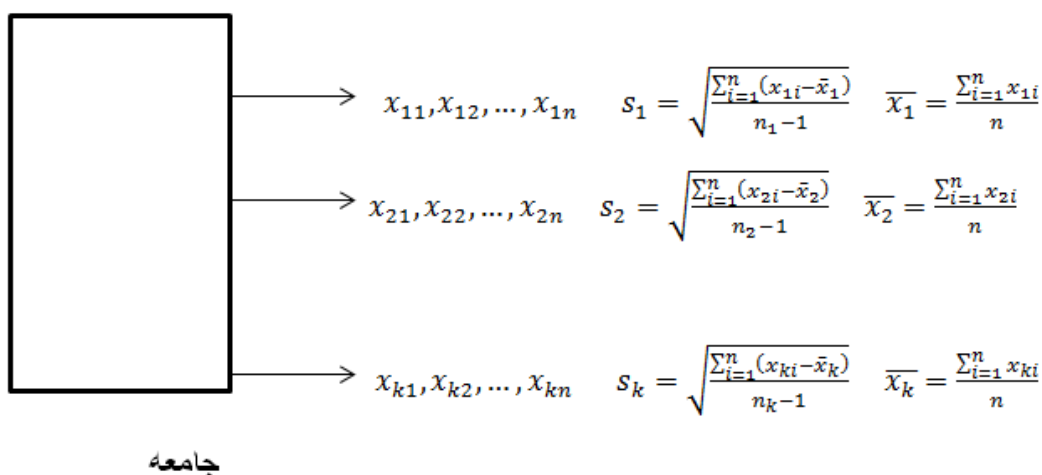
همانطور که در گذشته توضیح دادیم S^2 در یک جامعه نرمال برآوردگری نااریب برای σ^2 می باشد اما S یک برآوردگر اریب برای σ در همان جامعه ی نرمال می باشد به طوریکه

$$E(S) = C_4 \sigma$$

که C_4 تابعی از اندازه نمونه می باشد پس از روی رابطه فوق $\sigma = \frac{S}{C_4}$ می باشد. همچنین انحراف معیار

S برابر با $\sigma \times \sqrt{1 - C_4^2}$ است در نتیجه $\frac{\bar{S}}{C_4}$ یک برآورد گر نا اریب برای σ می باشد , پس با

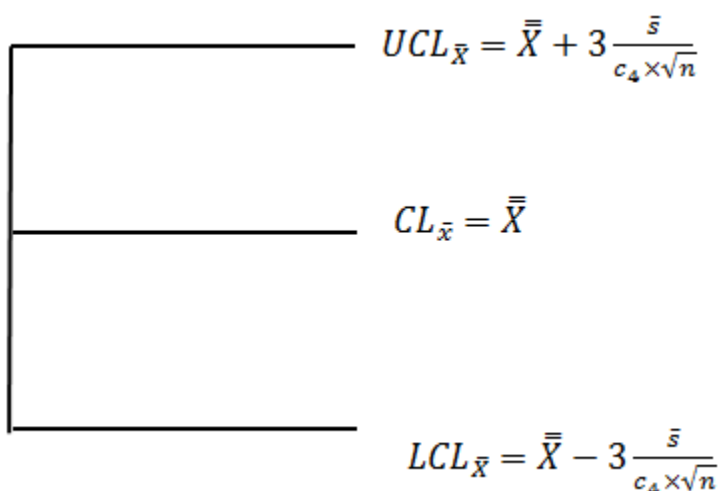
استفاده از تعاریف فوق داریم:



$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j}{k}$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^k S_j}{k}$$

حال نوبت به ایجاد نمودارهای کنترل می باشد:



$$\begin{array}{l}
 UCL_s = \sigma c_4 + 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} = \bar{s} + \frac{3\bar{s}}{c_4} \times \sqrt{1 - c_4^2} \\
 CL_s = \bar{s} \\
 LCL_s = \sigma c_4 - 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} = \bar{s} - \frac{3\bar{s}}{c_4} \times \sqrt{1 - c_4^2}
 \end{array}$$

در روابط فوق C_4 عددی ثابت و تابعی از اندازه نمونه می باشد.

همچنین وقتی اندازه نمونه متغیر است خط مرکزی نمودار \bar{X} و S به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^k n_j}$$

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) s_j^2}{\sum_{j=1}^k n_j - k}}$$

وحدود کنترل برای هر گروه منطقی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{s}}{c_{4(n_j)} \times \sqrt{n}}$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{s}}{c_{4(n_j)} \times \sqrt{n}}$$

همچنین برای نمودار S داریم:

$$UCL_s = \bar{s} + \frac{3\bar{s}}{c_{4(n_j)}} \times \sqrt{1 - c_{4(n_j)}^2}$$

$$CL_s = \bar{s}$$

$$LCL_s = \bar{s} - \frac{3\bar{s}}{c_{4(n_j)}} \times \sqrt{1 - c_{4(n_j)}^2}$$

پس وقتی اندازه نمونه متغیر است حدود کنترل نیز متغیر خواهد بود.

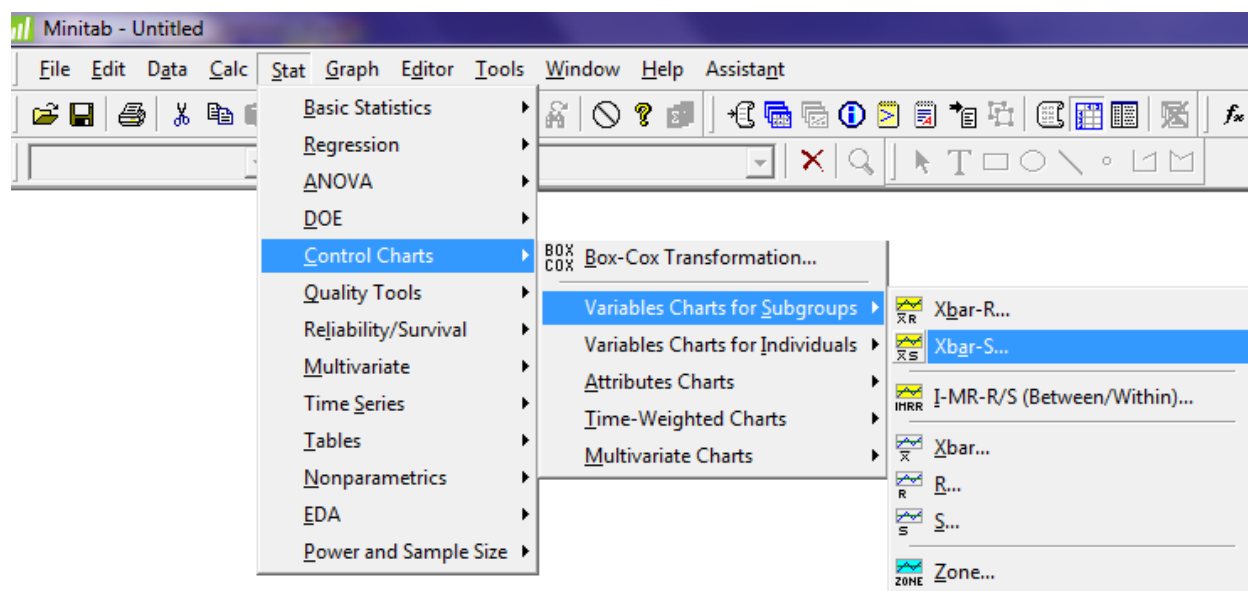
وقتی اندازه نمونه متغیر است از نمودار R استفاده نمی کنیم زیرا تجزیه و تحلیل نمودار کنترل دامنه تغییرات کار دشواری می باشد.

طریقه رسم نمودار S-Xbar در Minitab

مثال: فرض کنید می خواهید مطالعه ای بروی گلوکز خون 9 بیمار دیابتی که تمرینات خاصی انجام می دهند انجام دهید. در 20 روز برای 9 بیمار مقدار گلوکز خون آنها را ثبت می کنید. مراحل زیر را برای رسم نمودار انجام دهید.

قدم اول: ابتدا فایل Blood sugar.MTW را از منوی File گزینه Open worksheet باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت All observation for a chart in one column ستون C3 و در قسمت Subgroup sizes عدد 9 را وارد کرده و OK را بزنید.

Xbar-S Chart

C1 Reading
C2 SubjectID
C3 Glucoselevel

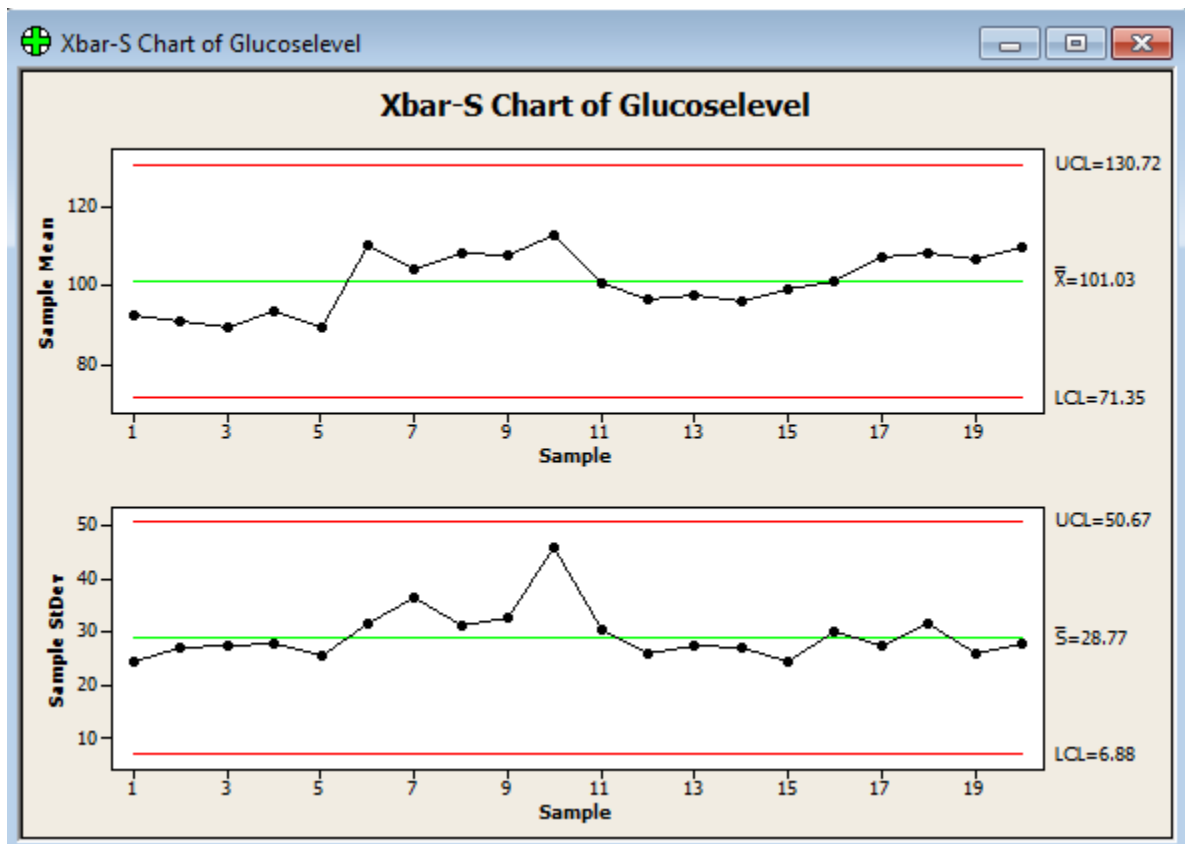
All observations for a chart are in one column:
Glucoselevel

Subgroup sizes: 9 (enter a number or ID column)

Scale... Labels...
Multiple Graphs... Data Options... Xbar-S Options...

Select

Help OK Cancel



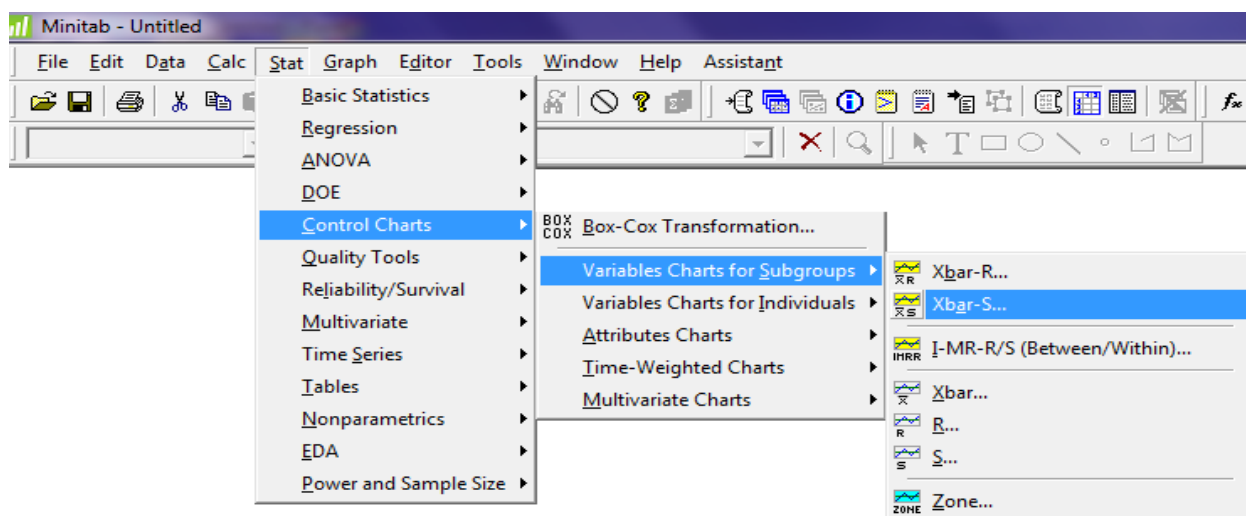
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید هم پراکندگی و هم میانگین کلوگرهای خون بیماران تحت کنترل است.

همانطور که می بینید از کنترل کیفیت آماری میتوان در سازمان های خدماتی نیز استفاده کرد.

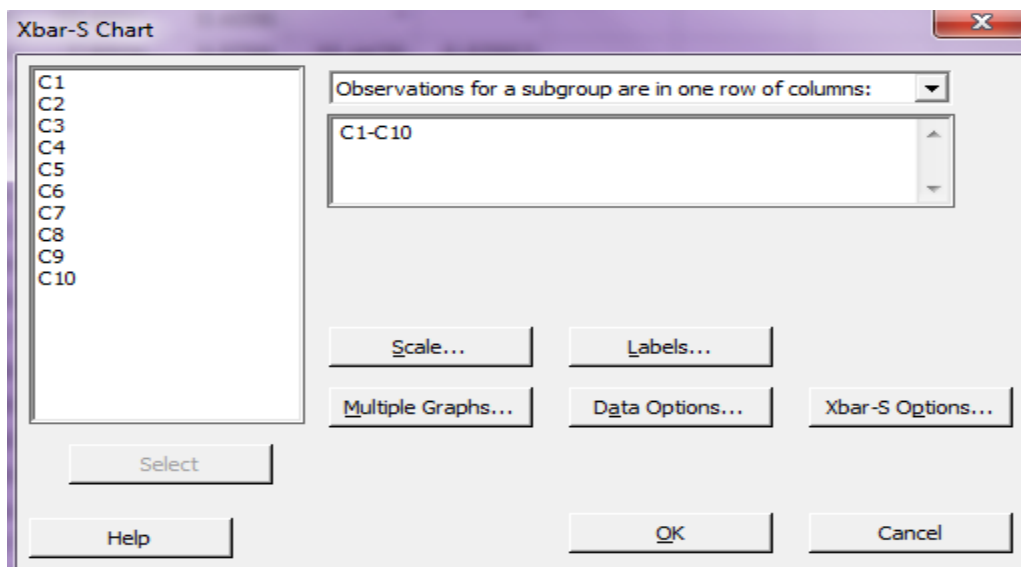
مثال 2: فرض کنید برای کنترل یک مشخصه کیفی متغیر در یک فرآیند تولید، در 20 روز نمونه های حداقل 5 تایی و حداکثر 10 تایی گرفته شده است و مقادیر آن مطابق شکل زیر است. حال می خواهیم نمودار S-Xbar را برای مشاهدات زیر رسم کنیم.

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
1	8.7799	11.4532	12.2764	11.5377	6.5608	11.9570	13.1766	*	*	*
2	13.3831	10.2601	11.0944	10.3949	11.4957	11.6361	8.5387	10.0330	14.1152	*
3	6.8304	4.9307	8.9307	10.7509	8.3014	9.2310	12.8891	8.4006	*	*
4	9.0782	11.0797	9.6476	13.4031	14.9066	11.7494	7.9378	9.8766	10.4430	6.62053
5	7.2363	9.6932	13.1583	6.3533	9.7244	10.7869	6.5811	8.9120	13.0316	*
6	9.0902	9.5682	6.1221	13.3051	11.5912	8.4474	8.8329	8.9481	*	*
7	8.6676	14.1942	9.0212	8.8688	5.1011	*	*	*	*	*
8	9.0902	8.2972	5.4281	8.7449	6.5937	12.0686	*	*	*	*
9	11.5089	9.5334	15.5845	8.7548	10.3521	10.5225	7.6648	*	*	*
10	11.1118	10.7571	10.0788	12.7851	9.8179	9.6839	11.8429	9.5986	10.2854	8.04459
11	11.4793	12.0365	12.8155	7.4917	16.4458	11.0406	10.4126	11.2635	*	*
12	7.0422	8.9077	12.1094	10.1124	8.9526	5.5467	12.8432	12.6620	*	*
13	6.5821	9.7852	11.9818	12.0236	6.9381	12.3406	8.4411	7.1626	*	*
14	4.7214	9.5661	10.6931	8.6964	10.0657	5.9039	11.8747	6.6895	8.5225	*
15	9.9598	5.8489	8.4703	11.4206	13.5962	12.9358	6.6595	8.1375	7.7041	*
16	11.1504	9.9740	8.5997	8.6815	11.9054	9.0929	10.2335	*	*	*
17	8.9128	9.1103	13.1647	9.0821	9.7376	9.3414	*	*	*	*
18	10.4291	5.6761	8.2827	8.4458	14.0982	7.5857	5.5078	13.4836	*	*
19	9.8314	10.3544	8.5282	11.3583	6.4370	8.6402	12.0245	5.5336	11.2973	*
20	6.0772	10.9642	8.4714	3.8045	9.6251	13.8616	6.7697	11.1576	*	*

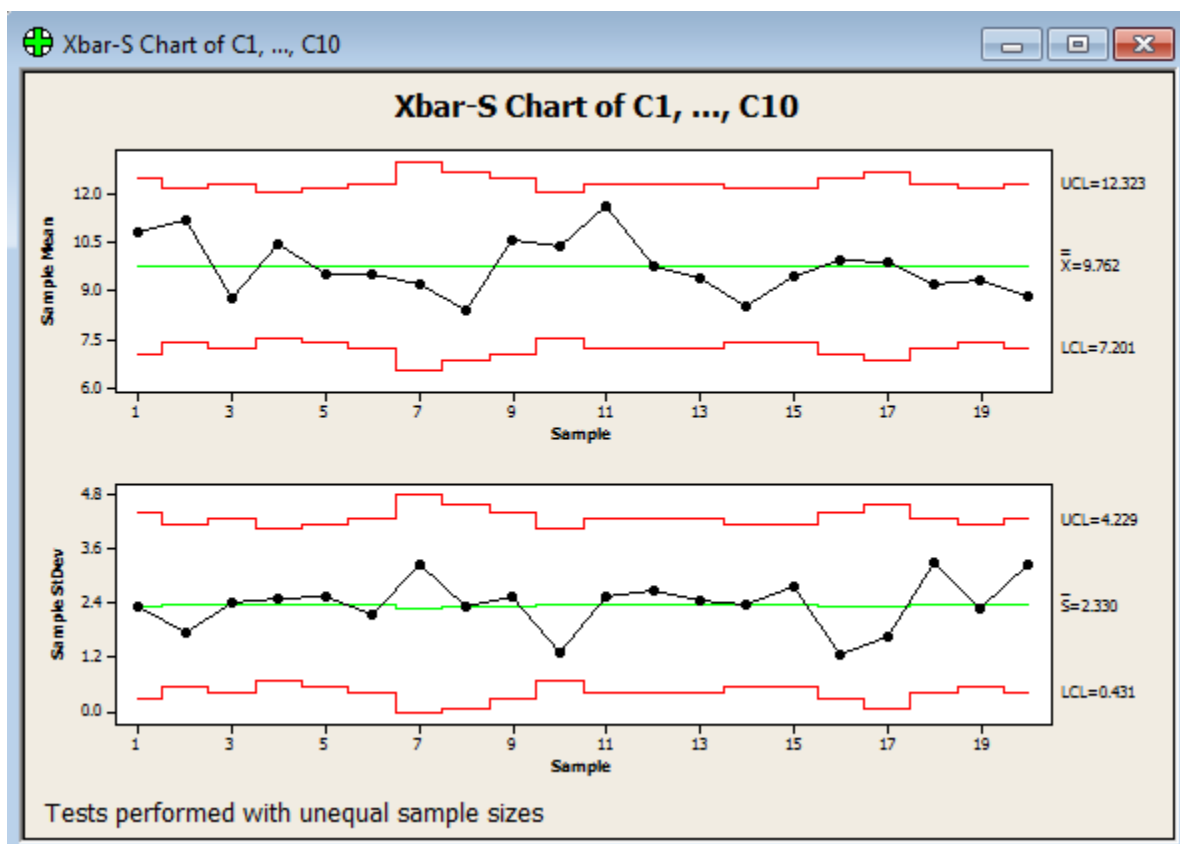
قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم دوم: در پنجره Xbar-S Chart ، Observation for a subgroup are in one row of columns را انتخاب کرده و در کادر زیر آن ستون های C₁ الی C₁₀ را وارد کنید و OK را بزنید.



The dialog box titled "Xbar-S Chart" contains a list of columns on the left: C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, and C10. To the right, a dropdown menu is set to "Observations for a subgroup are in one row of columns:", and a text box below it contains "C1-C10". At the bottom, there are buttons for "Scale...", "Labels...", "Multiple Graphs...", "Data Options...", "Xbar-S Options...", "Select", "Help", "OK", and "Cancel".



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید کلیه نقاط در هر دو نمودار بین حد بالا و پایین خودشان قرار دارند در نتیجه فرآیند تحت کنترل است.

نمودار های کنترل برای مشاهدات انفرادی:

از نمودار های کنترل بر مقادیر انفرادی هنگامی استفاده می کنیم که :

- 1- فرآیند تولید بسیار آهسته است و گرفتن نمونه های زیاد امکان پذیر نیست و گرفتن تنها يك نمونه امکان پذیر است.
- 2- هیچ مبناي مشخصي براي تعيين گروههاي منطقي (تعداد دفعات نمونه گيري) وجود ندارد و انحراف معیار (پراکندگی) بین مشاهدات کم است.

نکته: معمولاً از نمودار های کنترل برای مقادیر انفرادی در فاز 1 استفاده می شود چون این نمودار ها توانایی پایینی در کشف تغییر دارند پس در فاز 2 از نمودار های کنترل EWMA و CUSUM استفاده می شود. (به دلیل پایین بودن اندازه نمونه، توانایی کشف تغییر در نمودار های کنترل برای مقادیر انفرادی بسیار پایین است)

در نمودار های مشاهدات انفرادی برای تخمین انحراف معیار از دامنه متحرك استفاده می کنند. به این صورت که K بار نمونه های تکی میگیریم به صورت زیر:

جامعه	دفعات نمونه گيري	X	MR
	1	X_1	-
	2	X_2	$ X_2 - X_1 $

	k	X_k	$ X_k - X_{k-1} $

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^K x_i}{K}$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^K MR_i}{K-1}$$

$$\begin{array}{l}
 UCL_x = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\
 CL_x = \bar{X} \\
 LCL_x = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 LCL_{MR} = \overline{MR} + 3d_3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\
 CL_{MR} = \overline{MR} \\
 LCL_{MR} = \overline{MR} - 3d_3 \frac{\overline{MR}}{d_2}
 \end{array}$$

و در پایان در صورتیکه فرآیند تحت کنترل باشد تخمین میانگین و انحراف معیار از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$\hat{\sigma}_{\theta} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$\hat{\mu}_{\theta} = \bar{x}$$

d2 در نمودارهای کنترل برای مقادیر انفرادی و دامنه ی تغییرات متحرک تابعی از طول دامنه ی متحرک می باشد.

طریقه به دست آوردن دامنه تغییرات متحرک:

فرض کنید طول دامنه متحرک 3 باشد و مشاهدات زیر از یک فرآیند تولید به دست آمده باشد ، آنگاه از رابطه زیر برای به دست آوردن دامنه تغییرات متحرک استفاده می کنیم .

مثال:

8	7	6	5	4	3	2	1	
18	24	15	20	20	22	21	18	مشاهدات
24-15	24-15	20-15	22-20	22-20	22-18	-	-	MR

هرچه قدر طول دامنه ی متحرک کمتر باشد، دقت نمودار دامنه ی متحرک بیشتر است اما حداقل باید 2 باشد .

نمودار های مقادیر انفرادی در Minitab:

I-MR-1: در این نمودار هم یک نمودار برای مقادیر انفرادی (individuals) هم یک نمودار برای دامنه متحرک (MR) هم زمان با هم نشان می دهد.

Z-MR-2 : از این نمودار در فرآیند های کوتاه تولید استفاده می کنیم هم یک نمودار از مقادیر استاندارد شده و هم یک نمودار برای دامنه ی متحرک هم زمان نشان می دهد.

Individuals-3: فقط یک نمودار از مقادیر انفرادی نشان می دهد .

Moving range-4: فقط یک نمودار از دامنه ی متحرک به صورت جداگانه نشان می دهد.

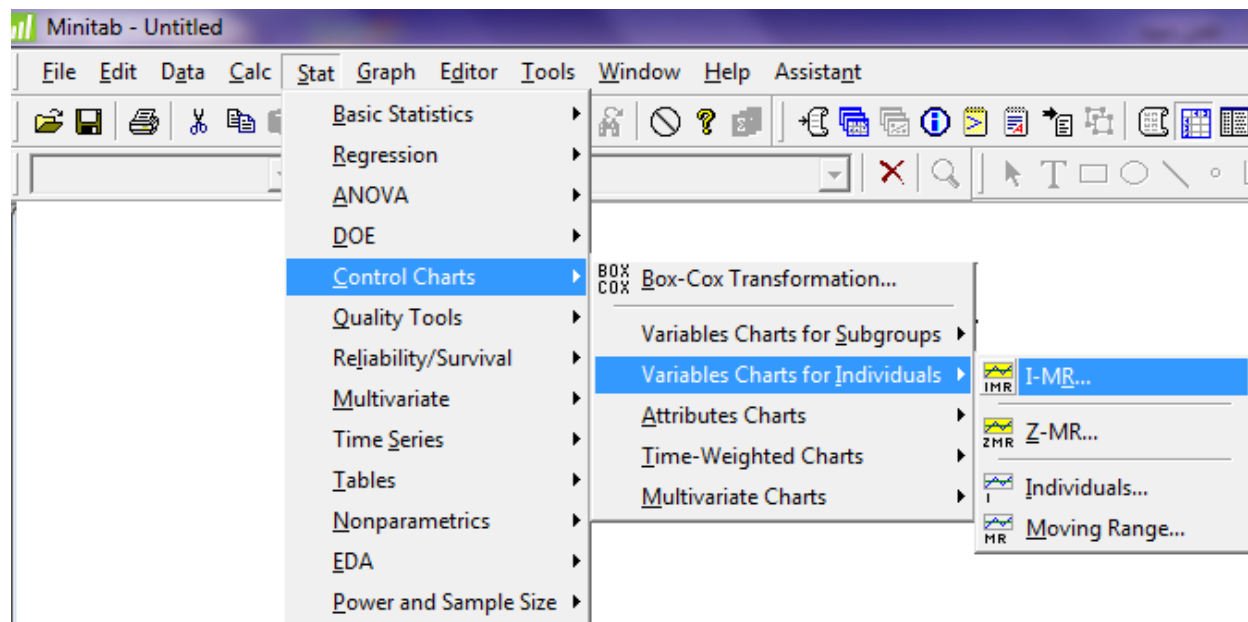
حال با طرح مثال موارد فوق را توضیح می دهیم:

نمودار I-MR در Minitab :

مثال: به عنوان مدیر بخش توزیع در یک معدن سنگ آهک ، می خواهید وزن و میزان تغییر را در 45 دسته از سنگ آهک که هر هفته برای یک مشتری مهم حمل می شوند بررسی کنیم . وزن هر دسته باید تقریباً 930 پوند باشد . حال می خواهیم این دو نمودار را با هم داشته باشیم تا بتوانید به طور همزمان فرآیند را تجزیه و تحلیل کنید.

قدم اول: فایل EXH_QC.MTW را از منوی File گزینه Open worksheet باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت Variable ستون C6 را وارد کنید.

قدم چهارم: به I-MR option رفته تا قسمت هایی از آنرا توضیح دهیم .

قسمت Estimate:

بخش بالایی این قسمت که مثل سایر نمودارهای سابق برای حذف داده ها است اما در قسمت Method for estimating standard deviation دو روش برای تخمین انحراف معیار وجود دارد.

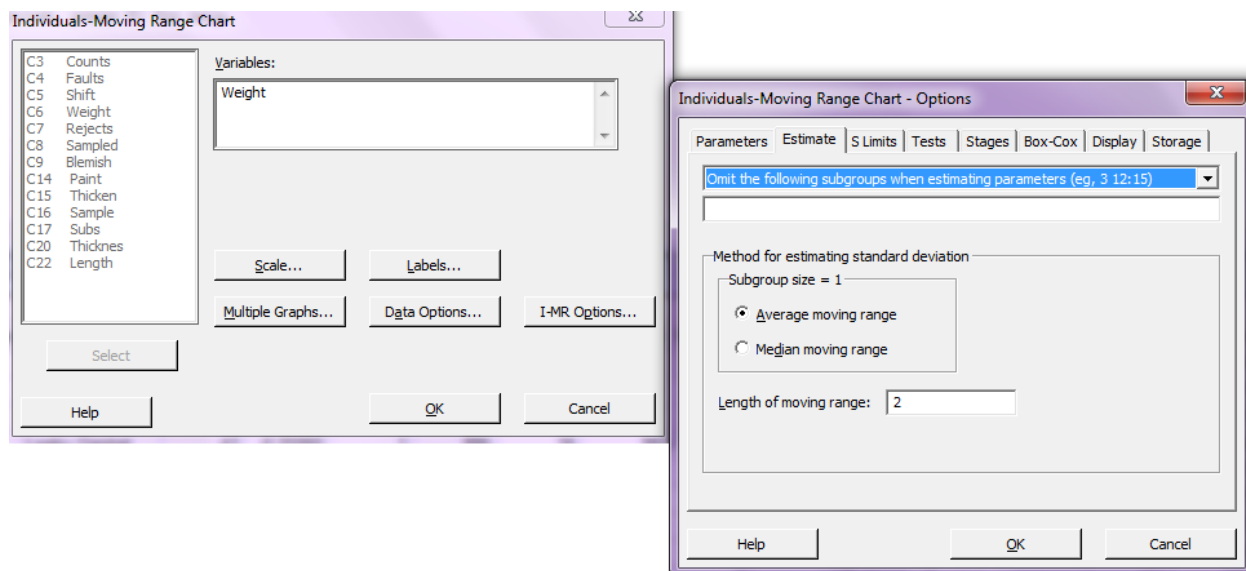
روش اول- Average moving range: با استفاده از میانگین دامنه های متحرك

روش دوم- Median moving range: با استفاده از میانه های دامنه های متحرك

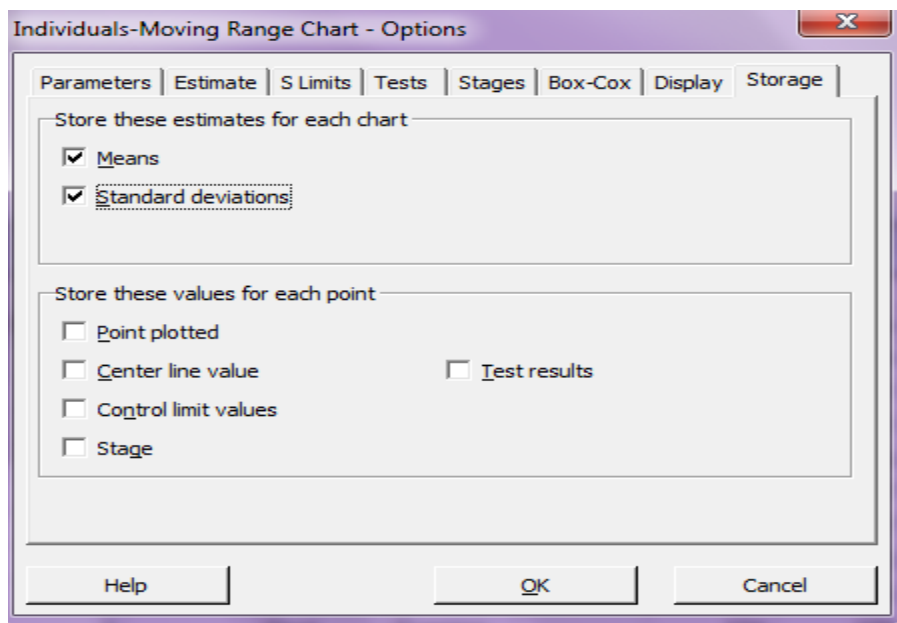
سعی کنید روش اول را انتخاب کنید زیرا دقیق تر است و همه ی داده ها را شرکت می دهد.

در قسمت Length of moving range می توانید طول دامنه ی متحرك را مشخص کنید.

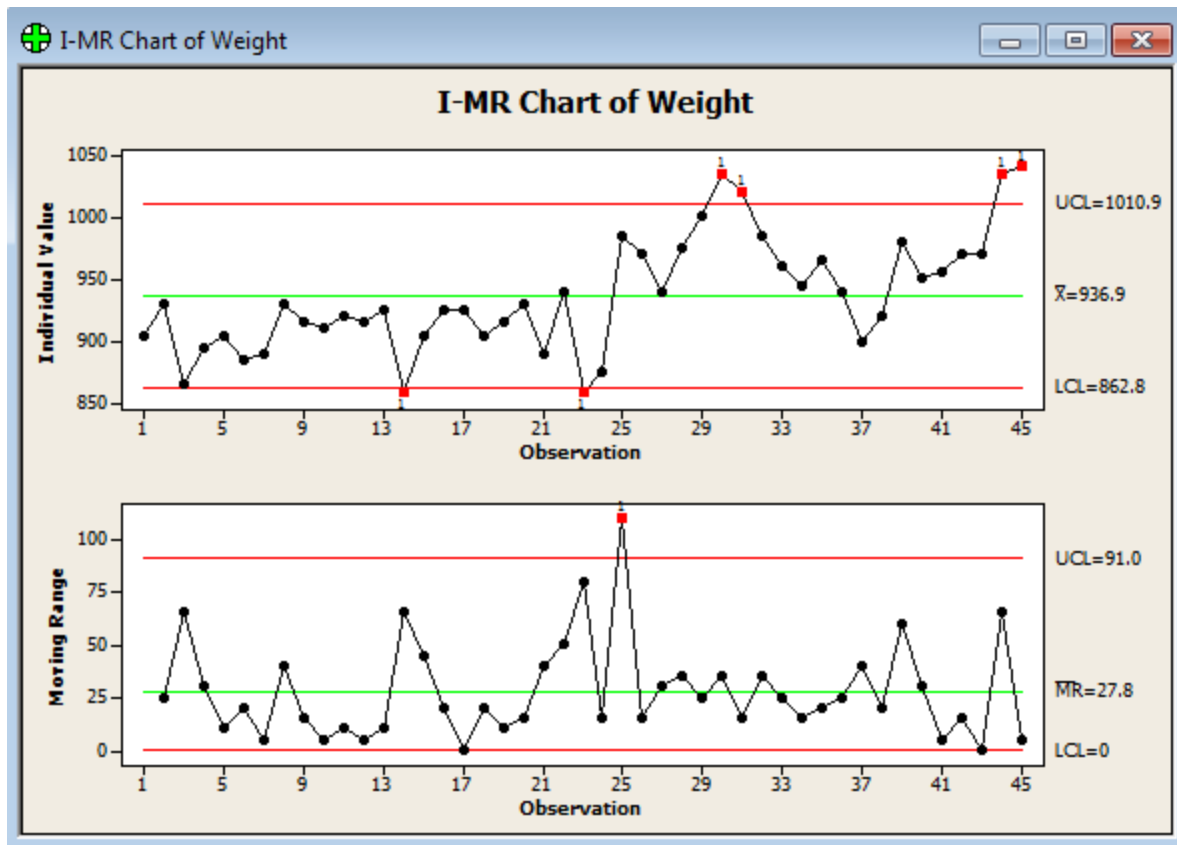
همانطور که گفته شد هرچه کمتر باشد بهتر است اما باید حداقل مساوی 2 باشد.



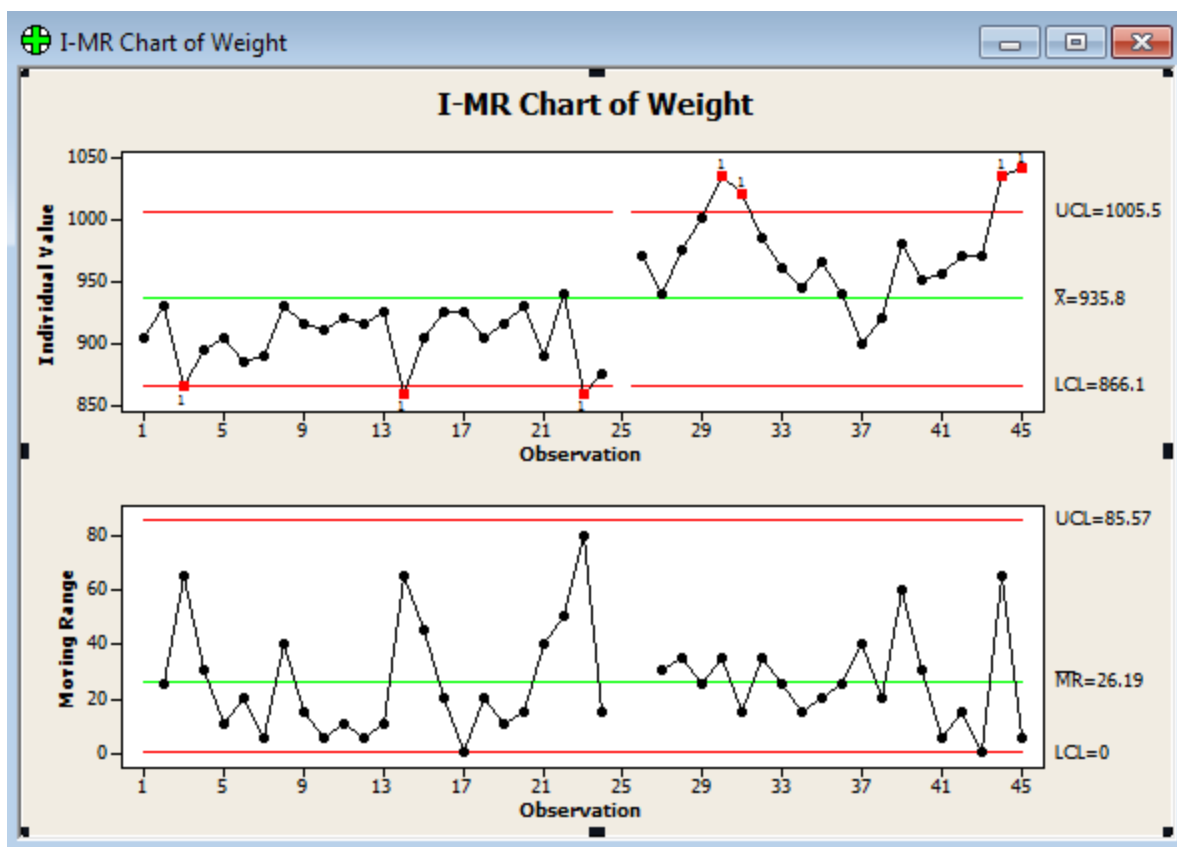
قسمت Storage: حال در این قسمت همان طور که گفته شد حتماً Mean و Standard deviations را فعال کنید.



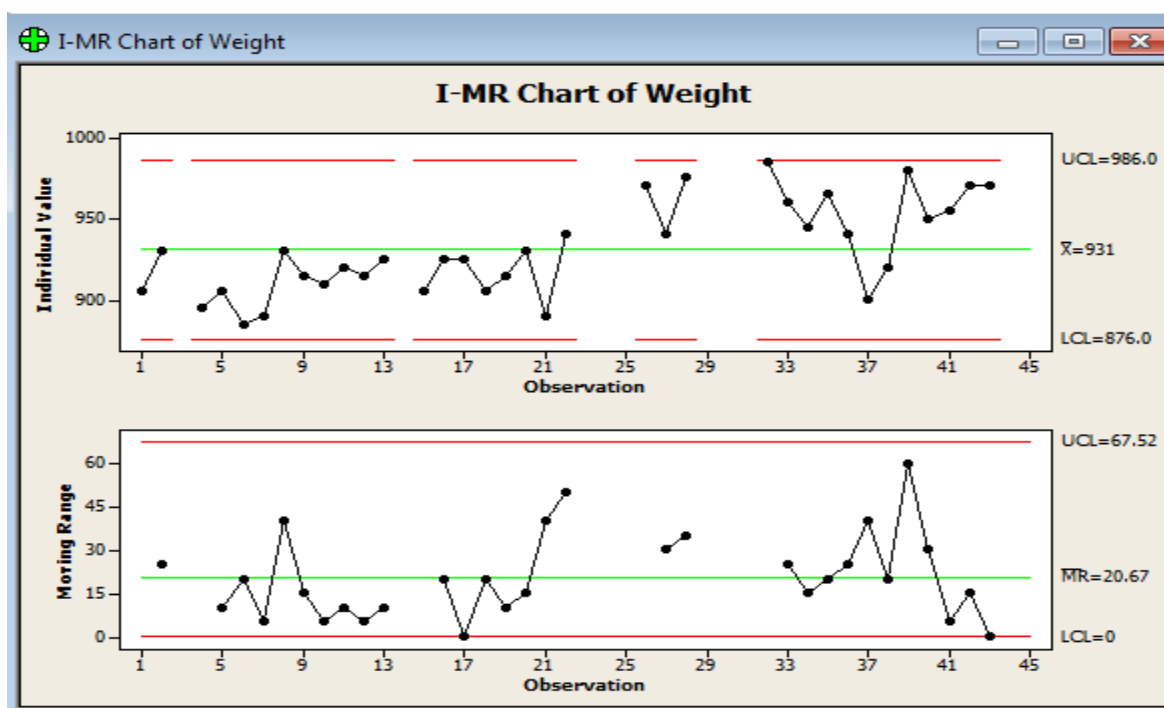
قدم پنجم: OK را بزنید.



تحليل: همان طور که در نمودار دامنه متحرك مشاهده مي کنيد نمونه ي 25 ام خارج از حدود کنترل قرار گرفته و بايد علت آن بررسی و حذف گردد چون پراکندگي را زياد کرده است. پس چون نمودار پراکندگي (دامنه متحرك) تحت کنترل نيست پس نمودار \bar{X} هم تحت کنترل نخواهد بود و در نمودار نيز مشخص است. هميشه در نمودار هاي کنترل براي مشخصه ي کيفي متغير اول بايد نمودار پراکندگي تحت کنترل قرار بگيرد و سپس نمودار ميانهگين تحت کنترل باشد. و هم چنين تخمين ميانهگين و انحراف معيار فرآيند قبل از تحت کنترل درآوردن برابر با 936.889 و 24.6817 می باشد. حال نمونه ی 25 را با فرض پيدا کردن دليل از مشاهدات حذف می کنيم و نمودار کنترل را مجددا محاسبه می کنيم



با حذف نمونه 25 نمودار MR تحت کنترل در آمد اما در نمودار مقادیر انفرادی نمونه های 14,23,30,31,44,45,3 خارج از کنترل است پس با حذف نمونه های خارج از کنترل نهایتاً داریم:



تحليل: همانطور که مشاهده می کنید فرآیند در حال حاضر تحت کنترل است و تخمین میانگین و انحراف معیار فرآیند به ترتیب برابر با 931 و 18.32 می باشد.

نمودار Z-MR:

همان طور که گفته شد از این نمودار در فرآیند های کوتاه تولید استفاده می شود وقتی که نتوانیم نمونه به اندازه ی کافی جمع کنیم تا به بررسی دقیق فرآیند تولید بپردازیم. بیشتر در در کارخانه هایی که تولید به صورت سفارشی و سیستم استقرار کارگاهی دارند به این مسئله بر می خوریم. در این نمودار با نمونه هایی که گرفتیم و مشخص بودن میانگین و انحراف معیار (در صورت نامشخص بودن نرم افزار از تخمین های آنها یعنی \bar{X} و S استفاده می کند) مقادیر انفرادی استاندارد شده و به بررسی آنها می پردازیم.

$$z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

z_i = مقدار استاندارد شده

حدود کنترل در نمودار Z همیشه به صورت زیر است:

$$UCL_Z = 3$$

$$CL_Z = 0$$

$$LCL_Z = -3$$

و حدود کنترل نمودار MR همیشه برابر خواهد بود با:

$$UCL_{MR} = 3.686$$

$$CL_{MR} = 1.128$$

$$LCL_{MR} = 0$$

چون از مقادیر استاندارد شده در نمودار Z-MR حدود کنترل همواره ثابت است.

منظور از فرآیند کوتاه مدت این است که معمولاً شما داده های کافی برای تخمین پارامترها ندارید. برای مثال از یک ماشین برای تولید قطعات مختلف استفاده میشود. مثلاً بعد از 20 واحد از یک قطعه، ماشین را برای تولید قطعه ی دیگر دوباره راه اندازی میکنید. پس شما نیاز به نمودار های کنترل جداگانه برای هر قسمت ساخته شده توسط ماشین دارید (چون میانگین و انحراف معیار هر قطعه فرق دارد) تا به تجزیه و تحلیل ماشین و فرآیند تولید بپردازید.

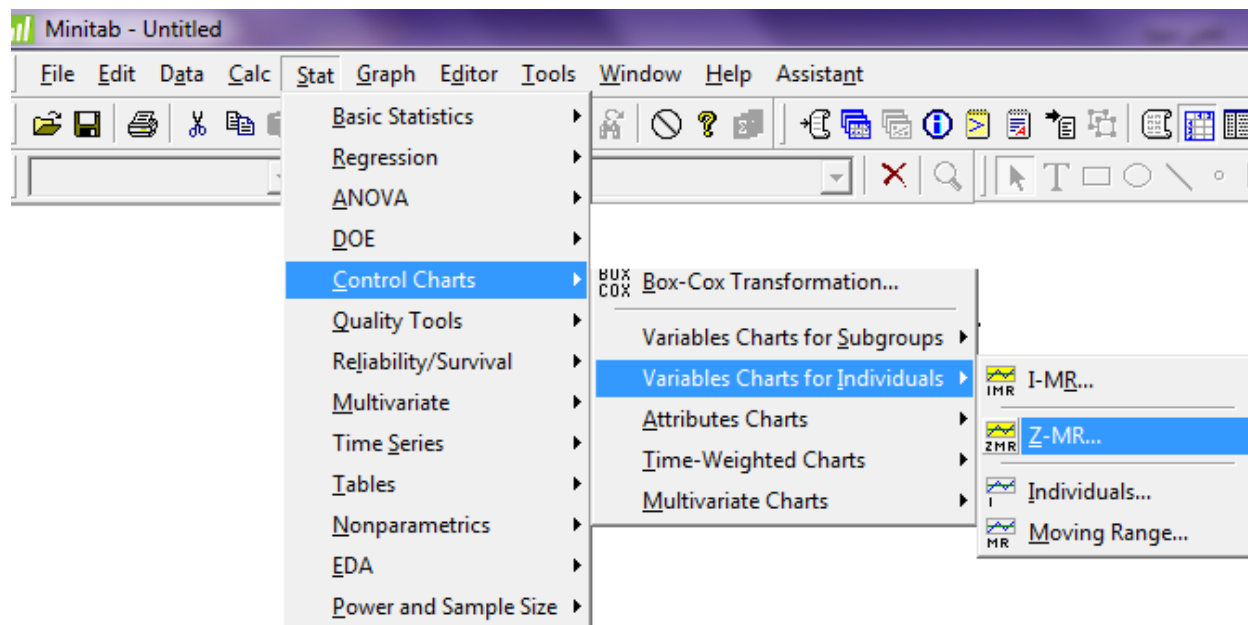
وقتي میانگین و انحراف معیار فرآیند نامشخص است در قسمت Z-MR option به قسمت Estimate رفته و در قسمت How to define groups of observation میتوانید نحوه ی تخمین میانگین و انحراف معیار را مشخص کنید .

طریقه ی رسم نمودار Z-MR در Minitab :

مثال: فرض کنید در يك کارخانه ي کاغذسازي در بخش کنترل کیفیت کار میکنید. به دلیل اینکه فرآیند تولید کاغذ يك فرآیند کوتاه مدت است شما نیاز به تکنیک هاي نمودار کنترل استاندارد شده براي تعیین کیفیت دارید. شما مي دانید که تغییر در فرآیند شما متناسب با ضخامت کاغذ هاي توليدي است. شما داده هايي را از 5 فرآیند مختلف که 3 نوع کاغذ توليد مي کند جمع آوري مي کنید. آیا فرآیند تحت کنترل است؟

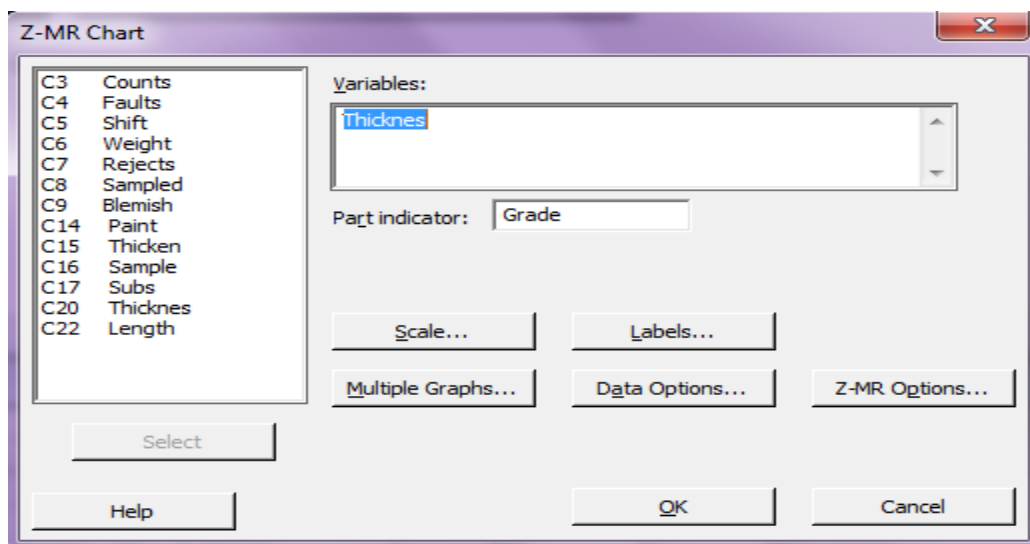
قدم اول: از منوي File قسمت open worksheet فایل EXH-QC.MTW را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت Variable ستون C20 را وارد کنید.

قدم چهارم: در قسمت Part indicator ستونی را که مشاهدات شما را از هم متمایز میسازد (از نظر درجه بندی) وارد کنید (ستون C19) را وارد کنید.



قدم پنجم: به Z-MR option رفته تا چند قسمت را توضیح دهیم.

قسمت Estimate: در این قسمت همانطور که گفته شد وقتی میانگین و انحراف معیار فرآیند مشخص نیست میتوانیم آنها را تخمین بزنیم در قسمت How define groups of observation چند روش برای این تخمین ها وجود دارد:

By runs-1: در این قسمت برای هر Run جدا از هرگونه درجه ای که دارند یک انحراف معیار مستقل تعریف می کند.

By parts-2: در این قسمت برای کلیه مشاهداتی که از یک درجه هستند یک انحراف معیار تعریف می کند. (انحراف معیار ثابت برای همه ی مشاهدات از یک درجه خاص).

Constant-3: در این قسمت برای کلیه مشاهدات از هر نوع درجه ای که هستند یک انحراف معیار تعریف میکند. (انحراف معیار ثابت برای همه ی مشاهدات بر عکس حالت By runs).

Relative to size-4: با انتخاب این گزینه نیز یک انحراف معیار ثابت برای همه ی مشاهدات تعریف می کنید به طوریکه در این قسمت ابتدا داده ها (مشاهدات) را با تبدیل لگاریتمی ، تبدیل کرده و یک انحراف معیار ثابت برای همه ی مشاهدات تعریف می کند. (از این گزینه وقتی استفاده می شود که واریانس مشاهدات در یک روش ثابت منصفانه با افزایش اندازه ی اندازه گیری ها ، افزایش پیدا می کند)

جدول زیر نشان دهنده انحراف معیارهای به دست آمده با توجه به هر یک از روش های فوق برای داده های همین مثال می باشد:

Run	نوع فیبر	ضخامت	میانگین	constant روش σ سوم	Relative to size روش چهارم	By parts روش دوم	By Runs روش اول
1	134	1.435	1.5015	0.0719	0.0442	0.0696	0.0988
1	134	1.572	1.5015	0.0719	0.0442	0.0696	0.0988
1	134	1.486	1.5015	0.0719	0.0442	0.0696	0.0988
2	221	1.883	1.7847	0.0719	0.0442	0.0821	0.1117
2	221	1.715	1.7847	0.0719	0.0442	0.0821	0.1117
2	221	1.799	1.7847	0.0719	0.0442	0.0821	0.1117
3	134	1.511	1.5015	0.0719	0.0442	0.0696	0.0643
3	134	1.457	1.5015	0.0719	0.0442	0.0696	0.0643
3	134	1.548	1.5015	0.0719	0.0442	0.0696	0.0643
4	221	1.768	1.7847	0.0719	0.0442	0.0821	0.0789
4	221	1.711	1.7847	0.0719	0.0442	0.0821	0.0789
4	221	1.832	1.7847	0.0719	0.0442	0.0821	0.0789
5	077	1.427	1.3883	0.0719	0.0442	0.0634	0.0634
5	077	1.344	1.3883	0.0719	0.0442	0.0634	0.0634
5	077	1.404	1.3883	0.0719	0.0442	0.0634	0.0634

بقیه قسمت ها مشابه توضیحاتی است که در گذشته داده ایم.

در مثال بالا By parts را انتخاب کنید.

در صورت مشخص بودن میانگین و انحراف معیار می توان آنها را در قسمت Parameters وارد کنید.

Z-MR Chart - Options

Parameters | Estimate | S Limits | Tests | Box-Cox | Display | Storage

Method for estimating the standard deviation

How to define groups of observations

☐ By runs

☒ By parts (combine all observations for same part)

☐ Constant (combine all observations)

☐ Relative to size (combine all observations, use ln)

For each group, calculate

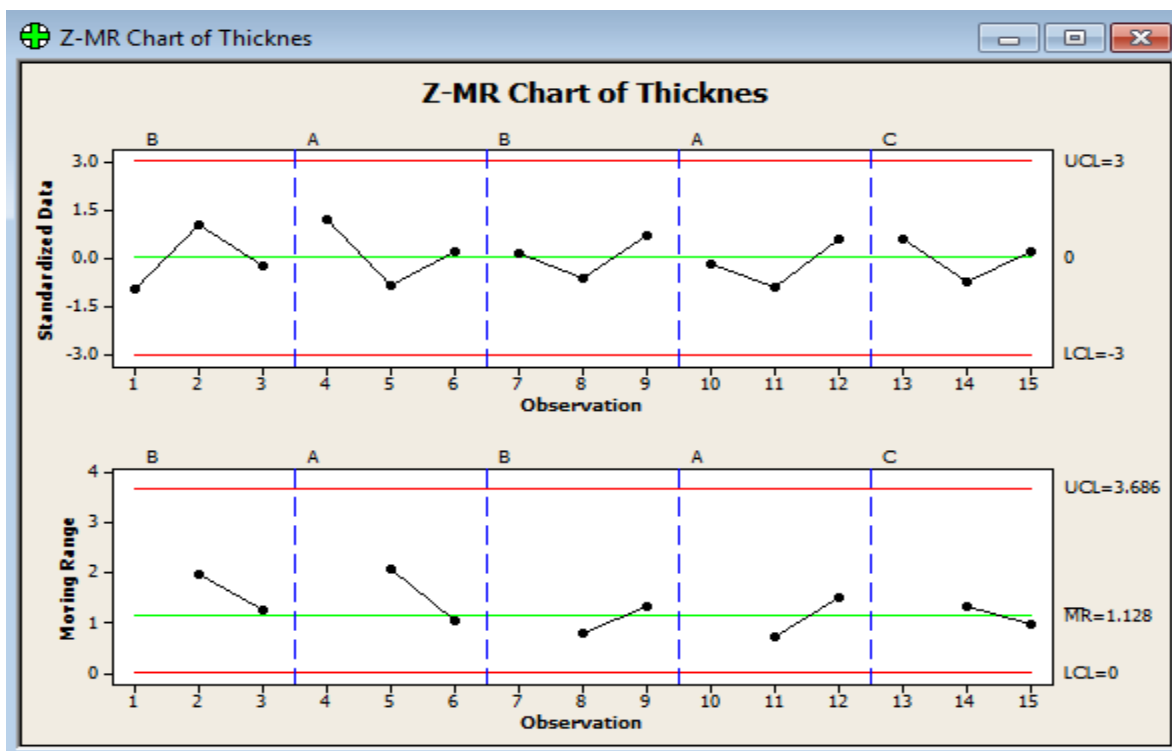
☒ Average moving range

☐ Median moving range

Length of moving range: 2

Help OK Cancel

قدم ششم: Ok را بزنید.



تحلیل: هر دو نمودار دامنه ی متحرک و مقادیر استاندارد شده برای 5 فرآیند تولید کاغذ درجه A و B و C تحت کنترل است و هیچ گونه روند غیر تصادفی در فرآیند دیده نمیشود.

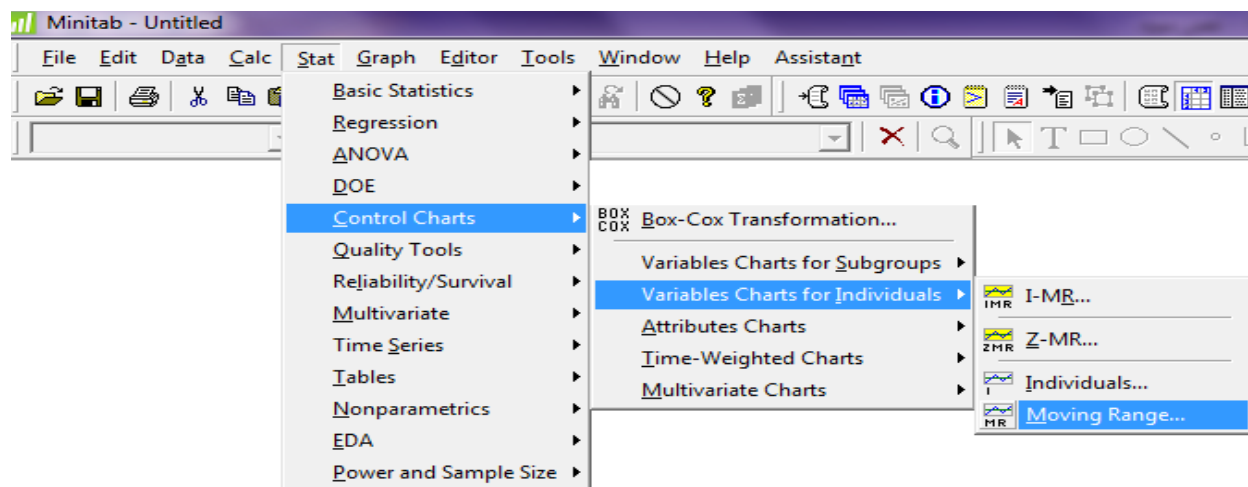
تحلیل نمودار های Z-MR همانند نمودار های I-MR می باشد.

نمودار Moving range و Individual به صورت جداگانه:

فرض کنید در يك كارخانه ي مونتاژ موتور اتومبيل كار مي كنيد . طول ميل بادامک بايد $600 \pm 2\text{mm}$ باشد . حال سرپرست شما مایل است نمودار MR و نمودار Individual را به طور جداگانه براي هر دو تامين کننده ، براي پيگيري تغيير پذيري فرآيند و طول ميل بادامک ها رسم كنيد .

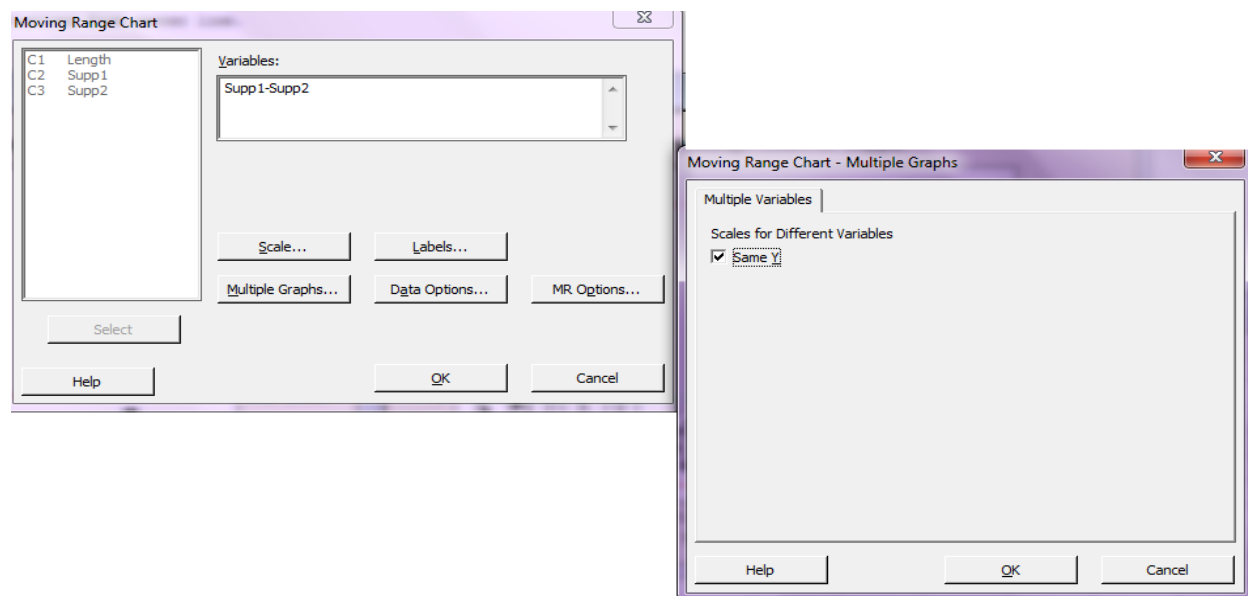
قدم اول: فايل Camshaft.MTW را از منوي file گزینه Open worksheet انتخاب كنيد .

قدم دوم: مسير زير را دنبال كنيد .

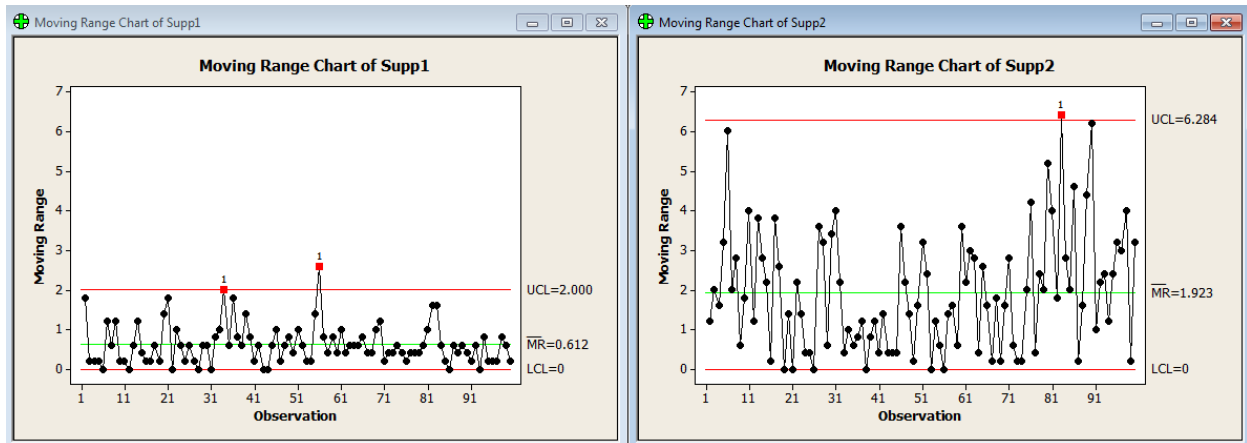


قدم سوم: در قسمت Variable سلول هاي Supp1-Supp2 را وارد كنيد .

قدم چهارم: در قسمت same y، Multiple graphs را فعال كنيد .

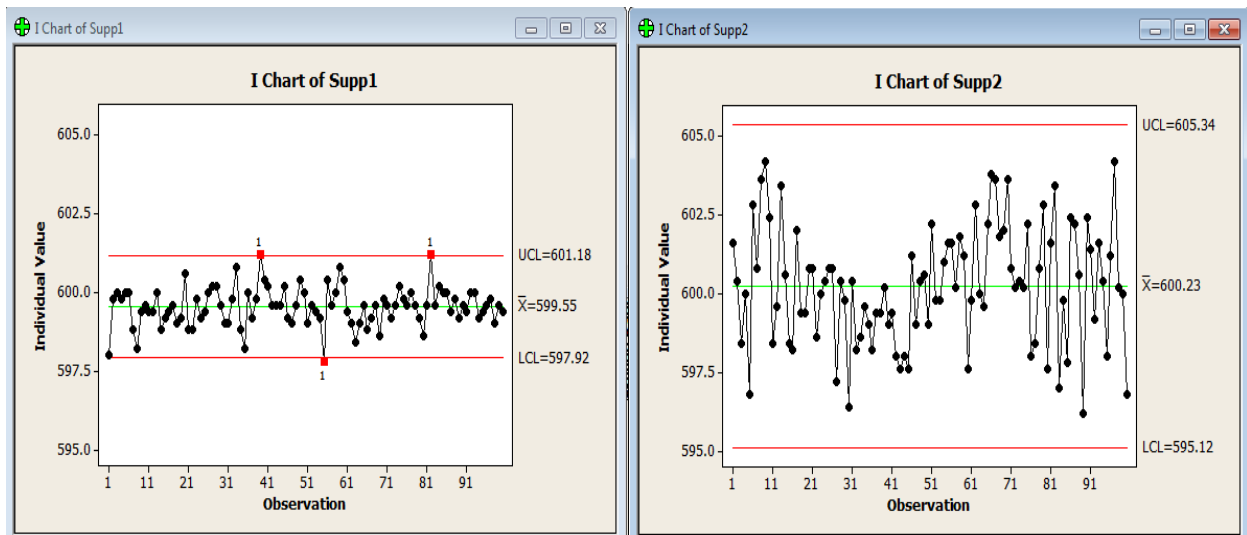


قدم پنجم: OK را بزنید.



تحلیل: نمودار مربوط به Supp1، دو نقطه خارج از حدود قرار گرفته اند در حالیکه نمودار مربوط به Supp2 تنها یک نقطه خارج از حدود را نشان میدهد ولی این در حالی است که میانگین تغییر پذیری (پراکندگی) در Supp1 کمتر است و نوسانات کمتری نسبت به Supp2 دارد. پس Supp1 برای خرید، تامین کننده بهتری است.

حال نمودار Individual را برای طول میل بادامک ها مشابه مسیرهای فوق رسم کنید ، فقط با این تفاوت که به جای نمودار Moving range اینبار Individuals را انتخاب کنید.

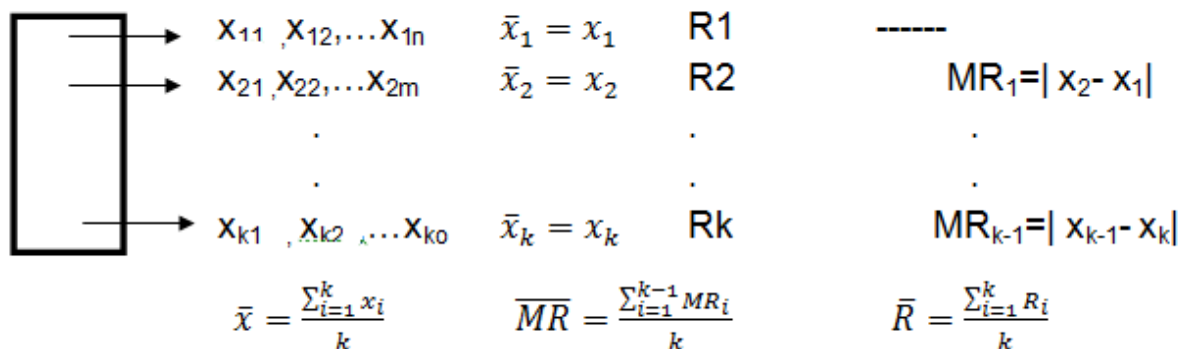


همانطور که مشاهده می کنید میانگین طول میل بادامک برای هر تامین کننده نسبتاً برابر است ولی حد بالای نمودار کنترل برای تامین کننده یک پایین تر از حد بالای نمودار کنترل برای تامین کننده دو می

باشد و از آنجاییکه زیاد بودن طول میل بادامک برای خط مونتاژ ما بد است در نتیجه خرید از تامین کننده اول پیشنهاد می شود.

نمودارهای کنترل I-MR-R/S (Between/Within) در Minitab :

از این نمودارهای کنترل برای بررسی هم زمان اختلاف ها هم درون زیرگروه ها و هم بین زیر گروه ها استفاده می شود. که طریقه ی نمونه گیری و هر کدام از نمودارهای کنترل مورد استفاده برای چنین تجزیه و تحلیلی به شرح زیر است:



نمودار Individuals chart of subgroup means: این نمودار بدین صورت عمل میکند که

میانگین هر زیر گروه منطقی را یک x یا یک مقدار انفرادی میگیرد و حد وسط آن از $\frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k}$ بدست می آید.

نمودار Moving range chart of subgroup means: این نمودار بیانگر دامنه تغییرات متحرک بین میانگین زیر گروههای منطقی می باشد یعنی اگر طول دامنه ی تغییرات متحرک برابر 2 باشد،

MR_1 از رابطه $|x_2 - x_1|$ بدست می آید که x_1 و x_2 به ترتیب از روابط $\frac{\sum_{j=1}^m x_{2j}}{m}$ و $\frac{\sum_{j=1}^n x_{1j}}{n}$ بدست می آیند. یعنی اگر بین میانگین زیر گروهها تفاوتی دیده شود نمودار MR بیانگر آن خواهد بود. در نتیجه از این نمودار برای کنترل اختلاف بین زیر گروه ها استفاده می شود برای مثال بررسی پراکندگی بین چند شیفت یا چند اپراتور و یا چند روز کاری از کاربردهای این نمودار می باشد.

نمودار Range chart of all data: این نمودار همان نمودار R در نمودار R-XBAR می باشد و هر R_i بیانگر دامنه تغییرات هر گروه منطقی می باشد. مثلاً اگر R_1 بیش از R_2 شده یعنی پراکندگی زیرگروه دوم از زیرگروه اول بیشتر بوده اما اگر MR_2 از MR_3 بیشتر شد، یعنی میانگین فرآیند از زیر گروه دوم به زیر گروه سوم افزایش یا کاهش داشته است. از این نمودار برای بررسی اختلاف درون زیر گروه ها استفاده می شود برای مثال بررسی پراکندگی در یک شیفت یا یک اپراتور و یا یک روز کاری از کاربردهای این نمودار می باشد.

نحوه ی تخمین انحراف معیار فرآیند هم درون زیر گروه ها و هم بین زیر گروه ها :

تخمین انحراف معیار درون زیر گروه ها (Within) :

این تخمین بسته به اینکه از نمودار R یا S استفاده می کنیم همان تخمین هایی که در گذشته شرح دادیم را برای بیان انحراف معیار درون زیر گروه ها به ما می دهد. مانند $\frac{\bar{R}}{d_2}$ یا $\frac{\bar{s}}{c_4}$ و...

تخمین انحراف معیار بین زیر گروه ها (Between) :

$$\hat{\sigma}_{Between} = \sqrt{\max\{0, \sigma_{\bar{x}}^2 - \sigma_{within}^2\}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \overline{MR}$$

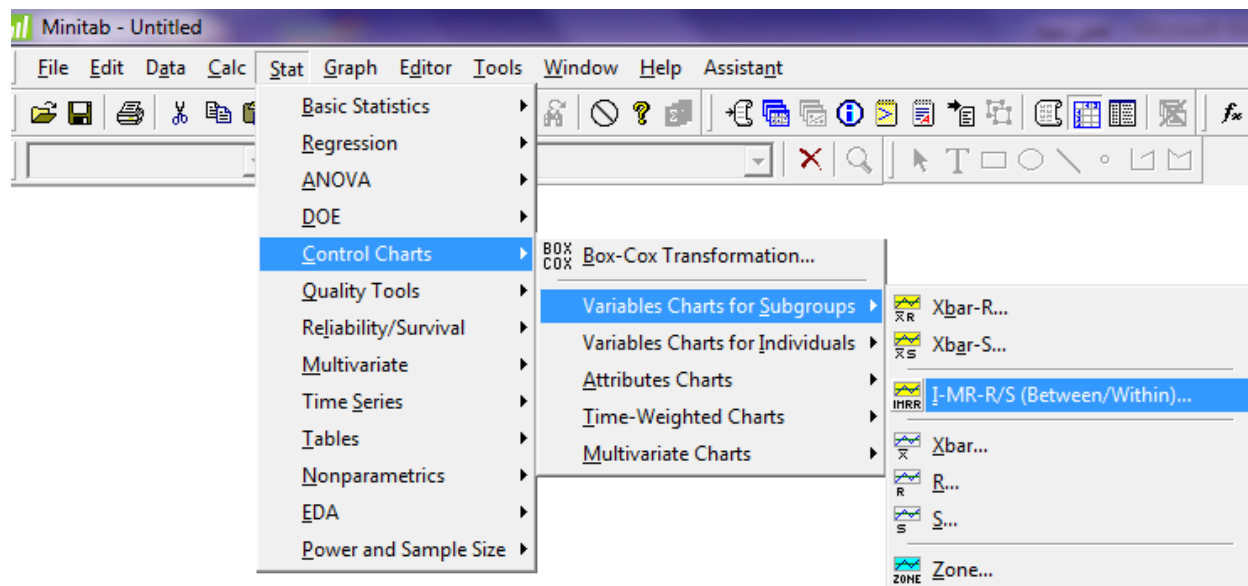
$$\sigma_{Within} = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ or } \frac{\bar{s}}{c_4}$$

طریقه رسم نمودار I-MR-R/S(Between/Within) در Minitab :

مثال: شما علاقه مند به ارزیابی فرآیند پوشش رول های کاغذی با لایه نازک فیلم هستید. نگرانی شما از این است که هم میانگین ضخامت لایه فیلم مقداری در فاصله 50 ± 3 بوده و هم نحوه پوشش روی رول های متفاوت یکسان باشد. شما نمونه های 3تایی از 25 رول کاغذ متفاوت انتخاب کرده و ضخامت لایه فیلم را اندازه می گیرید. حال می خواهید به بررسی هم زمان پراکندگی فرآیند بین زیر گروه ها و داخل زیر گروه ها بپردازید.

قدم اول: فایل coating.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: در پنجره I-MR-R/S , All observations for a chart are in one column را انتخاب کرده و ستون Coating را وارد کنید همچنین در کادر مقابل subgroup sizes ستون Roll را که بیانگر شماره زیر گروه ها می باشد وارد کنید و گزینه I-MR-R/S Option را انتخاب کنید و در قسمت Storage گزینه های

Means,Between standard deviation,within standard deviation

و Between/within standard deviation را انتخاب کنید

$$\sigma_{Between/Within} = \sqrt{\sigma_{Between}^2 + \sigma_{Within}^2}$$

قدم چهارم: OK را بزنید.

I-MR-R/S Chart

C1 Coating
C2 Roll

All observations for a chart are in one column:

Coating

Subgroup sizes: Roll (enter a number of ID column)

Scale... Labels... Multiple Graphs... Data Options... I-MR-R/S Options...

Select

Help OK Cancel

I-MR-R/S Chart - Options

Parameters Estimate S Limits Tests Stages Box-Cox Display Storage

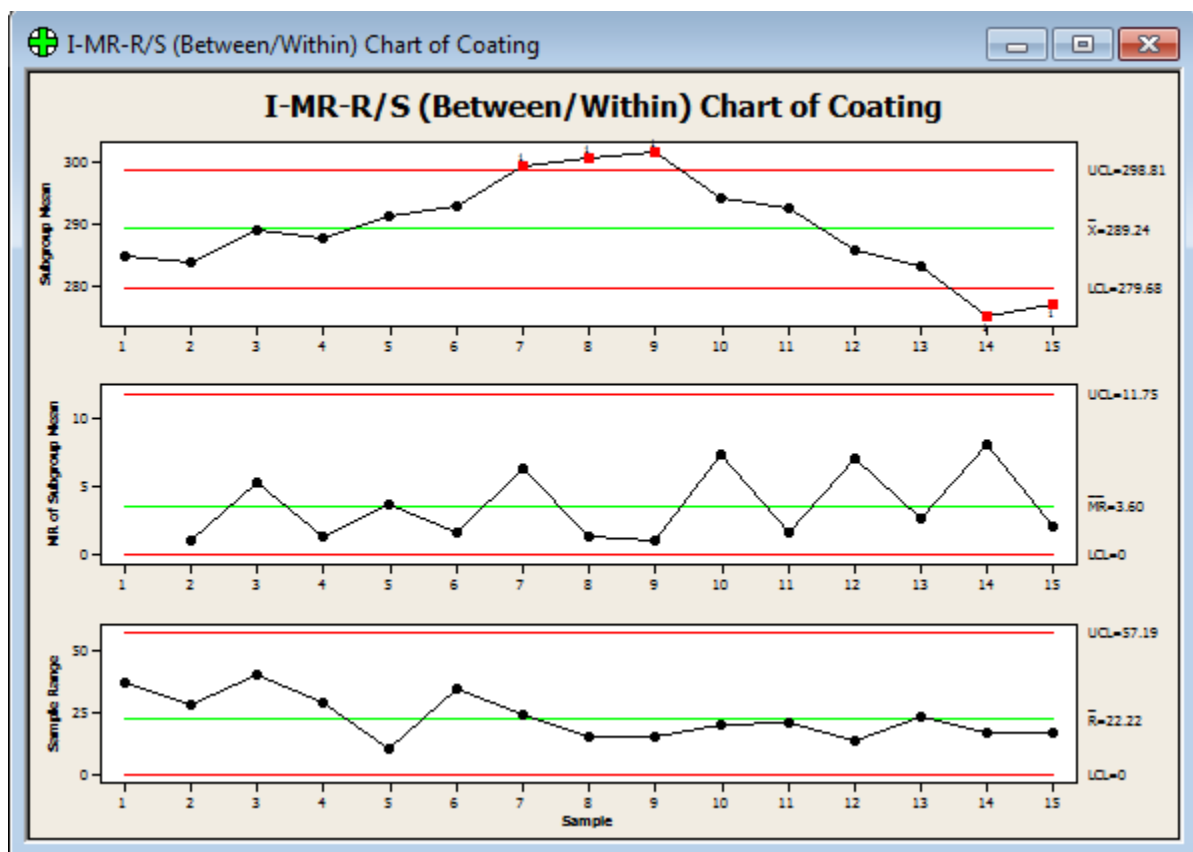
Store these estimates for each chart

☒ Means ☒ Between standard deviation
☐ Standard deviations ☒ Within standard deviation
☒ Between/Within standard deviation

Store these values for each point

☐ Point plotted ☐ Subgroup size
☐ Center line value ☐ Test results
☐ Control limit values
☐ Stage

Help OK Cancel



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید در نمودار I نمونه های 7 تا 10 یک روند صعودی بین زیرگروه ها دیده می شود که نمودار MR نیز بیانگر این موضوع می باشد هم چنین یک روند نزولی در نمودار I از زیر گروه 10 تا 15 دیده می شود که روند نوسانی در نمودار MR بیانگر این موضوع از زیر گروه 10 تا 15 می باشد. همچنین تخمین انحراف معیار درون زیر گروه ها برابر 13.12 و تخمین انحراف

معیار بین زیرگروه ها برابر 0 و انحراف معیار کل برابر 13.12 می باشد در نتیجه بین زیر گروه ها اختلاف معنی داری وجود ندارد.

در صورتیکه می خواهید به جای نمودار R از S استفاده شود به I-MR-R/S Option رفته و در قسمت Estimate نحوه ی تخمین انحراف معیار را S-Bar بگذارید.

فلسفه ی نمودارهای کنترل EWMA و CUSUM (Time Weighted charts)

همانطور که در گذشته توضیح دادیم از نمودار های کنترل مقادیر انفرادی معمولاً در فاز 1 برای تحت کنترل قرار دادن فرآیند استفاده می کنیم اما به این علت که تعداد نمونه ها کم می باشد احتمال کشف تغییر $(1-\beta)$ در نمودار های کنترل مقادیر انفرادی پایین است پس در فاز 2 باید از نموداری استفاده کنیم که قدرت کشف تغییرات حتی کوچک را در میانگین فرآیند داشته باشد. معمولاً در این گونه موارد از نمودار های کنترل EWMA و CUSUM استفاده می کنیم. هم چنین از این نمودارها در صنایع حساس نیز استفاده می شود.

از نمودار های کنترل EWMA و CUSUM برای میانگین زیر گروهها نیز استفاده می شود اما برای مقادیر انفرادی نموداری ایده آل تر می باشد.

نمودار کنترل EWMA (Exponentially Weighted moving average):

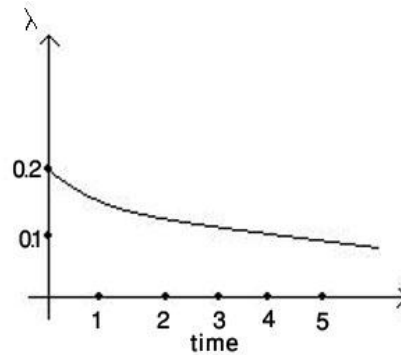
در این نمودار با وزنی که به داده های گذشته داده می شود از اطلاعات داده های گذشته برای پیش بینی میانگین فرآیند نیز استفاده می شود. به این صورت که:

$$Z_t = \lambda x_t + (1 - \lambda)Z_{t-1}$$

λ : ثابت وزنی Z_{t-1} : مقدار پیش بینی میانگین در لحظه t

X_t : مشاهده در لحظه t Z_t : مقدار پیش بینی میانگین در لحظه t+1 و نقطه t رسم شده در نمودار

هرچه قدر مقدار λ بیشتر باشد وزنی که به داده های گذشته می دهیم کمتر است. فرض کنید $\lambda=0.2$ می باشد، نمودار زیر نمودار λ بر ست عمر نمونه هاست:



اگر $\lambda = 0.2$ باشد وزني که به داده ي فعلي t داده مي شود براي پيش ميانيگين در لحظه ي $t+1$ برابر 0.2 و وزني که به داده ي قبلي ($t-1$) داده مي شود 0.8 و داده ي قبل از آن برابر 0.16 و داده ي قبل تر 0.128 و...

به طور کلي تجربه ثابت کرده است که اگر λ در فاصله ي $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$ انتخاب شود، نتايج خوبي به دست خواهد آمد. معمولاً اگر تغييرات کوچک براي ما بسيار مهم باشد بايد مقدار λ پايين باشد اما ايده آل ترين حالت $\lambda = 0.2$ مي باشد.

حدود کنترل در نمودار EWMA متغير است و با افزايش t حدود نمودار افزايش پيدا کرده و سپس ثابت مي شود.

$$ucl = \mu + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}(1 - (1-\lambda)^{2t})}$$

$$cl = \mu$$

$$lcl = \mu - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}(1 - (1-\lambda)^{2t})}$$

که در آن براي μ و σ از تخمين هايي که در فاز 1 به دست آورديم در قسمت parameter مشخص مي کنيم و يا اينکه اگر در فاز اول از اين نمودار استفاده مي کنيم براي μ از ميانيگين نمونه و براي σ بسته به اينکه هر بار نمونه گيري از مقادير انفرادي يا از چندين نمونه استفاده کرديم انحراف معيار را تخمين ميزنيم که نحوه تخمين را در قسمت Estimate مشخص مي کنيم.

در نمودار کنترل EWMA فرآیند تحت 2 شرط خارج از کنترل است:

- 1- وقتی که نقطه ای Z_t خارج از حدود کنترل باشد.
- 2- وقتی مقدار پیش بینی با مقدار واقعی فاصله زیادی داشته باشد .

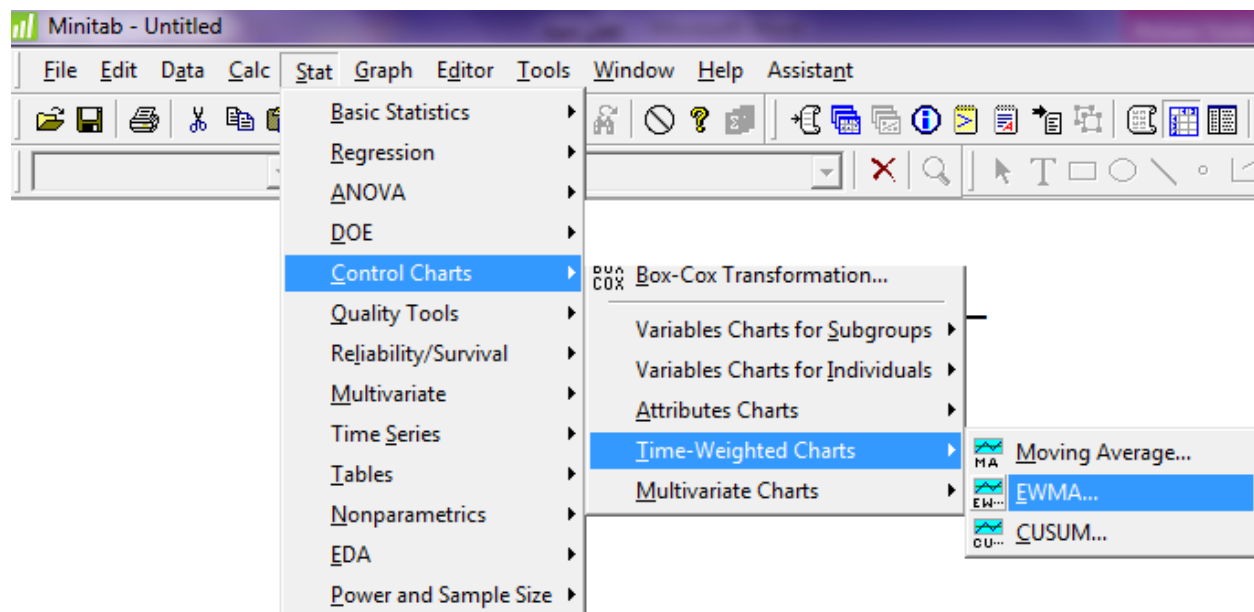
$$(X_t - Z_{t-1}) = \text{مقدار خطا}$$

طریقه رسم نمودار EWMA در Minitab :

مثال: به عنوان مدیر بخش توزیع در يك معدن سنگ آهك ، میخواهید وزن و میزان تغییر در 45 دسته از سنگ آهك که هر هفته برای يك مشتري مهم حمل مي شوند بررسی مي کنیم. وزن هر دسته تقریباً باید 930 پوند باشد. قبلاً نمودار I-MR را ترسیم کردیم و میانگین و انحراف معیار فرآیند برابر 931 و 18.22 شد. حال می خواهیم نمودار EWMA را برای همین دسته رسم کنیم.

قدم اول: از منوی File گزینه Open worksheet را انتخاب کرده و فایل EXH-Qc.MTW را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت Variables چون کلیه ی داده ها در يك ستون است ، پس All observation for a chart are in one column را انتخاب کنید.

قدم چهارم: در قسمت Variable ستون Weight را وارد کنید.

قدم پنجم: در قسمت Subgroup size عدد 1 را وارد کنید.

در قسمت Weight of EWMA مقدار λ را برابر 0.2 وارد کنید.

در صورتیکه اندازه زیر گروه مخالف یک باشد میتوان اندازه زیر گروه منطقی را در subgroup sizes وارد کرد , آن گاه مقدار Z_t را از رابطه زیر بدست آورد:

$$Z_t = \lambda \bar{x}_t + (1 - \lambda)Z_{t-1}$$

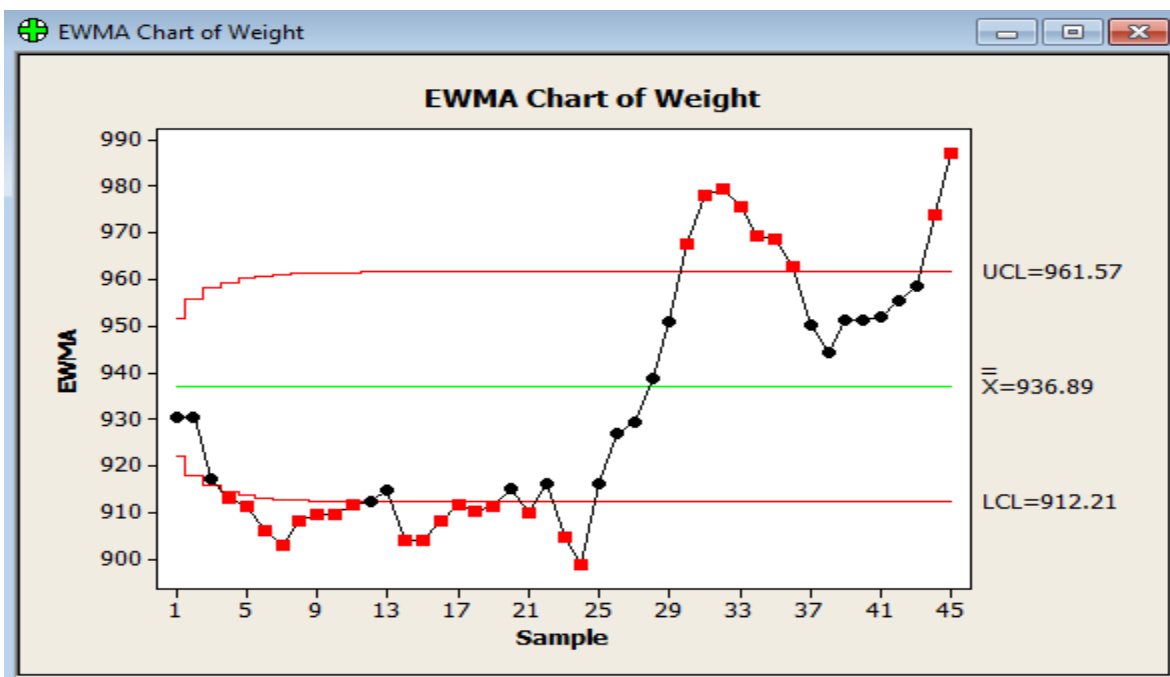
EWMA Chart

All observations for a chart are in one column:

Weight:

Subgroup sizes: (enter a number or ID column)

Weight of EWMA:



تحليل: همانطور که مشاهده می کنید ابتدا میانگین فرآیند کاهش داشته پس از نمونه 24 به بعد يك روند صعودي غير تصادفي در فرآیند دیده می شود که حتي از حد بالاي کنترل نیز رد شده است. پس باید به سراغ علت آن رفته و آن را برطرف کنیم و فرآیند را دوباره تحت کنترل در آوریم.

در پنجره EWMA Chart , EWMA Option را انتخاب کرده و در قسمت Estimate و بخش Method for estimating standard deviation روشی برای تخمین انحراف معیار فرآیند مشخص کنید) در صورتیکه انحراف معیار در ابتدای فرآیند مشخص نباشد و یا در فاز 1 میخواهیم از این نمودار استفاده کنیم)

در صورتیکه اندازه زیر گروه برابر 1 باشد ، 3 روش وجود دارد. (Subgroup size=1)

$$\frac{\overline{MR}}{d2} \quad : \text{Average moving range -1}$$

$$\frac{Md_{MR}}{d2} \quad : \text{Median Moving range -2}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{\sum d_i^2}{n-1}}}{C4(n_i)} \quad : \text{square root of mssd -3}$$

$$di = x_i - x_{i-1} \quad \text{که در آن } di = \text{اختلاف داده ها به صورت متوالي}$$

در صورتیکه اندازه زیر گروه بیشتر از يك باشد (Subgroups > 1):

$$\frac{\bar{R}}{d2} \quad : \text{Rbar -1}$$

$$\frac{\bar{s}}{c4} \quad : \text{Sbar -2}$$

$$\frac{Sp}{d2} \quad : \text{pooled standard deviation -3}$$

همانطور که گفته شد $d2$ و $C4$ اعداد ثابتی هستند که تابعی از اندازه نمونه می باشند و خود نرم افزار آنها را محاسبه می کند.

قسمت Length of moving average که برای اندازه زیر گروه برابر يك مورد استفاده قرار میگیرد میتوان طول دامنه ی متحرك را وارد کرد .

نمودار CUSUM (جمعي تجمعي – Cumulative Sum)

همانطور که گفته شد نمودار هاي CUSUM نمودار هاي خوبي براي كشف تغييرات كوچك در حد 2σ مي باشند و در صنايع حساس به كار ميروند. از اين نمودار همچون نمودار EWMA در فاز 2 استفاده ميشود. اين نمودار براي كنترل انحراف مقادير مشاهده شده كه از نمونه ها بدست مي آيد با مقدار هدف (μ_0) استفاده مي شود.

البته اين نمودار هم چون نمودار EWMA از اطلاعات گذشته اما اين بار به صورت جمعي تجمعي استفاده مي كند. به اين صورت كه اگر اندازه زيبرگروه برابر يك باشد (مقادير انفرادي), به صورت زير عمل مي كند:

جامعه	دفعات نمونه گيري	X	جمعي تجمعي C_i
	1	X_1	$C_1 = X_1 - \mu_0$
	2	X_2	$C_1 = (X_1 - \mu_0) + (X_2 - \mu_0)$

	s	X_s	$C_s = \sum_{i=1}^{s-1} (X_i - \mu_0) + (X_s - \mu_0)$

مقدار هدف μ_0 جمعي تجمعي نمونه ام C_i = نمونه ام مشاهده شده X_i

اين نمودار با رسم جمعهاي تجمعي مربوط به انحراف مقادير نمونه از مقدار هدف (μ_0) از تمام اطلاعات موجود در نمونه هاي گذشته نيز استفاده ميكند.

در صورت افزايش در نمونه ها :

$$\text{If } x_i > \mu \rightarrow C_i < C_{i+1} < C_{i+2}$$

در نتيجه يك روند صعودي در فرآيند ديده خواهد شدد و در صورت کاهش در نمونه ها:

$$\text{If } x_i < \mu \rightarrow C_i > C_{i+1} > C_{i+2}$$

و يك روند نزولي در فرآيند ديده خواهد شد و فرآيند تحت هر دوشروط فوق خارج از كنترل خواهد بود .

از آن جايكه در رابطه $(X_i - \mu_0)$ هر گونه تغيير كوچكي از مقدار هدف باعث خارج از كنترل شدن فرآيند مي شود، بايد كاري كنيم تا نمودار تنها نسبت به تغييراتي واكنش نشان دهد و آنها را كشف كند كه در حد معيني باشد. براي اين كار از يك مقدار مرجع (Reference value) كه آن را با K نشان ميدهيم ،

استفاده می کنیم. مثلاً برای کشف تغییراتی در حد 1σ ما k را نصف آن تعیین می کنیم یعنی ($k=0.5$) و به جای رابطه $x_i - \mu_0$ از رابطه $x_i - (\mu_0 + k)$ برای جمع های تجمعی استفاده می کنیم.

از دیگر پارامترهای کلی که برای نمودار CUSUM میتوان تعریف کرد، فاصله ی تصمیم گیری (Decision interval) یا همان h می باشد (h تقریباً همان حدود کنترل در CUSUM جمعی تجمعی یک طرفه می باشد). از h برای مشخص کردن وقوع وضعیت های خارج از کنترل استفاده می شود. معمولاً h مقداری بین $4.5\sigma \leq h \leq 5\sigma$ می گیرد.

هر چه قدر مقدار h و k را پایین تر انتخاب کنیم حساسیت بیشتری نسبت به تغییر پذیری فرآیند داریم ، ایده آل ترین حالت این است که $h=4\sigma$ یا $h=5\sigma$ و $k=1.2\sigma$ باشد تا نمودار CUSUM عملکرد بهتری داشته باشد . اما در عمل معمولاً $h=5\sigma$ و $k=0.5\sigma$ تعیین می شود.

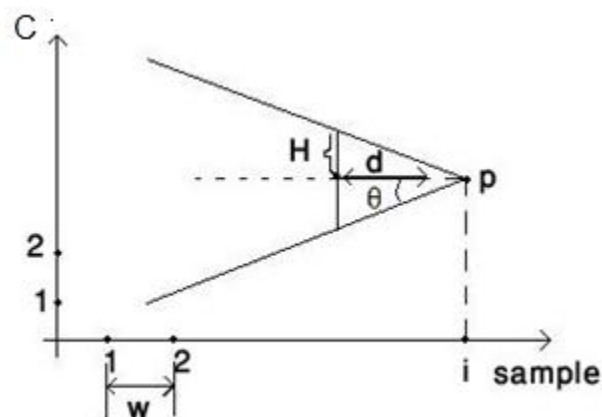
بررسی نمودارهای CUSUM :

برای تعیین حدود کنترل و بررسی فرآیند در نمودار CUSUM از دو روش استفاده می کنند.

1- روش V-mask :

P: مبدا V-mask که معمولاً روی آخرین مشاهده است .

$$\theta = \arctan\left(\frac{k}{w}\right) \quad d = \frac{H}{k}$$



اضلاع V-mask همان کاری را می کنند که حدود کنترل در نمودار های کنترل قبلی انجام می دادند با این تفاوت که ضلع بالایی حکم حد پایین و ضلع پایینی حکم حد بالا ی نمودار های کنترل را دارد و اگر نقطه ای بالاتر از ضلع بالایی V-mask قرار بگیرد میانگین فرآیند یک روند نزولی خواهد داشت و بر عکس.

استفاده از V-mask هم رایج تر و هم تحلیل آسانتری دارد.

2 - روش جمعی تجمعی يك طرفه :

در این روش به طور کلی حدود کنترل برابر است با $Ucl=h\sigma$ و $Lcl=-h\sigma$

در صورتیکه مقدار واقعی برای σ وجود نداشته باشد از برآورد استفاده می شود. این روش به این گونه است که ابتدا جمع های تجمعی رو به بالا را رسم کرده و اگر Ucl را قطع کند به این منظور است که میانگین فرآیند افزایش داشته است.

جمع های تجمعی روبه بالا از رابطه ی زیر به دست می آید :

$$CU_i = \text{Max}\{0, CU_{i-1} + x_i - (\mu + k\sigma)\}$$

در صورتیکه اندازه زیر گروه مخالف يك باشد از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$CU_i = \text{Max}\left\{0, CU_{i-1} + \bar{x}_i - \left(\mu + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right\}$$

CU_i همواره بزرگتر یا مساوی صفر است و هیچ گاه منفی نمی شود .

سپس جمع های تجمعی رو به پایین را رسم کرده و اگر LCL را قطع کند به این منظور است که میانگین فرآیند کاهش داشته است .

جمع های تجمعی رو به پایین از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$CL_i = \text{Min}\{0, CL_{i-1} + x_i - (\mu - k\sigma)\}$$

در صورتیکه اندازه زیر گروه مخالف يك باشد از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$CL_i = \text{Min}\left\{0, CL_{i-1} + \bar{x}_i - \left(\mu - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right\}$$

CL_i همیشه کوچکتر یا مساوی صفر است و هیچ گاه مثبت نمی گردد .

در روابط فوق داریم :

CU_i : جمع تجمعی رو به بالا برای نمونه ی i ام

CL_i : جمع تجمعی رو به پایین برای نمونه i ام

σ : انحراف معیار فرآیند (در صوت مشخص نبودن از تخمینی که در فاز 1 بدست آوردیم استفاده می کنیم یا آن را از روی مشاهدات فعلی تخمین می زنیم)

n : اندازه زیر گروه منطقی

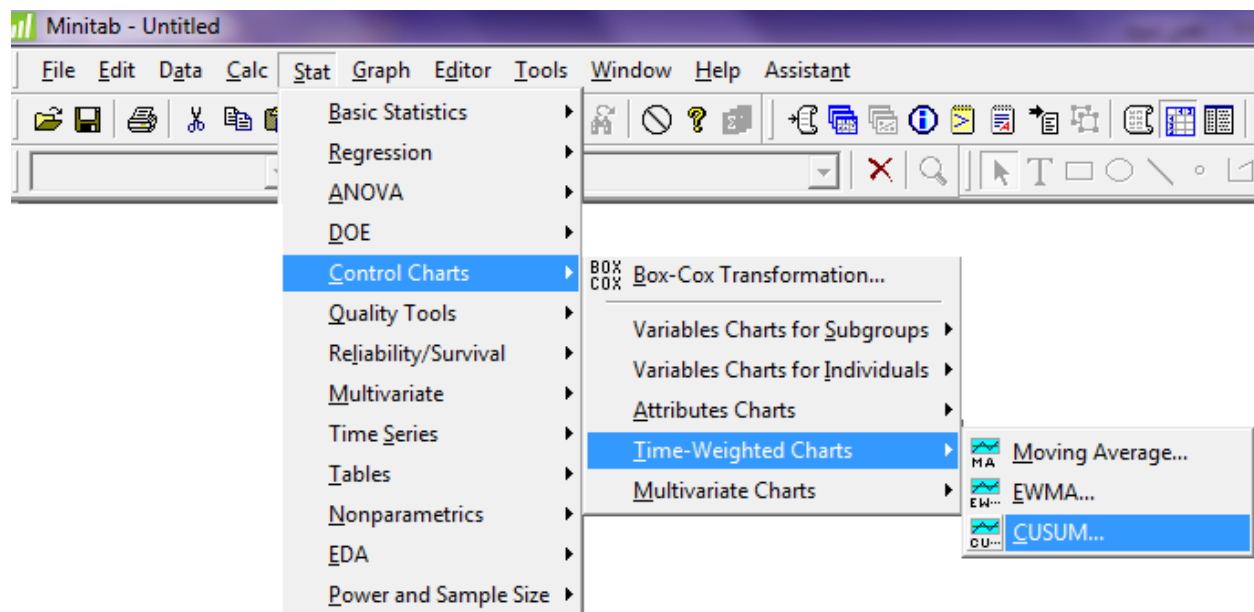
در Minitab هر دو جمع تجمعی رو به بالا و رو به پایین هم زمان با هم در نمودار رسم می شود . البته در صورتی که از روش Out-sided استفاده کرده باشیم .

طریقه رسم نمودار CUSUM در Minitab

مثال : فرض کنید در یک کارخانه ی مونتاژ قطعات موتور کار می کنید. همانطور که می دانید میل لنگ یک حرکت رفت و برگشت در موتور نسبت به یک نقطه ی مرکزی دارد این حرکت به صورت بالا و پایین است. Atobdist فاصله ی میان 2 نقطه ی A و B است که این میل لنگ آن را طی می کند. برای تضمین کیفیت محصول در 25 روز کاری 5 اندازه گیری انجام می شود.

قدم اول: فایل Cranksh.MTW را از منوی File و گزینه Open worksheet انتخاب کنید.

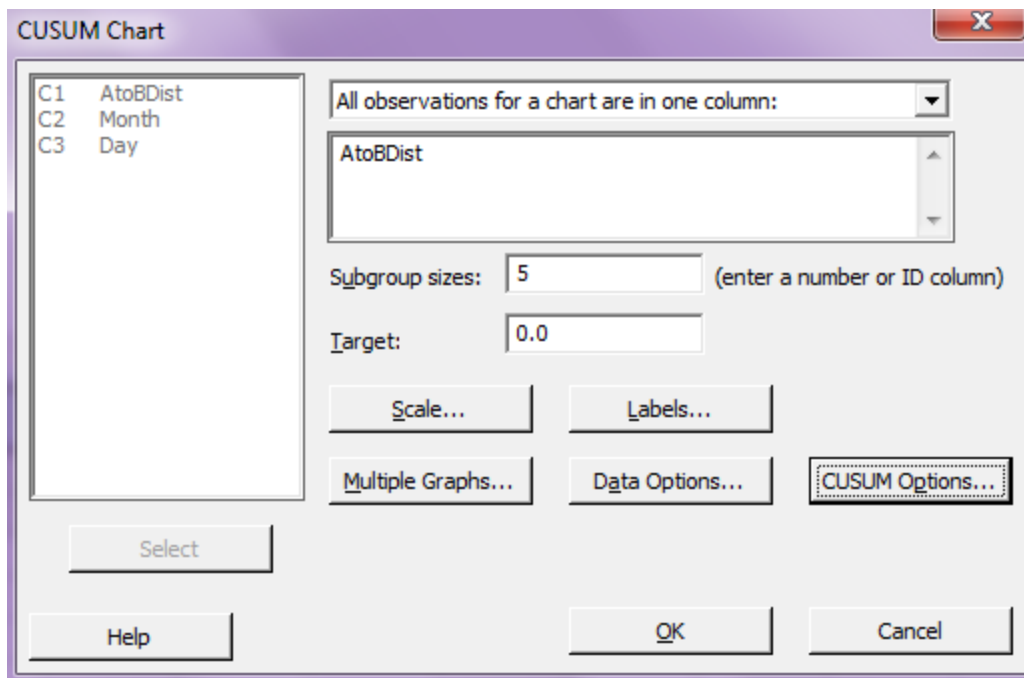
قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: All observation for a chart in one column را انتخاب کنید. چون همه ی مشاهدات در یک ستون است .

قدم چهارم: در قسمت Subgroup size اندازی زیر گروه منطقی را وارد کنید که در این مثال برابر 5 است .

قدم پنجم : در قسمت Target مقدار هدف (μ_0) را وارد کنید که در این مثال برابر صفر است.



قدم ششم :به CUSUM Option رفته تا چند قسمت را توضیح دهیم.

قسمت Parameters :

در این قسمت اگر انحراف معیار فرآیند مشخص است آنرا وارد کنید که در این مثال مشخص نیست .

قسمت Estimate :

همانند قسمت Estimate در نمودار EWMA می باشد .

قسمت Plan/Type :

• قسمت Type of CUSUM :

:one-sided(UCL ,LCL)

همان استفاده از CUSUM جمعی تجمعی یک طرفه می باشد که نرم افزار هم زمان هم جمعی تجمعی های روبه بالا و هم جمعی تجمعی های رو به پایین را رسم می کند .

:Two sided(V-mask)

استفاده از V-mask برای تجزیه و تحلیل CUSUM می باشد .

در صورتیکه One sided را انتخاب کنید ، دو گزینه ی Use FIR و Reset after each signal نمایان می شود .

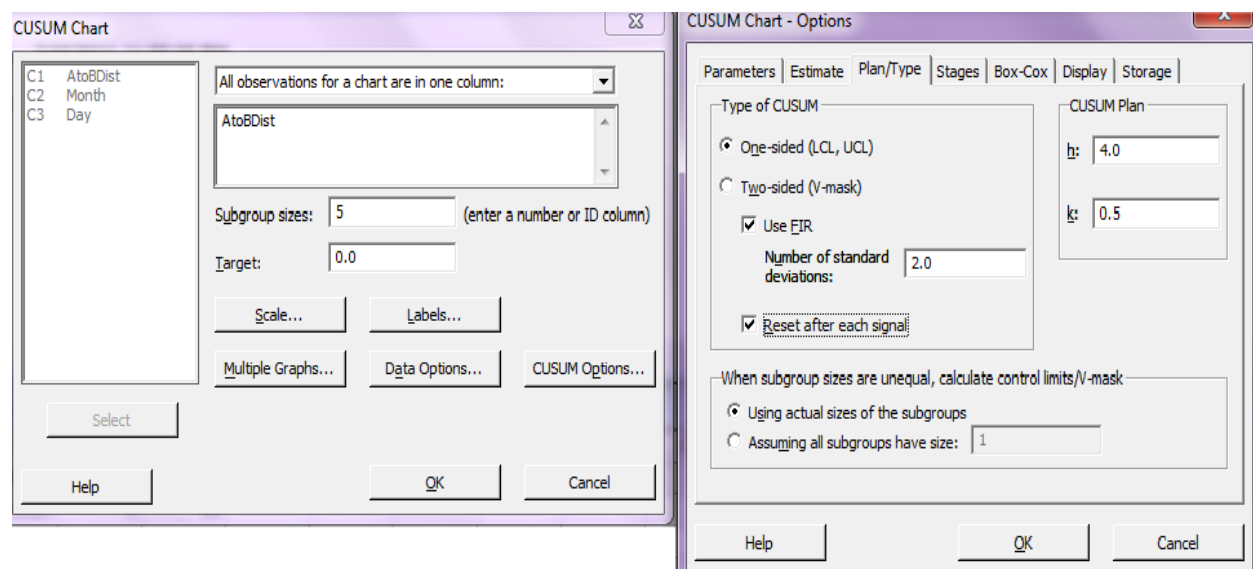
گزینه ی USE FIR (Use fast initial response) :

از این گزینه وقتی استفاده می کنیم که می دانیم در ابتدای فرآیند کنترل ، تغییر در میانگین فرآیند زیاد یا کم است . همانطور که می دانیم C_0 برابر صفر می باشد و $C_1 = (\bar{x} - \mu) + C_0$ می باشد . نمودار CUSUM به طور معمول C_0 را برابر صفر در نظر می گیرند پس اگر C_0 را برابر صفر بگیرد نمیتواند تغییرات واقعی در ابتدای فرآیند را به صورت جمعی تجمعی نشان دهد ، پس ما میتوانیم در قسمت Number of standard deviation مقدار C_0 را تعیین کنیم تا سریع تر پی به تغییرات ببریم . البته می توان از این گزینه در فاز 2 نیز استفاده کرد . هنگامیکه ما میدانیم در شروع فاز 2 دچار تغییراتی شدیم اما اگر C_0 را برابر صفر قرار دهیم این تغییرات ممکن است در نمودار CUSUM دیده نشود پس در فاز دوم C_0 را با استفاده از رابطه ی $(\hat{\mu} - \mu_0)$ به دست می آوریم که در آن $\hat{\mu}$ مقدار تخمین میانگین از فاز 1 و μ_0 مقدار هدف است .

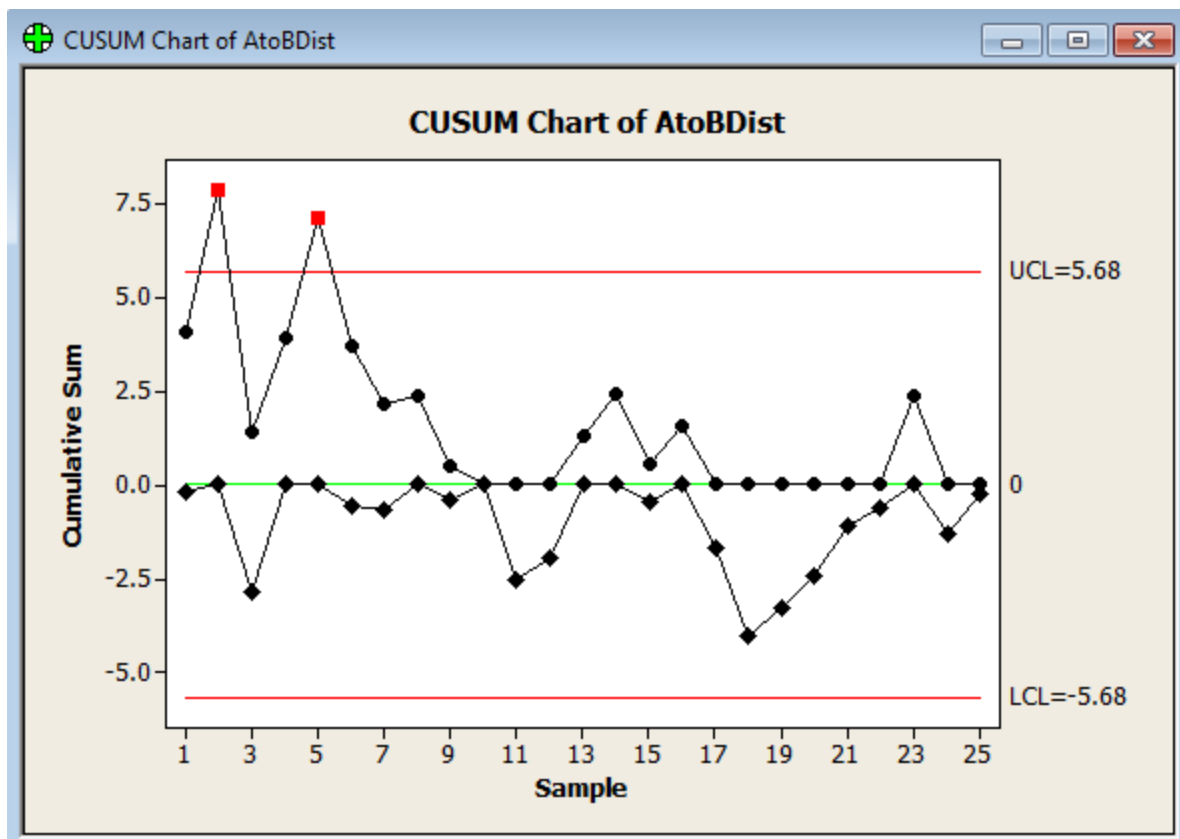
گزینه Reset after each signal :

اگر فرآیند خارج از کنترل باشد ، بعضی از داده ها خارج از حدود کنترل قرار می گیرند و ما پس از برطرف کردن علت آن ، این داده ها را حذف می کنیم . اگر این گزینه فعال باشد نمودار CUSUM هر بار که یک C_i خارج از حدود کنترل قرار بگیرد برای محاسبه مقدار C_{i+1} ، C_i را برابر صفر در نظر می گیرد .

حال در این مثال Use FIR و Reset after each signal را انتخاب کرده و مقدار h و k را در قسمت CUSUM Plan مطابق پیش فرض برنامه قرار دهید .

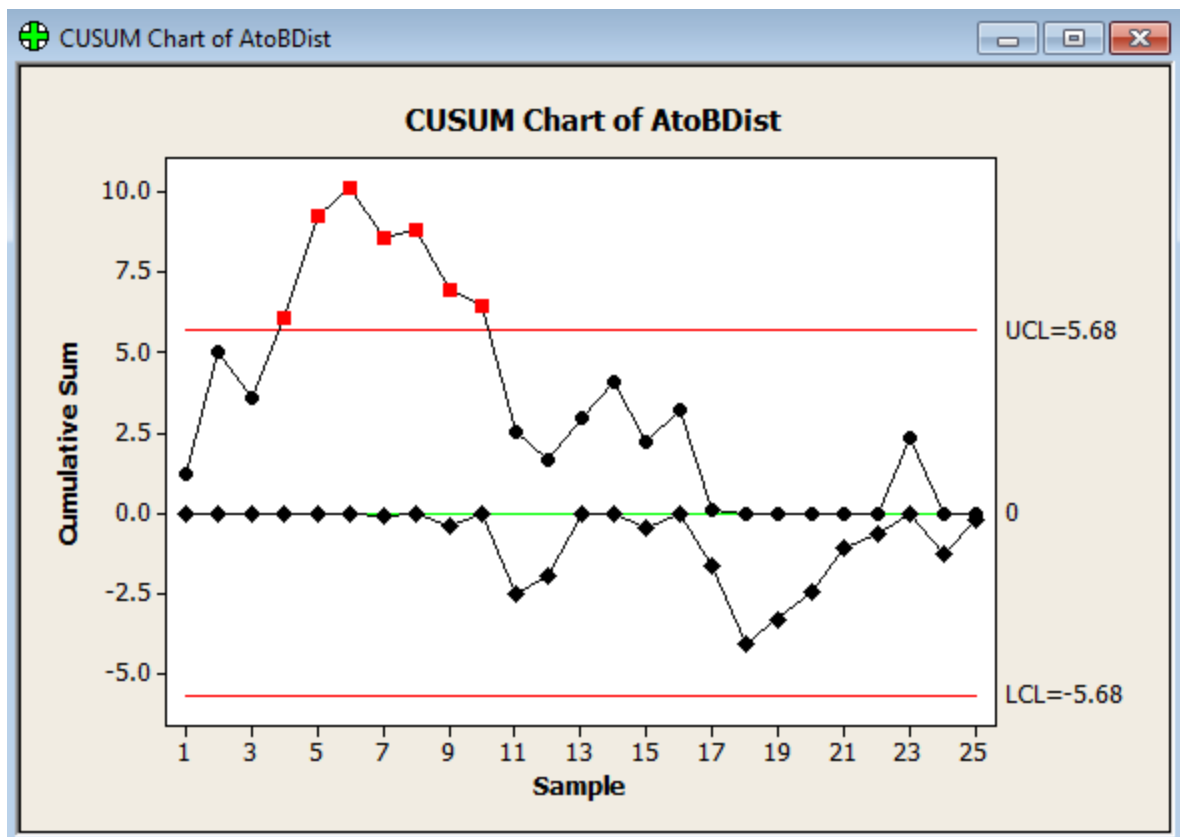


حال OK را بزنید .



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید با استفاده از گزینه Use FIR توانستیم افزایش در میانگین در ابتدای فرآیند را سریع تشخیص دهیم , هم چنین یک افزایش دیگر در نمونه گیری پنجم دیده می شود در کل دوبار افزایش خارج از کنترل در میانگین فرآیند دیده می شود.

حال یک بار دیگر بدون اینکه گزینه های Reset after each signal و Use FIR را انتخاب کنید نمودار را رسم کنید.



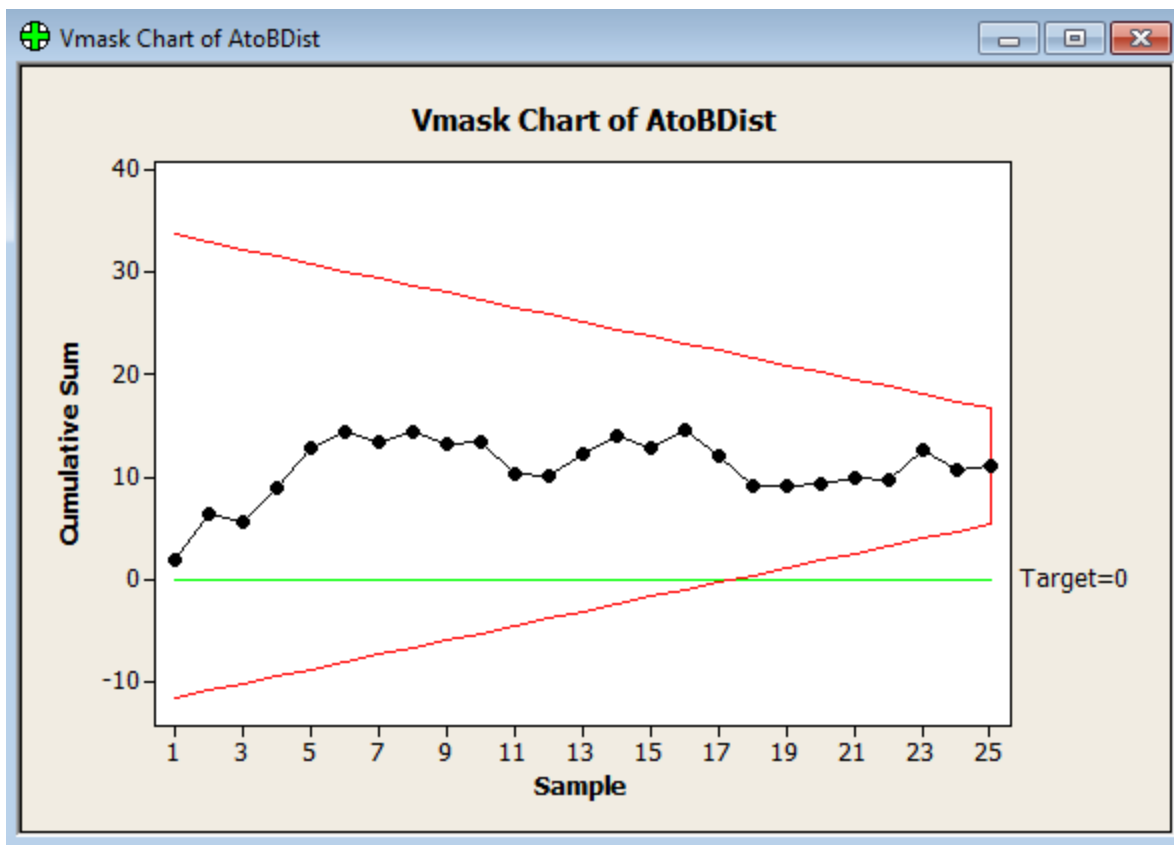
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید چون از گزینه FIR استفاده نکردیم از نمونه ی چهارم پی به افزایش در میانگین فرآیند بردیم همچنین این روند صعودی غیر تصادفی در میانگین فرآیند از نمونه چهارم الی نمونه 10 در فرآیند دیده می شود.

حال در صورتیکه در قسمت Two-sided , Plane/type را انتخاب کنید میتوان CUSUM را به صورت V-Mask بررسی کرد.

گزینه Center on sub group نمایان می شود. این گزینه همان نقطه ی P یا همان راس V-mask می باشد که معمولاً آخرین نمونه را در راس V-mask قرار می دهند .

در قسمت CUSUM Option به قسمت Plan/type رفته و Two sided را انتخاب کنید و در قسمت Center on subgroup عدد 25 را وارد کنید . (آخرین گروه منطقی)

OK را بزنید.



تحلیل: نمودار CUSUM با V-mask فرآیند را تحت کنترل نشان میدهد.

نکته : از نمودار های CUSUM برای متغیر های پواسن و بینم که به ترتیب مدلی برای تعداد نقص ها و نسبت اقلام معیوب فرآیند هستند و هم چنین برای انحراف معیار نمونه ها نیز استفاده میشود که ما فقط برای میانگین یک مشخصه کیفی متغیر این نمودار را بررسی کردیم.

نمودار ZONE:

این نمودار ترکیبی از نمودار های کنترل میانگین زیرگروه ها و CUSUM است و توانایی کشف تغییر پذیری های کوچک و بزرگ را به طور همزمان دارا می باشد. به این صورت که اگر امتیاز جمعی جمعی یک گروه بیشتر از 8 باشد و در هر جایی از نمودار باشد تغییری بیش از 4σ داشته است و فرآیند خارج از کنترل است .

اگر امتیاز جمعی جمعی یک گروه در Zone C (1σ) بیش از صفر باشد یعنی میانگین آن گروه بیش از 1σ تغییر داشته است و فرآیند خارج از کنترل است .

اگر امتیاز جمعی جمعی یک گروه در Zone B (2σ) بیش از 2 باشد یعنی میانگین آن گروه بیشتر از 2σ تغییر داشته است و فرآیند خارج از کنترل است .

اگر امتیاز جمعی یک گروه در Zone A (3σ) بیش از 4 باشد یعنی میانگین آن گروه بیشتر از 3σ تغییر داشته است و فرآیند خارج از کنترل است .

از نمودار Zone معمولاً در فاز 2 استفاده می شود.

امتیاز جمعی جمع می هر نمونه از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$Z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$$C_i = \text{Max}\{0, Z_i + C_{i-1}\}$$

در صورتیکه μ و σ معلوم نباشد از برآورد آنها استفاده می شود. معمولاً برای μ از \bar{x} (برای مقادیر انفرادی) و یا $\bar{\bar{x}}$ (وقتی اندازه زیر گروه مخالف یک می باشد) استفاده میشود و برای تخمین σ از قسمت Zone option و در قسمت Estimate نحوه تخمین آن را که مانند توضیحاتی است که در گذشته دادیم تخمین می زند .

حدود کنترل نمودار Zone از رابطه ی زیر به دست می آید:

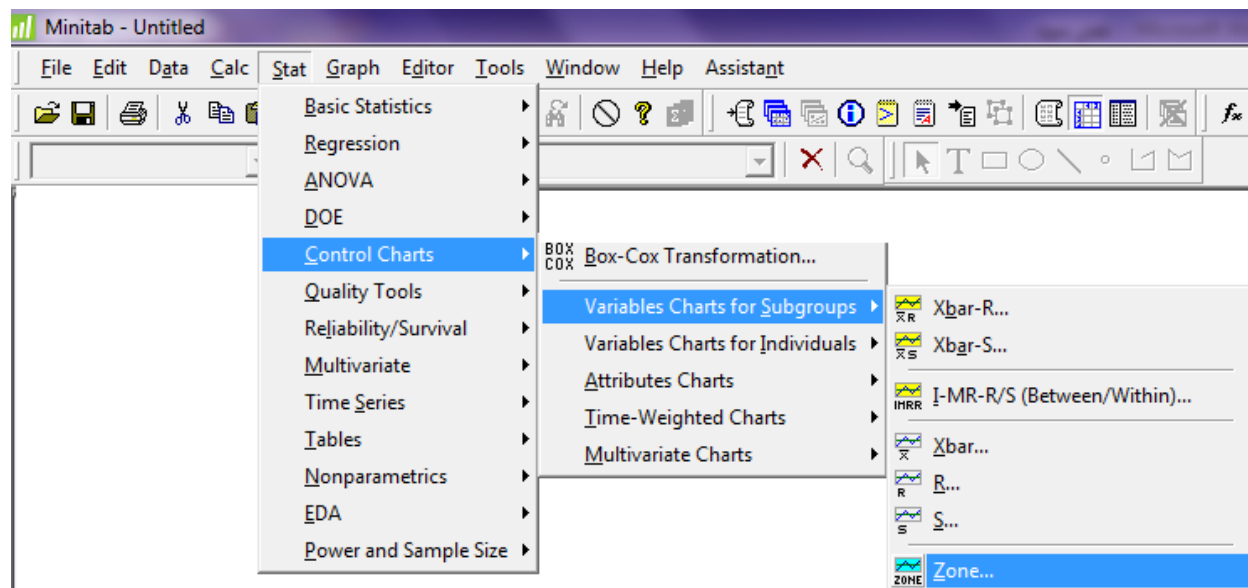
zone A	$\bar{x} + 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$
zone B	$\bar{x} + 2\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$
zone C	$\bar{x} + \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$
zone C	\bar{x}
zone B	$\bar{x} - \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$
zone A	$\bar{x} - 2\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$
	$\bar{x} - 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$

طریقه ی استفاده از نمودار Zone در Minitab:

مثال: فرض کنید شما در یک شرکت مهندس مشاور سیستم های کنترل کیفی کار می کنید. شما تصمیم به اندازه گیری طول 10 مجموعه از سیلندر های تولید شده در طول هر 5 شیفت را دارید و در هر روز 50 نمونه را مورد ارزیابی قرار می دهید. برای اینکه تجزیه و تحلیل نمودار Zone بسیار راحت است ، شما تصمیم می گیرید که از آن برای ارزیابی داده های به دست آمده استفاده نمایید .

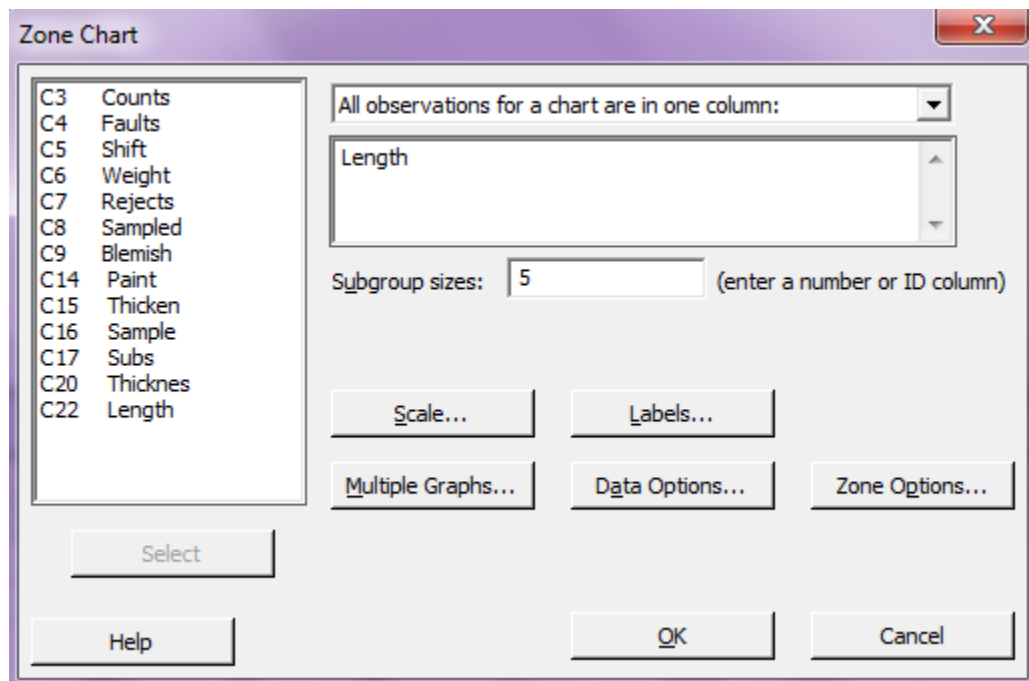
قدم اول: از منوی File گزینه open worksheet را انتخاب کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: چون همه ی داده ها در یک ستون می باشند پس all observation for a chart are in one column را انتخاب کنید و ستون C22 را وارد نمایید .

قدم چهارم: در Subgroup sizes عدد 5 را وارد کنید.



قدم پنجم: به Zone option رفته تا چند قسمت را توضیح دهیم.

قسمت Weights/reset:

در این قسمت می توان امتیاز مجاز هر يك از Zone ها را وارد كنیم.پیش فرض برنامه به این صورت است كه $Zone\ 1(c)=0$ و $Zone\ 2(B)=2$ و $Zone\ 3(A)=4$ و بالاتر برابر $Zone\ 4=8$ می باشد.در صورت دلخواه می توان آنها را تغییر داد.

گزینه Reset cumulative after each signal : اگر این گزینه را فعال کنید در صورتیکه نقطه $i-1$ بیش از امتیاز مجاز ، امتیاز بیاورد آنرا نشان می دهد اما برای محاسبه امتیاز جمعی تجمعی نمونه بعدی (i) ، مقدار C_{i-1} را برابر صفر می گیرد.

Zone Chart - Options

Parameters | Estimate | **Weights/Reset** | Stages | Box-Cox | Display | Storage

Weights

Zone 1 - Within 1 standard deviation of center line: 0

Zone 2 - Between 1 and 2 standard deviations: 2

Zone 3 - Between 2 and 3 standard deviations: 4

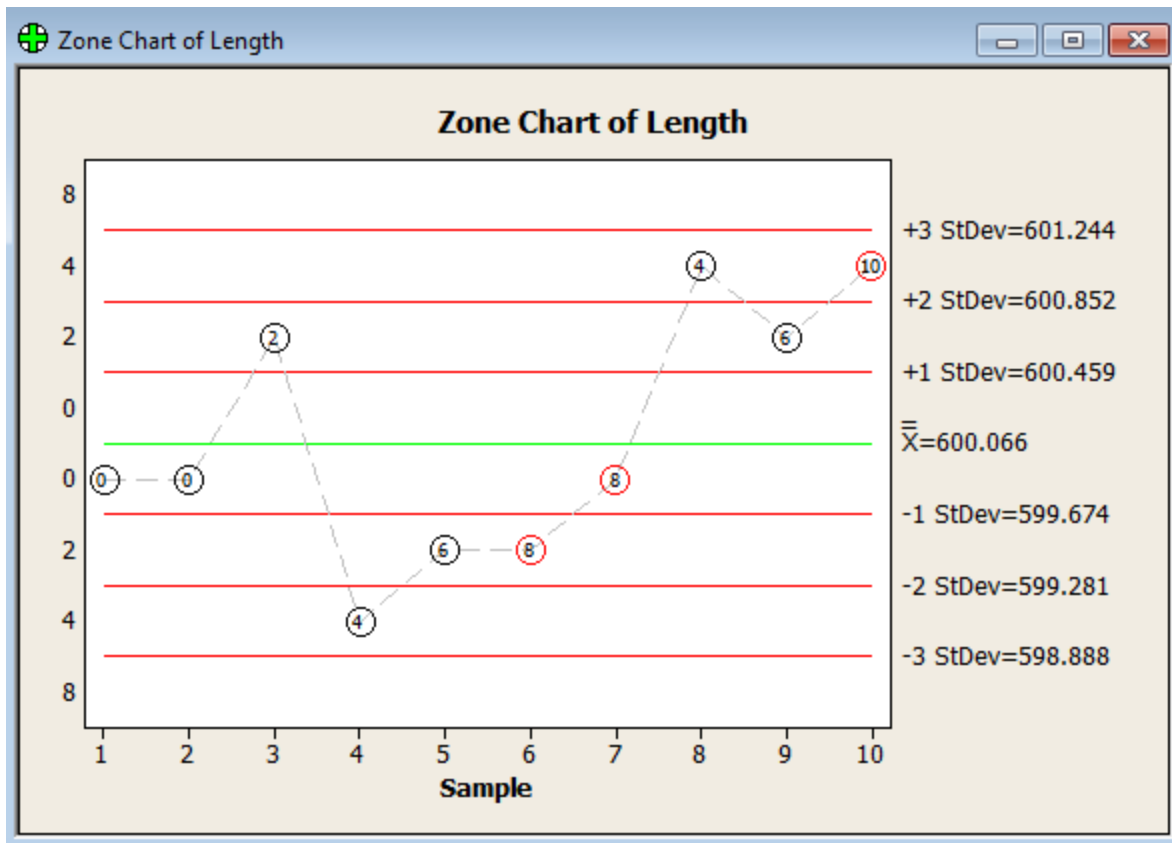
Zone 4 - More than 3 standard deviations: 8

☐ Reset cumulative score after each signal

Help OK Cancel

سایر قسمت ها مشابه نمودار های سابق است.

قدم ششم: Ok را بزنید.



تحليل: همانطور که مشاهده می کنید امتیاز گروه 5 ، شش شده است و بیشتر از دو بوده است . پس میانگین فرآیند تغییری بیش از 2σ داشته است و گروه 6 و 7 امتیازش 8 شده است یعنی میانگین فرآیند بیش از 4σ تغییر داشته است و یک روند صعودی از گروه 5 تا 7 داشتیم سپس امتیاز تجمعی گروه 9 برابر 6 شده است که بیش از 2 بوده و امتیاز تجمعی گروه دهم نیز 10 شده و تغییری بیش از 4σ داشتیم و روندی دیگر در فرآیند دیده می شود که باید بررسی شود. نمودار فوق خارج از کنترل است .

استفاده از نمودار های Historical:

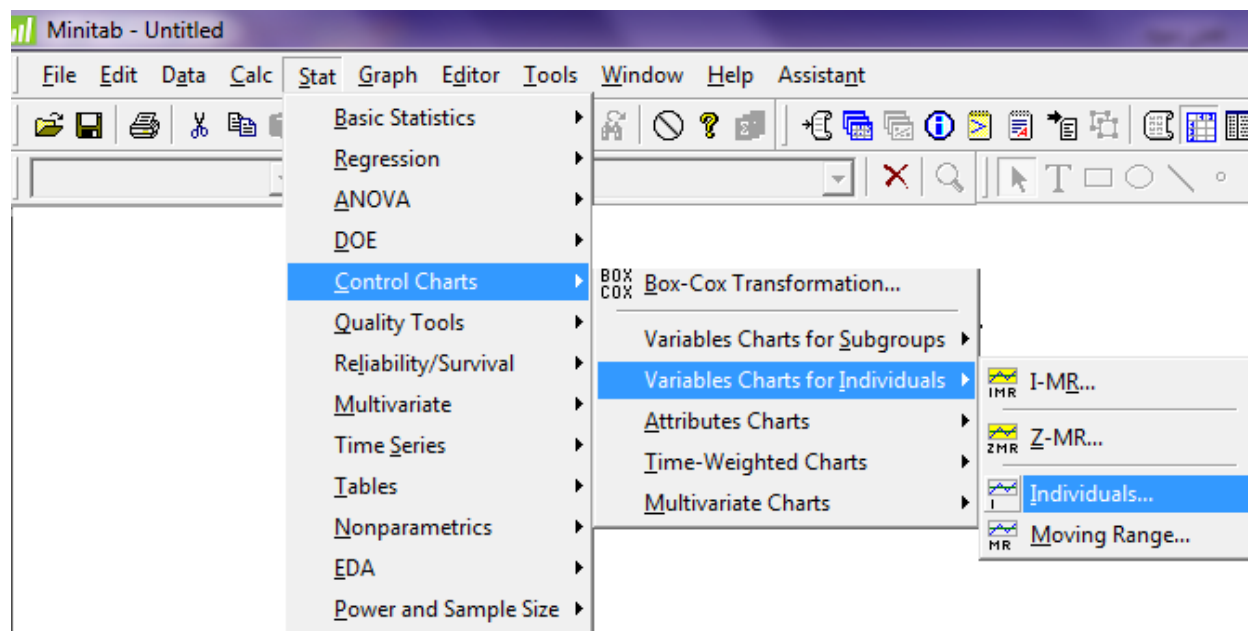
در صورتیکه برای یک موضوع در چند بازه ی زمانی یا مکانی مختلف نمونه گیری کرده باشیم و بخواهیم نمودار کنترل هر بازه را با هم مقایسه کنیم از قسمت Historical که در قسمت Stages در Option هر نمودار کنترلی است ، استفاده می کنیم.

مثال: به عنوان مدیر واحد مراقبت های ویژه بیمارستان برای شما مدت زمانی که طول می کشد تا بیماران را در بخش پذیرش کنید اهمیت دارد. برای درک این فرآیند ، شما بر زمان های پذیرش بیماران نظارت می کنید. شما متوجه می شوید فرآیند تحت کنترل است اما تغییر پذیری زیاد است. قبل از هرگونه تغییر در فرآیند تیم شما در ابتدا تصمیم به انجام استاندارد سازی رویه ی پذیرش برای تمام شیفت های کاری می گیرد. این استاندارد سازی در ماه جولای اتفاق می افتد . در حین مطالعه ی فرآیند پذیرش ،

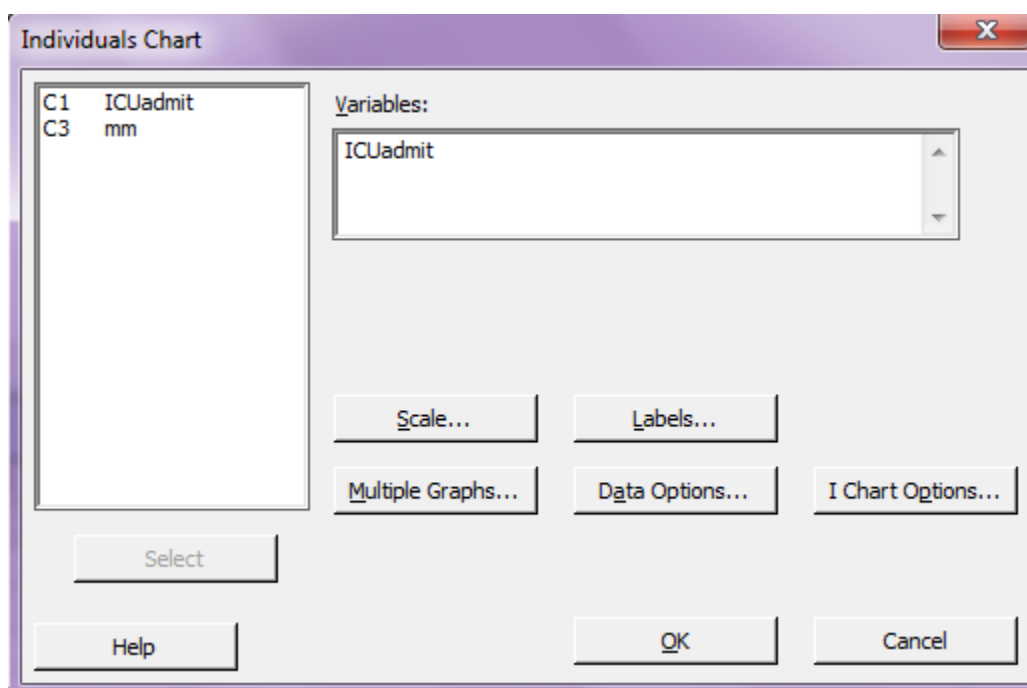
متوجه می شوید که می توانید با تقلیل در زمان تعویض با همان نوع از چهار خط به کار برده شده در اتاق عمل، باعث بهبود در زمان پذیرش شوید. حال این تغییرات را در ماه آگوست انجام می دهید.

قدم اول: از منوی File گزینه open worksheet، فایل ICU.MTW را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:

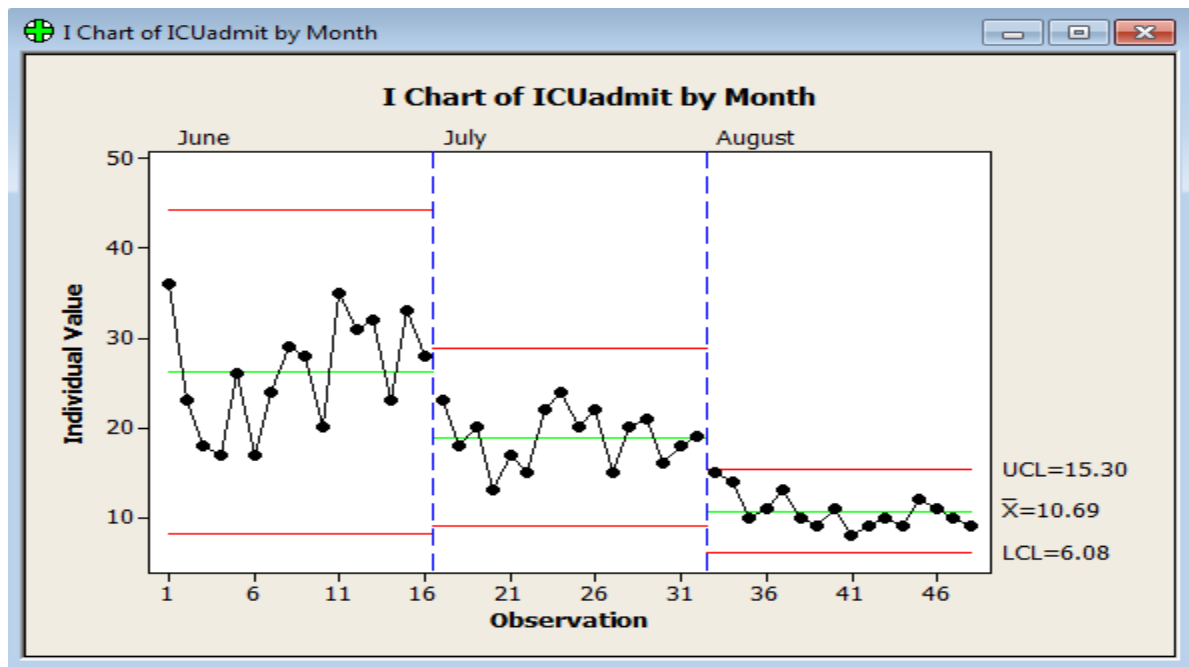
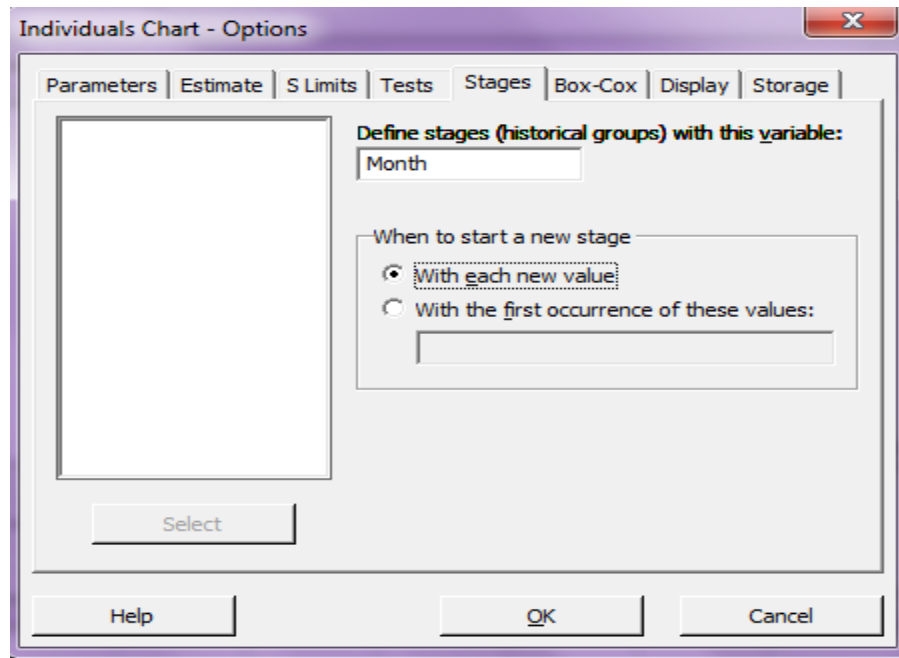


قدم سوم: در قسمت Variable ستون ICU admit را وارد کنید .



قدم چهارم: I chart option را کلیک کرده و به تب Stages بروید.

قدم پنجم: در قسمت define stage(historical group) with this variable ستون Month را وارد کنید و در قسمت When to start a new stage گزینه With each new value را انتخاب کنید تا با اولین طبقه ای که در ستون مورد نظر وجود دارد (june) نمودار کنترل را طبقه بندی کند و در آخر Ok را بزنید.



تحليل : داده هاي موجود در يك سوم اول نمودار مربوط به زمان هاي پذيرش (به دقيقه) قبل از هرگونه بهبود ايجاد شده است . همانطور كه مي بينيد استاندارد سازي اوليه در ماه جولاي هم ميانيگين زمان پذيرش و هم تغييرات (پراكندگي) در زمان پذيرش را كاهش داده است. در ماه آگوست ، با بهتر كردن رويه بهبود ، ميزان ميانيگين و پراكندگي در زمان پذيرش كاهش چشم گيري داشته است كه در آن زمان ميتوان گفت فرآيند بهبود پيدا کرده است.

تمرینات فصل پنجم

1- یک سازنده ، وزنه هایی را برای استفاده در مکانیزیم فضایی تولید می کند که در فرآیند ورود مجدد سفینه ی فضایی ضروری است. برای مطالعه این وزنه ها و فرآیند خودکار ماشین کاری آن، نمونه های 4 تایی دوبار در هر روز، یک بار صبح و یک بار بعد از ظهر ، انتخاب می شوند. داده های 12 روز به صورت جدول زیر است

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.00696	1.00975	0.99556	0.98999	1.01810	1.00959	1.00026	0.99535	0.99834	0.987421	1.00765	1.01362
2	1.00069	1.01604	0.98698	0.99355	0.98886	1.00036	1.00557	1.00644	1.00715	0.985711	1.00266	1.00652
3	0.99887	0.99839	0.97891	0.98777	1.01481	1.01346	0.99626	0.97652	0.99493	0.999576	1.00152	0.99035
4	0.99265	1.00917	1.01010	1.01706	0.99501	0.99766	0.99911	1.00093	1.00232	0.991396	1.01237	0.99474

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1.01004	0.98682	1.00344	1.00189	1.02000	1.00273	1.00342	0.997530	0.99999	1.00301	0.99575	0.98263
1.00142	0.99207	1.01175	0.99245	1.00284	1.10010	1.01348	0.983447	1.00429	0.99534	0.99677	1.01031
0.98452	0.97248	1.00284	0.99403	1.05600	1.08900	1.01007	0.987051	1.01277	0.99738	1.00507	1.00717
1.02292	1.00518	0.99064	1.00130	1.04000	1.04900	1.00742	0.997636	0.98179	1.00502	0.99857	0.99300

نمودار کنترل \bar{R} -Xbar را برای داه های ترسیم و تفسیر کنید.تحقیق درباره ی این فرآیند براساس این نمودار های کنترل نشان می دهد که (1) ترکیبی از آلیاژها در روز ششم (نمونه های 11 و 12) اتفاق افتاده است (2) وزن بیش از حد مواد در روز نهم (نمونه های 17 و 18) استفاده شده است و (3) در بعد از ظهر روز یازدهم (نمونه 22) مواد ناقص ، شامل مواد ضایعات و دفع شده مورد استفاده قرار گرفته است.با حذف داده های مذکور حدود کنترل را اصلاح کنید و انحراف معیار فرآیند را تخمین بزنید.(از روش \bar{R} بار)

2- یک شرکت مارگارین ، با استفاده از دستگاه پرکننده ی خودکار ظروف 255 گرمی را برای خرده فروشی بسته بندی می کند. آن ها مایل به بررسی قابلیت عملیات پرکن هستند. برای یک مطالعه آزمایشی ، هر نیم ساعت یک بار از این فرآیند نمونه های پنج الی هشت تایی از این فرآیند انتخاب می شود و مقادیر آن ها برای بیست نمونه در جدول زیر ثبت می شود. الف) نمودار S-Xbar با حدود کنترل متغیر را برای مقادیر زیر ترسیم و تفسیر کنید و میانگین و انحراف معیار فرآیند را به دست بیاورید. (از روش Sbar) ب) نمودار S-Xbar را بر اساس روش متوسط اندازه نمونه به دست بیاورید و میانگین و انحراف معیار فرآیند را تخمین بزنید.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
251.952	249.489	250.757	250.661	248.559	248.905	250.665	249.571	249.159	249.172
249.624	250.795	250.261	249.552	249.593	246.829	249.992	250.955	250.780	249.279
249.579	249.941	250.669	249.569	250.604	250.300	249.642	250.452	250.164	250.113
249.065	248.324	250.695	249.513	248.882	252.241	250.787	248.546	250.088	248.998
251.845	250.855	250.222	251.574	249.142	250.050	251.355	249.750	249.971	250.591
250.312	251.068		250.235	249.066	250.703	251.103	249.211		249.642
	249.511		249.165		249.901	247.607	249.598		250.877
			249.936			250.600	251.340		

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
251.260	249.806	251.082	251.103	249.912	250.137	250.303	250.183	249.086	249.693
250.480	247.833	249.587	250.133	248.510	250.966	250.572	249.712	251.134	248.473
249.326	248.051	249.123	248.188	248.291	249.361	247.710	251.524	250.501	249.384
250.117	247.606	248.738	252.439	250.322	251.248	249.917	250.312	250.625	250.659
249.885	249.171	248.345	249.782	250.700	249.286	249.863	248.070	248.653	250.162
252.185	249.777	249.750	250.429	250.764	249.253	250.182		248.103	
249.667			247.901	249.027	251.210	249.720		248.299	
250.461			249.412			249.646			

3- موقعی که با شوک های کوچکی که از اتصال با چند وسیله ی برقی ایجاد می گردد , احساس می شود که یک جریان برقی وجود دارد , اندازه گیری روزانه ی برق یک مقاومت مخصوص شروع می شود. قرائت اولیه تایید می کند که مصرف روزانه ی برق بر حسب کیلووات ساعت, برای سطح استفاده در مقاومت ها خیلی زیاد است . یک بررسی کامل در 20 مهر انجام شده و یک فیوز اتصالی در جعبه قرار گرفته و اصلاح شده است. داده های چهار هفته به شرح زیر است

1	2	3	4
31.9079	33.5213	28.2445	33.9638
38.3193	30.1854	36.5887	31.5227
36.1918	36.6553	29.7233	33.7797
33.6006	37.1720	36.4825	33.8371
29.3081	32.3899	32.9894	31.6629
32.0828	32.3932	38.1385	31.6412
29.3881	29.8835	32.6662	31.2518

با استفاده از Run chart بررسی کنید , آیا روند غیر تصادفی خاصی در مشاهدات دیده می شود یا خیر؟

4- برای مقادیر ثبت شده در مثال بالا نمودار I-MR را ترسیم و تفسیر کنید.

5- در یک کارگاه تولیدی با استفاده از یک قالب خمش و برش باید در عرض پنج روز 20 قطعه U شکل , 20 قطعه V شکل و 20 قطعه T شکل به سفارش دهنده تحویل داده شود. مراحل انجام عملیات بدین صورت است که در هر روز چهار قطعه U شکل , چهار قطعه V شکل و چهار قطعه T شکل توسط قالب تولید می شود. ضخامت قطعات تولیدی برای سفارش دهنده اهمیت فراوانی دارد و اگر تولید کننده به خوبی از پس تولید این قطعات برآید, می تواند سفارشات بیشتری دریافت کند. در صورتیکه ضخامت هر نوع از قطعات مختلف باشد , و داده های زیر برای ضخامت این قطعات به دست آمده باشد , آیا ضخامت فرآیند تولید این قطعات تحت کنترل است؟(راهنمایی: استفاده از نمودار Z-MR)

U	0.81	U	5.35	U	3.64
U	5.01	U	3.25	U	5.75
U	1.30	U	0.43	U	0.17
U	1.70	U	3.53	U	1.97
V	3.13	V	0.81	V	2.53
V	0.72	V	3.25	V	3.54
V	3.06	V	1.04	V	3.88
V	6.22	V	1.59	V	3.07
T	3.68	T	2.14	T	2.40
T	1.53	T	0.05	T	5.64
T	5.17	T	5.55	T	5.30
T	3.03	T	5.94	T	4.21

U	1.35	U	1.93
U	4.91	U	0.54
U	5.61	U	1.05
U	1.50	U	2.02
V	4.36	V	4.15
V	3.11	V	2.18
V	3.39	V	2.28
V	2.74	V	3.69
T	1.22	T	0.10
T	1.12	T	7.56
T	1.79	T	1.30
T	4.91	T	5.26

حال انحراف معیار ضخامت هر یک از قطعات را تخمین بزنید.

6- یک نمونه از هر دسته از محصولات روشنایی به دست آمده است. بسته به اندازه دسته، نمونه ها در اندازه های 4 تا 20 تایی متفاوت هستند. طول زمان اشتعال اندازه گیری شده و مقادیر آن در جدول زیر ثبت شده است

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9.6701	9.67153	8.91297	8.87807	7.2267	7.87602	9.0643	8.28217	7.3120	7.82358
10.2745	7.29784	9.52198	8.56649	6.9691	6.72830	7.2998	8.77358	10.6730	8.34556
8.7744	8.98858	9.95298	8.15947	9.5225	8.63167	10.7036	8.60049	6.9135	9.52361
9.3572	9.86949	7.60411	8.50280	9.8453	9.07915	7.7386	9.15253	9.5619	8.11077
			8.05104	11.0929	9.69671	7.4401	9.07525	6.8883	6.99264
			8.51878	8.4813	7.66648	6.6236	8.47922	9.2985	7.98716
			8.84739	7.9957	9.83413		7.89717	9.9844	7.78038
			8.81419	7.6810	8.85919		7.59446	8.4270	
			7.48252	7.1937	7.43909		7.31969	9.3111	
			6.35381	8.2939	9.33217		9.14473	10.0104	
			8.79067	8.5185	9.43244		8.00632	9.0590	
					7.55637		7.95943	9.9533	
					9.05816		7.98621	8.6713	
					9.14171		8.33496	7.3136	

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
8.28443	8.52629	8.9498	6.1419	7.6568	6.3092	8.0670	8.9893	7.7480	9.0708
9.39312	9.08597	8.4183	8.3225	9.5660	9.5768	7.7585	8.7838	7.6677	10.0006
8.74884	7.61926	9.2729	8.3795	9.0473	7.3383	9.2581	9.6043	9.1388	8.6965
6.28078	8.04193	8.5996	9.4709	9.2082	9.6713	7.2648	7.2936	8.1423	9.7710
7.69502	8.50172	8.6159	8.0829	6.1771	9.6196	9.7832	9.0531	7.0180	8.6817
7.85976	7.45190	9.0371	8.6118	10.6103	6.0856	7.5740	7.6367	8.7545	7.7655
7.55036	8.94224	7.8912	8.7846	8.5692	8.3152	9.9366	8.7717	7.5162	6.7764
	9.59487	8.0195	9.4331	7.5979	8.6391	9.3081	9.8433	9.1372	9.2856
	7.64004	9.0239	9.4960	7.5994	7.6002	7.5837	7.2701	7.8400	8.6329
	9.48339	7.9316	8.2263	10.5386	8.5737	7.7947	7.7168	7.1108	8.6019
	8.48562	8.9668	7.0265	7.9128	8.1487	8.3851	9.1336	8.1536	7.8167
	8.35002	8.8753	10.4809	9.2542	8.9560	10.6544	10.1755	8.5201	9.6367
	6.91678	10.0143	9.1582	8.5383	7.5438	8.1683	7.6743	8.2784	8.5083
	8.87668	8.3936	9.4739	9.4018	9.6244	7.4375	8.6702	9.6175	8.3177
		8.9580	9.5748		9.1697	8.0813	11.1415	8.3022	9.8220
		7.8487	7.4899		7.1958	9.5367	10.5233	7.6384	7.3133
		9.5529	6.6203		8.5147	7.3112	9.6092	6.6825	9.1664
			7.0151		8.8324	8.2560	9.7512	10.0241	
			9.5869		10.7935			7.1861	
			7.9277		10.1842			9.9242	

حال همزمان هم اختلاف درون زیر گروه ها و هم اختلاف بین زیر گروه ها را بررسی کنید و انحراف معیار درون زیر گروه ها (از روش Sbar) و بین زیر گروه ها را تخمین بزنید.

7- یک شرکت نوشابه سازی دارای دو دستگاه پرکن برای اقسام مختلف محصول خود است. این شرکت مایل به بررسی سطح و تغییر پذیری تکمیل یکی از معروف ترین نوشابه های خود است. در یک بررسی آزمایشی اولیه (قبل از بررسی های مفصل تر)، نمونه های 4تایی بطری از 24 جعبه ی خط تولید برداشته شده است. حجم بطری بر حسب میلی لیتر برای هر بطری در این نمونه ها اندازه گیری شده و داده های به دست آمده برای بیست و چهار جعبه در جدول زیر نشان داده شده است.

(a) نمودار S-Xbar را برای داده های زیر ترسیم و تفسیر کنید و وقتی تحت کنترل در آمد میانگین و انحراف معیار فرآیند را تخمین بزنید. (برای تخمین انحراف معیار از روش Sbar استفاده کنید)

(b) در صورتیکه میانگین فرآیند پنج میلی لیتر کاهش پیدا کند ، احتمال کشف تغییر با اولین جعبه را به دست بیاورید. و منحنی Power curve را برای تغییرات کوچکتر از میانگین فعلی رسم کنید.

(c) در صورتیکه میانگین فرآیند پنج میلی لیتر کاهش پیدا کند شاخص ARL را به دست آورید و پیشنهاد خود را مبنی بر بهبود شرایط فعلی و زودتر پی بردن به تغییر بیان کنید.

(d) در صورتیکه میانگین فرآیند پنج میلی لیتر کاهش پیدا کند ، اندازه نمونه چه قدر باشد تا احتمال کشف تغییر با اولین جعبه برابر 0.85 باشد.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
298.4	294.1	297.8	299.9	297.5	303.8	298.8	300.0	294.2	295.6	301.6	300.8
298.0	300.7	299.3	299.2	298.5	301.1	302.6	296.1	302.0	300.5	295.0	303.6
300.1	300.6	299.9	300.3	302.1	300.6	299.0	297.1	302.6	298.6	299.6	300.9
295.1	301.1	298.6	301.4	298.5	305.0	300.5	297.4	304.9	300.5	300.2	301.7

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
303.7	296.5	304.3	297.8	300.0	298.3	299.9	298.3	304.6	304.3	299.9	300.3
297.8	304.6	305.5	297.9	296.7	293.1	296.8	299.4	298.6	299.3	302.8	295.5
305.2	300.6	300.8	296.8	295.6	303.1	300.2	296.5	304.9	298.3	303.6	299.1
295.0	298.8	297.1	299.9	302.1	298.9	301.8	299.1	297.2	298.4	301.2	297.3

8- در ساخت قطعات تراکتور کنترل قطر یاتاقان هر محور چرخ عقب بسیار مهم است و باید بین 44.975 تا 44.990 میلی متر باشد. یک ماشین خودکار سنگ زنی برای این قطعه ساخته می شود. یک بررسی آزمایشی با انتخاب چهار قطعه در هر ساعت برای بیست نمونه انجام شده است و مقادیر آن در جدول زیر ثبت شده است.

- (a) حدود کنترل S-Xbar را رسم کرده و فرآیند را تحت کنترل درآورید
(b) انحراف معیار و میانگین فرآیند را تخمین بزنید (استفاده از روش Sbar)
(c) با رسم حدود رد (UR و LR) و (UB و LB) در نمودار Xbar بررسی کنید آیا فرآیند قادر به رعایت حدود مشخصات فنی می باشد یا خیر؟

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
44.977	44.974	44.981	44.969	44.995	44.996	44.984	44.958	44.978	44.977
44.962	44.985	44.955	44.973	44.981	44.967	44.976	44.997	44.985	44.980
44.976	44.966	44.991	44.980	44.972	44.982	44.976	44.985	44.969	44.982
44.974	44.974	44.971	44.970	44.984	44.973	44.985	44.989	44.990	44.979

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
44.974	44.991	44.988	44.988	44.993	44.984	44.977	44.984	44.976	44.974
44.973	44.980	44.986	44.983	44.963	44.984	44.984	44.982	44.965	44.981
44.970	44.988	44.984	44.960	44.983	44.968	44.989	44.968	44.977	44.988
44.986	44.981	44.968	44.998	44.978	44.982	44.989	44.989	44.987	44.975

9- یک شرکت نامزد استخراج روغن از دانه پنبه است. آن ها قادر به فروش کیک استخراجی برای تولید فرآورده های غذایی حیوانی هستند، اما باید محتوی پروتئین آن را کنترل کنند. اساسا تغییرات به خاطر میزان پوسته اضافه شده به گوشت برای فشار دادن روغن می باشد. با پوسته بیشتر روغن بیشتری به دست می آید اما پروتئین کیک استخراجی را کاهش می دهد. یک بررسی ده روزه از درصد پروتئین نتایج زیر را ارائه می دهد:

1	36.7703
2	37.2675
3	32.7770
4	34.5614
5	38.0813
6	34.9319
7	35.6745
8	35.5750
9	36.1897
10	39.3279

ابتدا نمودار I-MR را برای داده های فوق رسم کرده و میانگین و انحراف معیار فرآیند را تخمین بزنید.

پس از اینکه فرآیند تحت کنترل در آمد , در یک مقطع زمانی دیگر مایلیم ببینیم تغییری در میانگین فرآیند ایجاد شده است یا خیر؟ بدین منظور 12 نمونه ی دیگر در یک روز جمع آوری کرده و از نمودار EWMA برای کشف تغییر استفاده می کنیم. آیا تغییری در میانگین فرآیند ایجاد شده است؟ ($\lambda=0.3$)

1	42.0492
2	37.2137
3	32.5239
4	36.3644
5	39.3805
6	36.3502
7	36.0570
8	33.3684
9	39.7783
10	39.6793
11	36.8816
12	36.5293

-10 در مثال فوق اگر مقدار هدف برابر 35 باشد در فاز دوم به جای استفاده از نمودار

EWMA از نمودار CUSUM برای کشف تغییر استفاده کنید به طوریکه

(a) برای تحلیل نمودار CUSUM از روش جمعی تجمعی یک طرفه استفاده کنید

(b) در صورتیکه مایل باشید در همان ابتدای فرآیند پی به وجود تغییر ببرید از توانایی آغاز

سریع در نمودار جمعی یکطرفه استفاده کنید

(c) از روش V-Mask برای تحلیل نمودار CUSUM استفاده کنید.

($k=0.5$ و $h=4$)

فصل ششم

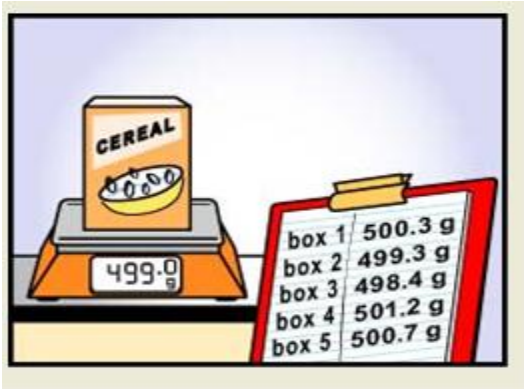
نمودارهای کنترل برای مشخصه های کیفی وصفی

در این فصل می آموزید:

- فلسفه ی نمودار های کنترل برای مشخصه کیفی وصفی
- مقایسه بین نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی و متغیر
- فلسفه نمودار کنترل P و nP
- طریقه ی استفاده از نمودار P در Minitab
- طریقه رسم نمودار nP در Minitab
- فلسفه نمودارهای کنترل C و U
- طریقه رسم نمودار C در Minitab
- طریقه رسم نمودار U در Minitab

فلسفه نمودار های کنترل برای مشخصه کیفی وصفی

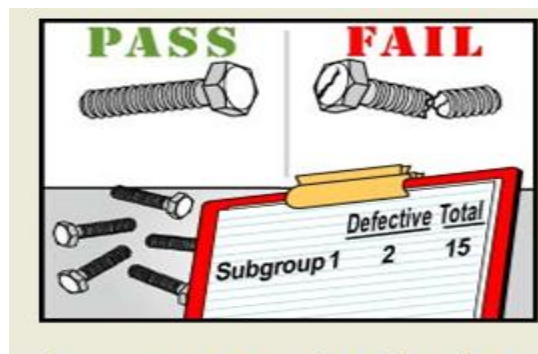
در اغلب بازرسی ها محصول به دو گروه خوب یا بد , قابل قبول یا غیر قابل قبول , سالم و یا معیوب تقسیم بندی می شود. اندازه یک قطعه ممکن است داخل یک حدود قابل قبول قرار بگیرد و یا خارج از آن واقع شود. آبرکاری سطح یک قطعه ممکن است پذیرفتنی باشد و یا رد شود. یک لامپ ممکن است روشن شود و سالم باشد و یا خاموش بماند و معیوب باشد. نموداری که برای این کار استفاده می شود نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب و یا نمودار P نامیده می شود. در موارد دیگر ممکن است به جای اقلام سالم و یا معیوب یک محصول , بررسی تعداد نقص های محصول در هر واحد و یا در مجموعه ای از یک محصول اهمیت داشته باشد. در یک رادیو ممکن است یک یا دو و یا بیشتر نقص در مونتاژ وجود داشته باشد. یک صفحه ممکن است بدون غلط تایپ شده باشد و یا تعداد یک یا دو یا بیشتر غلط تایپی وجود داشته باشد . پس تعداد نقص هایی که در یک نمونه مشاهده می شوند را می توان با نمودار کنترل تعداد نقص ها یا نمودار C بررسی و کنترل کرد. در شکل زیر دو مشخصه کیفی متغیر و وصفی و همچنین در شکل بعدی تفاوت دو مشخصه کیفی وصفی عیب و نقص را مشاهده می کنید.



مشخصه کیفی متغیر برای وزن بسته های حبوبات



مشخصه کیفی وصفی برای لامپ های سالم



مشخصه کیفی وصفی پیچ های معیوب و یا سالم

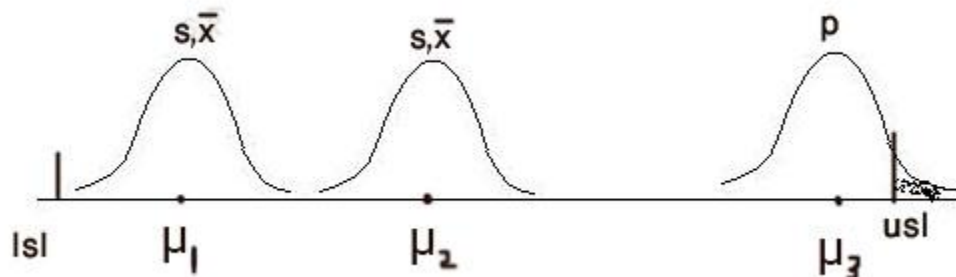


مشخصه کیفی وصفی برای تعداد نقص در 5 فرش

مقایسه بین نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی و متغیر

یکی از مزایای نمودارهای کنترل برای مشخصه های وصفی این است که می توان چندین مشخصه کیفی را به طور همزمان در نظر گرفت. به علاوه بوسیله ی بازرسی وصفی می توان اندازه گیری های پر هزینه و وقت گیر را حذف نمود. از طرف دیگر نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی متغیر در مقایسه با نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی اطلاعات بیشتری در مورد عملکرد فرآیند فراهم می سازند. هم چنین در نمودارهای کنترل برای مشخصه های کیفی متغیر زمانی که نقطه ای خارج از حدود کنترل رسم می شوند اطلاعات نسبتاً زیادی می توان در مورد علل بالقوه ی آن به دست آورد. از لحاظ تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند ، نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی متغیر معمولاً بر نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی ترجیح داده می شود.

نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی متغیر به مراتب دقت بیشتری نسبت به نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی دارند. به شکل زیر توجه کنید:



وقتی میانگین فرآیند در سطح μ_1 می باشد ، فرآیند تحت کنترل است و نمودار s, \bar{x} گواه این موضوع می باشد اما اگر میانگین فرآیند به سطح μ_2 افزایش پیدا کند، باز هم نمودار s, \bar{x} این تغییر

را نشان خواهد داد. در صورتیکه تا میانگین فرآیند به سطح μ_3 نرسد ، نمودار P که يك نمودار برای مشخصه کیفی وصفی می باشد، فرآیند را خارج از کنترل اعلام نمیکند.

به منظور پی بردن به وجود تغییر خاصی در سطح فرآیند ، نمودارهای کنترل برای مشخصه های کیفی متغیر در مقایسه با نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی مشابه نیاز به اندازه نمونه ی کوچکتري دارند. گرچه بازرسی مشخصه های متغیر در مقایسه با مشخصه های وصفی نیاز به زمان و هزینه بیشتری برای هر محصول دارد ولی در عوض تعداد خیلی کمتری محصول باید بازرسی شود.

برای شروع کار با نمودار های کنترل برای مشخصه کیفی وصفی ، تعیین 3 پارامتر بسیار مهم می باشد.

1) حدود کنترل :

همانطور که در گذشته توضیح دادیم ، حدود کنترل را از رابطه ی

$$p(Z < k) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

بدست می آوریم که ابتدا α مشخص می شود و k که ضریب انحراف معیار می باشد و حدود کنترل را تعیین می کند ، بدست می آید. باز هم مثل سابق α را 0.27% انتخاب می کنند تا $k=3$ به دست آید و اگر مشخصه مورد نظر حساس باشد ، با تعریف قوانین حساس سازی می توان α را افزایش داد تا احتمال عدم کشف تغییر کاهش پیدا کند.

2) فراوانی نمونه گیری یا تعیین گروه منطقی :

گروههای منطقی باید طوری انتخاب شود که فاصله بین هر يك حداکثر گردد. مثلاً بین شیفت های مختلف کاری. در نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی نیز تعداد گروههای منطقی بین 20 تا 30 بار می باشد .

3) تعیین زیر گروههای منطقی یا نمونه ها

همانطور که توضیح دادیم برای نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی وصفی نیاز به اندازه نمونه ی بیشتری داریم نسبت به نمودارهای کنترل برای مشخصه کیفی متغیر. لذا برای تعیین اندازه زیر گروه برای نمودارهای کنترل نسبت اقلام معیوب از روش های زیر استفاده می کنیم :

راه اول : اگر X تعداد اقلام معیوب باشد ، آنگاه X توزیع دوجمله ای (بینم) به صورت زیر دارد

$$x \sim b(n, p)$$

اندازه نمونه = n

نسبت اقلام معیوب = P

لذا اگر نسبت اقلام معیوب فرآیند $p = \frac{1}{100}$ باشد و مدیریت مایل باشد با احتمال حداقل 95% اگر بیش از یک معیوب دید، فرآیند خارج از کنترل باشد. پس میتوان با محاسبه ی:

$$p(x \geq 1) \geq 95\% \quad , \quad x \sim b(n, \frac{1}{100})$$

و با استفاده از تقریب پواسن می توان n را برابر 300 به دست آورد.

$$p = \frac{1}{100} \text{ را یا می توان از اطلاعات گذشته و یا با یک نمونه گیری در ابتدای فرآیند بدست آورد.}$$

راه دوم: استفاده از رابطه ی

$$n = \left(\frac{k}{\sigma}\right)^2 p(1-p)$$

K: حدود کنترل (ضریب انحراف معیار) σ : تغییر پذیری فرآیند (p_1-p)

P_1 : تغییر نسبت اقلام معیوب

مثال: فرض کنید وقتی فرآیندی تحت کنترل است، $p = \frac{1}{100}$ می باشد. فرض کنید شما می خواهید بدانید اگر این نسبت به $p = \frac{5}{100}$ افزایش پیدا کند با حدود کنترل سه انحراف معیار چه تعداد نمونه برای کشف این تغییر لازم دارید، پس داریم:

$$n = \left(\frac{3}{\frac{5}{100} - \frac{1}{100}}\right)^2 \frac{1}{100} \left(1 - \frac{1}{100}\right) \approx 56$$

راه سوم: معمولاً نمودار p وقتی خوب است که حد پایین یا LCL داشته باشد یعنی $LCL > 0$ باشد. لذا برای اینکه هم حد پایین داشته باشیم و هم اندازه نمونه تعیین شود میتوان از رابطه ی زیر استفاده کرد:

$$n > \frac{(1-p)}{p} k^2$$

P: نسبت اقلام معیوب k: ضریب انحراف معیار

مثال: فرض کنید نسبت اقلام معیوب فرآیند شما برابر $\frac{5}{100}$ می باشد . آنگاه اندازه نمونه ی لازم برای اینکه حد پایین داشته باشیم برابر است با :

$$n > \frac{(1 - 0.05)}{0.05} 3^2 \approx 172$$

راه چهارم : استفاده از شاخص های ARL و ATS برای فاز 2 می باشد.

برای نمودارهای کنترل تعداد نقص در واحد بازرسی معمولاً اندازه هر واحد بازرسی در فاز اول تجربی حساب می شود. اما در فاز دوم معمولاً از شاخص های ARL و ATS استفاده می شود.

فلسفه نمودار کنترل P و nP

همانطور که گفته شد اگر X تعداد اقلام معیوب باشد ، آنگاه

$$x \sim b(n, p) \quad \left| \begin{array}{l} \mu_x = np \\ \sigma_x^2 = np(1-p) \end{array} \right.$$

همانطور که می دانید نسبت اقلام معیوب از تقسیم تعداد اقلام معیوب بر اندازه نمونه به دست می آید پس داریم:

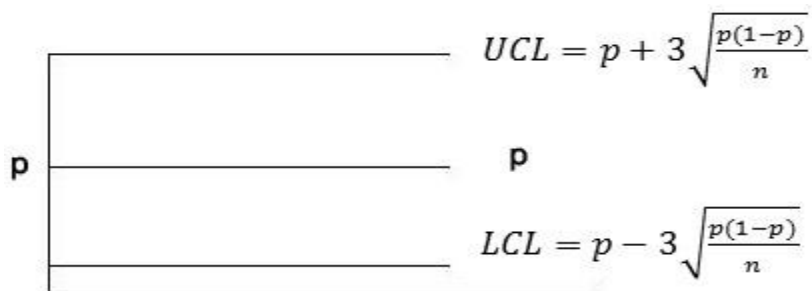
$$p = \frac{x}{n} \quad \left| \begin{array}{l} \mu_p = \mu_{\frac{x}{n}} = \frac{1}{n} \mu_x = \frac{np}{n} = p \\ \sigma_p^2 = \sigma_{\frac{x}{n}}^2 = \frac{1}{n^2} np(1-p) = \frac{p(1-p)}{n} \end{array} \right.$$

پس میتوان گفت که :

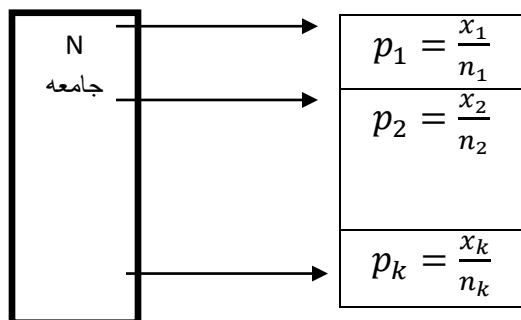
$$\mu_p = p$$

$$\sigma_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

پس با توجه به روابط فوق و استفاده از حدود کنترل سه انحراف معیار :



طریقه نمونه گیری به شرح شکل زیر می باشد:



N: حجم تولید

n_j : تعداد زیرگروه منطقی در هر گروه منطقی

X_j : تعداد اقلام معیوب در هر گروه منطقی

K: تعداد گروه منطقی

P_j : نسبت اقلام معیوب هر گروه منطقی

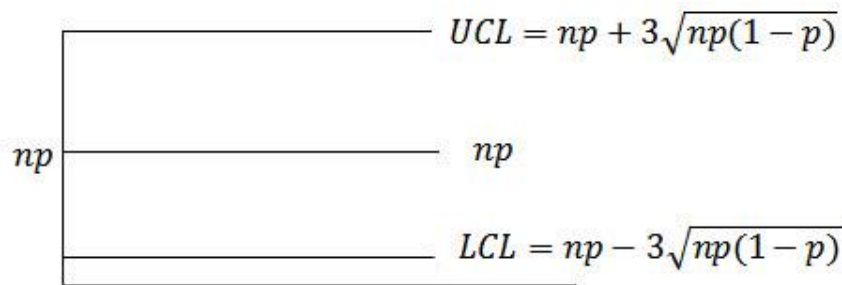
در صورتیکه P نامشخص باشد بهترین تخمین برای P, \bar{P} خواهد بود , در نتیجه داریم :

$$\hat{\mu}_p = \bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^k p_j}{k}$$

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

در صورتیکه نقطه ای بالاتر از حد بالایی نمودار p بیافتد ، باید علت آن حذف گردد زیرا نسبت اقلام معیوب را افزایش داده است. و اگر نقطه ای پایین تر از حد پایین نمودار کنترل بیافتد علت آن باید ثبت گردد (البته در صورتیکه اپراتور به عمد محصول معیوبی را سالم رد نکرده باشد) و آن نقاط باید از محاسبات حذف گردد و حدود کنترل مجدداً محاسبه گردد .

در صورتیکه حدود کنترل نمودار p در يك n ضرب شود ، نمودار np که همان نمودار تعداد اقلام معیوب است به دست می آید:

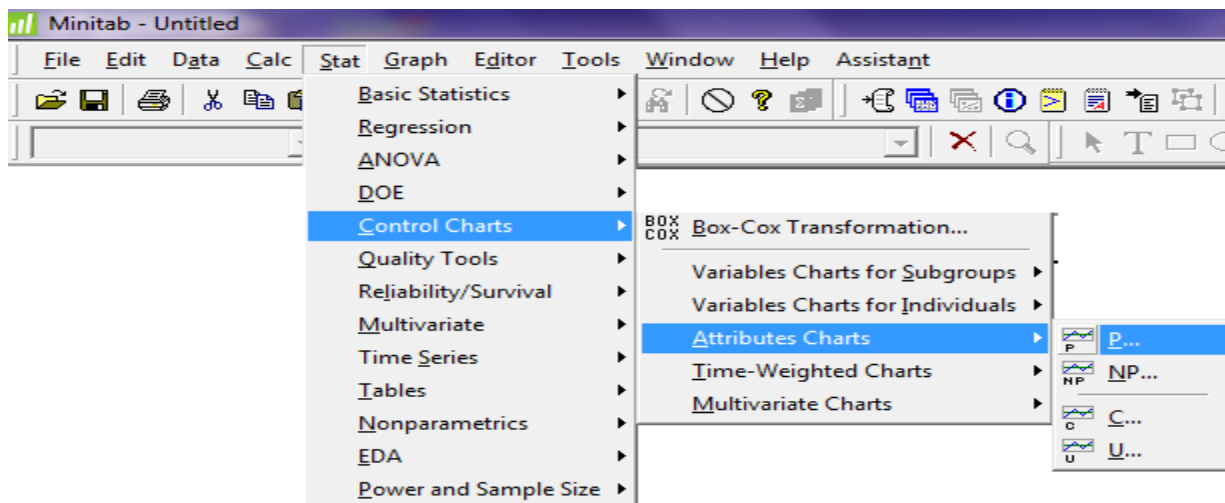


طریقه ی استفاده از نمودار P در Minitab

مثال: فرض کنید در يك کارخانه تولید لامپ تصویر تلویزیون کار می کنید. از هر انباشته تعدادی از لامپ ها را انتخاب کرده و بازرسی چشمی انجام می دهید. (اندازه نمونه ها در دفعات مختلف ، متفاوت است) اگر داخل لامپ خراش داشته باشد، لامپ رد می شود. اگر تعداد محصولات معیوب يك انباشته زیاد باشد ، بازرسی 100% انجام می دهید. برای تشخیص اینکه در چه زمانی به بازرسی 100% نیاز دارید می توانید از نمودار کنترل P استفاده کنید.

قدم اول: از منوی file گزینه open worksheet را انتخاب کرده و از آنجا فایل EXH-QC.MTW را انتخاب کنید .

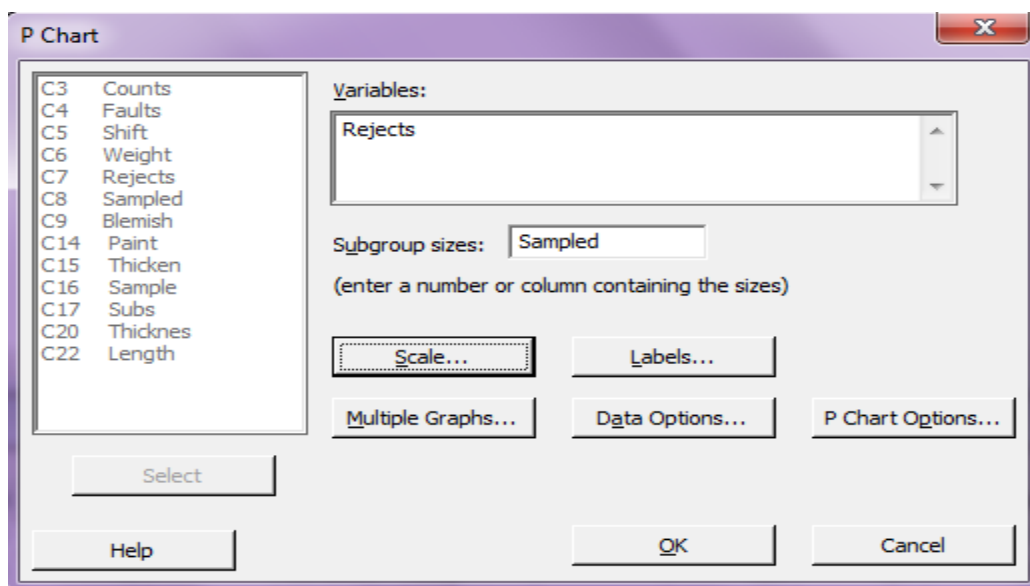
قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در قسمت Variables ستونی را که تعداد اقلام معیوب را ثبت کردید وارد کنید در این مثال C7 را وارد کنید.

حتماً تعداد اقلام معیوب را وارد کنید و محاسبه ی نسبت اقلام معیوب را به نرم افزار واگذار کنید.

قدم چهارم در صورتیکه اندازه زیر گروه ثابت است در قسمت Subgroup sizes عدد آنرا وارد کنید و در غیر اینصورت در یک ستون مجزا برای هر تعداد اقلام معیوبی که در یک ستون وارد کردید ، در ستون مشابه و نظیر به نظیر آن تعداد هر زیر گروه را وارد کنید و در قسمت Subgroup sizes آن ستون را وارد کنید. در این مثال C8 را وارد کنید.



قدم پنجم: به P chart option رفته تا چند قسمت را توضیح دهیم .

:Parameters

اگر تخمینی از نسبت اقلام معیوب دارید در قسمت Proportion وارد کنید .

:Estimate

در این قسمت می توانید مشخص کنید کدام نمونه ها حذف شود یا در محاسبات قرار داشته باشند که قبلاً در مورد آنها صحبت کردیم .

:Test

قانون اول: 1 نقطه بالاتر از حدود $3(K)$ انحراف معیار

قانون دوم: 9 (K) نقطه در یک سمت خط مرکز

قانون سوم: 6 (K) نقطه افزایشی یا کاهشی

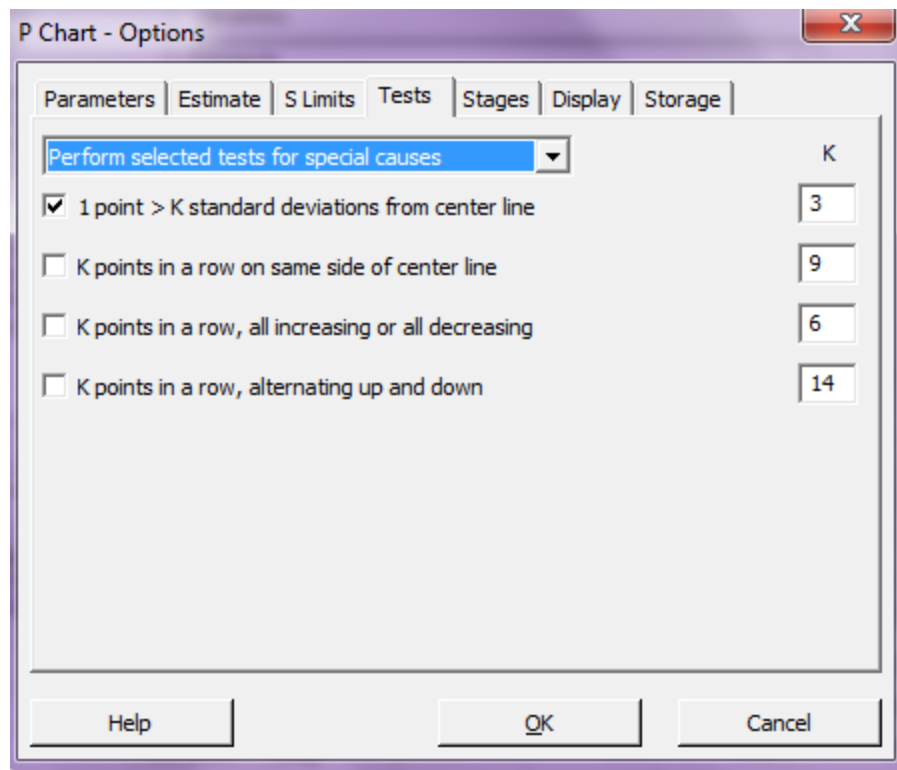
قانون چهارم: 14 (K) نقطه متوالی مدام بالا و پایین شوند.

میتوانید مقدار K را در صورت دلخواه تغییر دهید.

در صورتیکه Perform the following test for special causes را انتخاب کنید ، هر قانون حساس سازی از موارد بالا را میتوانید انتخاب کنید.

اگر Perform all test for special causes را انتخاب کنید، همه ی آزمون های بالا را با هم انجام می دهد.

اگر Perform no test را انتخاب کنید ، هیچ تستی را انجام نمی دهد.

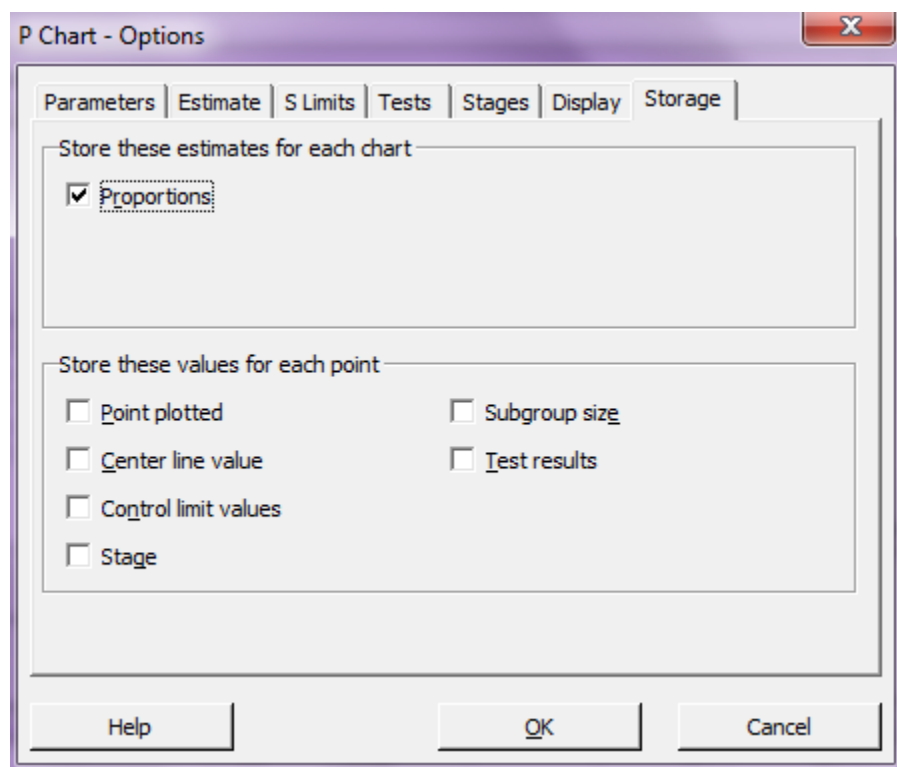


The image shows the 'P Chart - Options' dialog box with the 'Tests' tab selected. The 'Perform selected tests for special causes' dropdown is set to 'Perform selected tests for special causes'. The following tests are listed with their respective 'K' values:

Test	K
<input checked="" type="checkbox"/> 1 point > K standard deviations from center line	3
<input type="checkbox"/> K points in a row on same side of center line	9
<input type="checkbox"/> K points in a row, all increasing or all decreasing	6
<input type="checkbox"/> K points in a row, alternating up and down	14

Buttons at the bottom: Help, OK, Cancel.

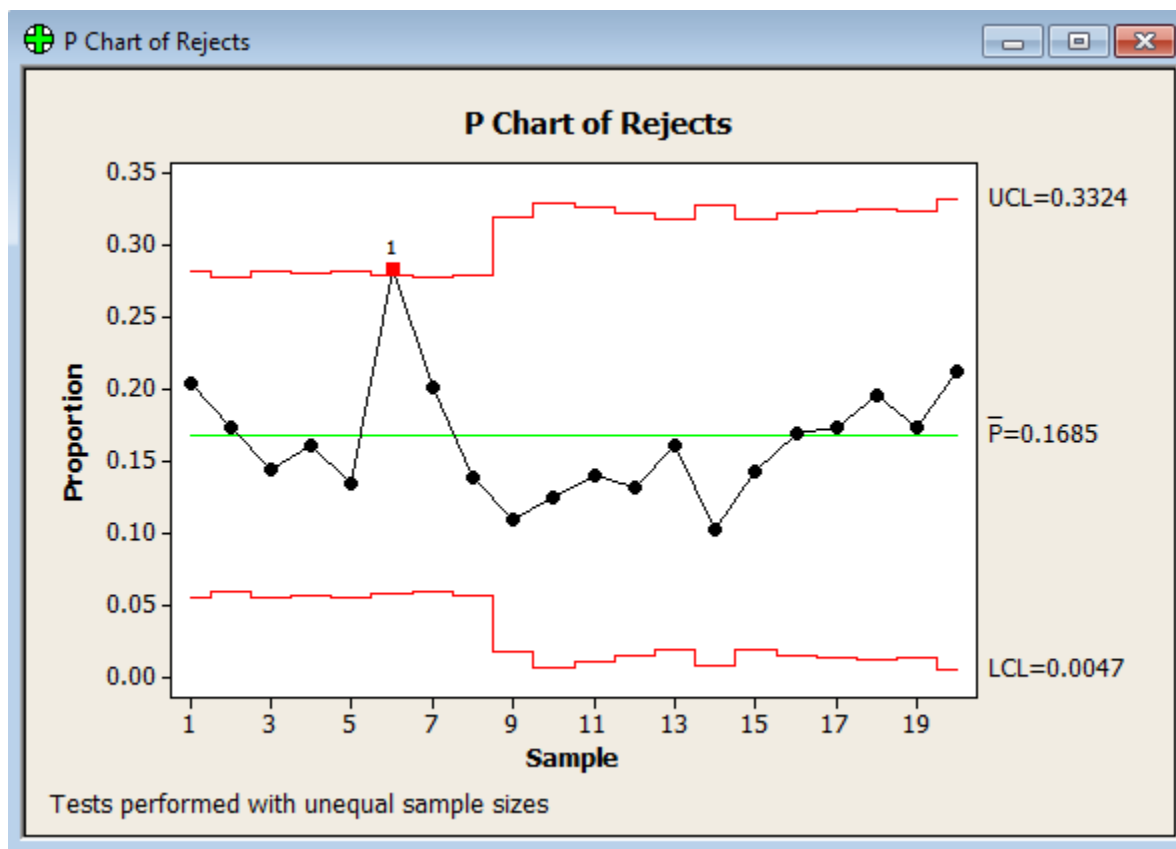
هم چنین در قسمت Storage گزینه ی Proportions را فعال کنید. سایر قسمت ها مشابه گذشته است .



The image shows the 'P Chart - Options' dialog box with the 'Storage' tab selected. The 'Store these estimates for each chart' section has 'Proportions' checked. The 'Store these values for each point' section has several options:

Value	Checked
<input checked="" type="checkbox"/> Proportions	Yes
<input type="checkbox"/> Point plotted	No
<input type="checkbox"/> Subgroup size	No
<input type="checkbox"/> Center line value	No
<input type="checkbox"/> Test results	No
<input type="checkbox"/> Control limit values	No
<input type="checkbox"/> Stage	No

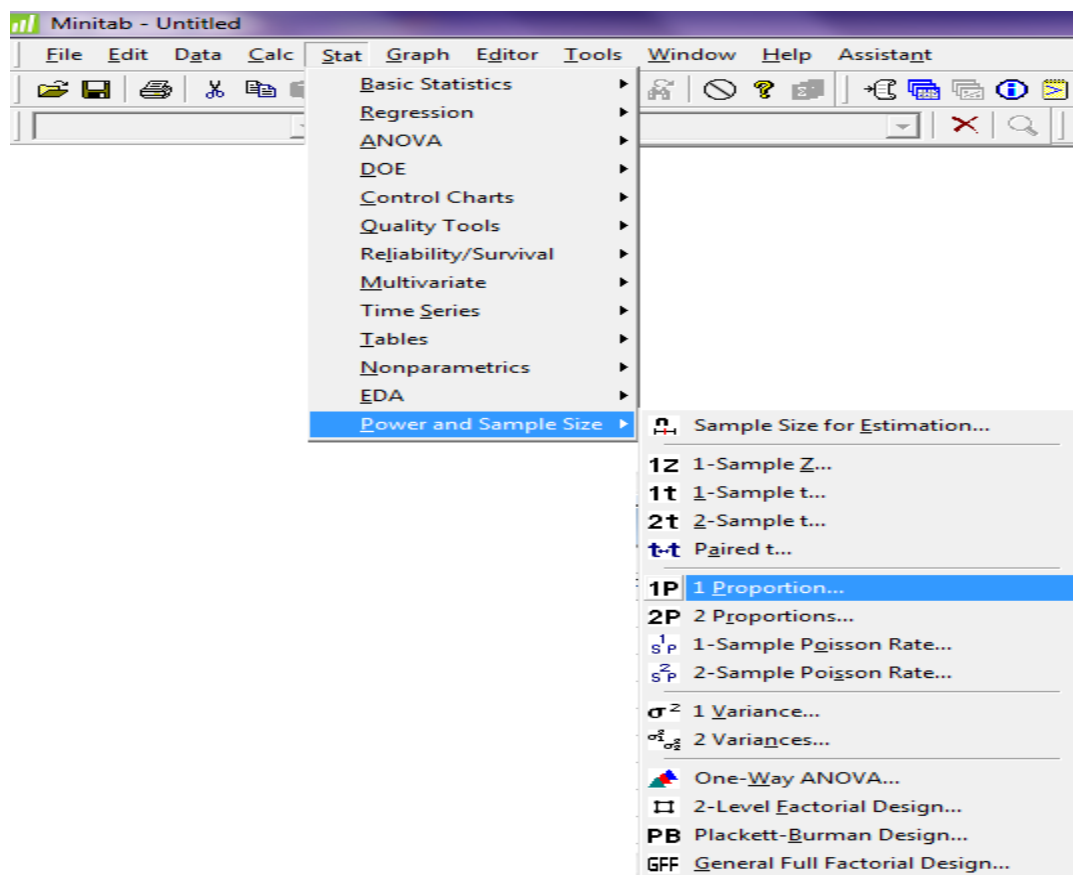
Buttons at the bottom: Help, OK, Cancel.



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید ، حدود کنترل متغیر است چون اندازه نمونه متغیر بوده و نمونه ششم بالاتر از حد بالایی خودش افتاده پس باید علت آن حذف و این نقطه از محاسبات خارج شود و حدود جدید مجدداً محاسبه شود.

طریقه رسم منحنی توان آزمون و به دست آوردن اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر در نسبت اقلام معیوب

فرض کنید در مثال فوق می خواهید احتمال کشف تغییر $(1-\beta)$ را برای میانگین نسبت اقلام معیوب به 0.2 را به دست آورید و همچنین تمایل دارید منحنی توان آزمون را برای تغییرات مختلف برای نسبت اقلام معیوب رسم کنید. برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت Sample sizes چون اندازه نمونه متغیر است اعداد 50 , 75 و 100 را وارد کنید تا احتمال کشف تغییر میانگین نسبت اقلام معیوب از 0.168 به 0.2 را برای هر یک از اندازه نمونه های ذکر شده محاسبه کند , همچنین در قسمت Comparison proportions می توانید مقدار نسبت های اقلام معیوب مختلف را که قصد محاسبه احتمال کشف تغییر در آن سطح را دارید وارد کنید که در این مثال عدد 0.2 را وارد کنید و قسمت Power values را خالی گذاشته تا Minitab احتمال کشف تغییر را محاسبه کند و در قسمت Hypothesized proportion مقدار میانگین فعلی فرآیند یعنی 0.168 را وارد کنید تا احتمال کشف تغییر نسبت به این میانگین محاسبه شود . توجه داشته باشید در پنجره زیر از بین Sample sizes , Comparison proportions و Power values حتما باید دو تا از آن ها را معلوم کنید تا مجهول دیگر را Minitab برای شما محاسبه کند.

حال Options را انتخاب کرده و در قسمت Alternative Hypothesis چون مقادیر بزرگتر از میانگین مهم می باشد پس Greater than را انتخاب کنید , سپس در قسمت Significance level مقدار α , که در این مسئله برابر 0.0027 می باشد وارد کنید و OK را بزنید.

The image shows two overlapping Minitab dialog boxes. The main box, titled 'Power and Sample Size for 1 Proportion', has a close button (X) in the top right. It contains the following fields: 'Sample sizes:' with the value '50 75 100', 'Comparison proportions:' with the value '0.2', 'Power values:' (empty), and 'Hypothesized proportion:' with the value '0.168'. At the bottom are buttons for 'Options...', 'Graph...', 'Help', 'OK', and 'Cancel'. The smaller box, titled 'Power and Sample Size for 1 Proportion - Options', has a close button (X) in the top right. It contains the 'Alternative Hypothesis' section with three radio buttons: 'Less than', 'Not equal', and 'Greater than' (which is selected). Below this is the 'Significance level:' field with the value '0.0027'. At the bottom are buttons for 'Help', 'OK', and 'Cancel'.

Power and Sample Size

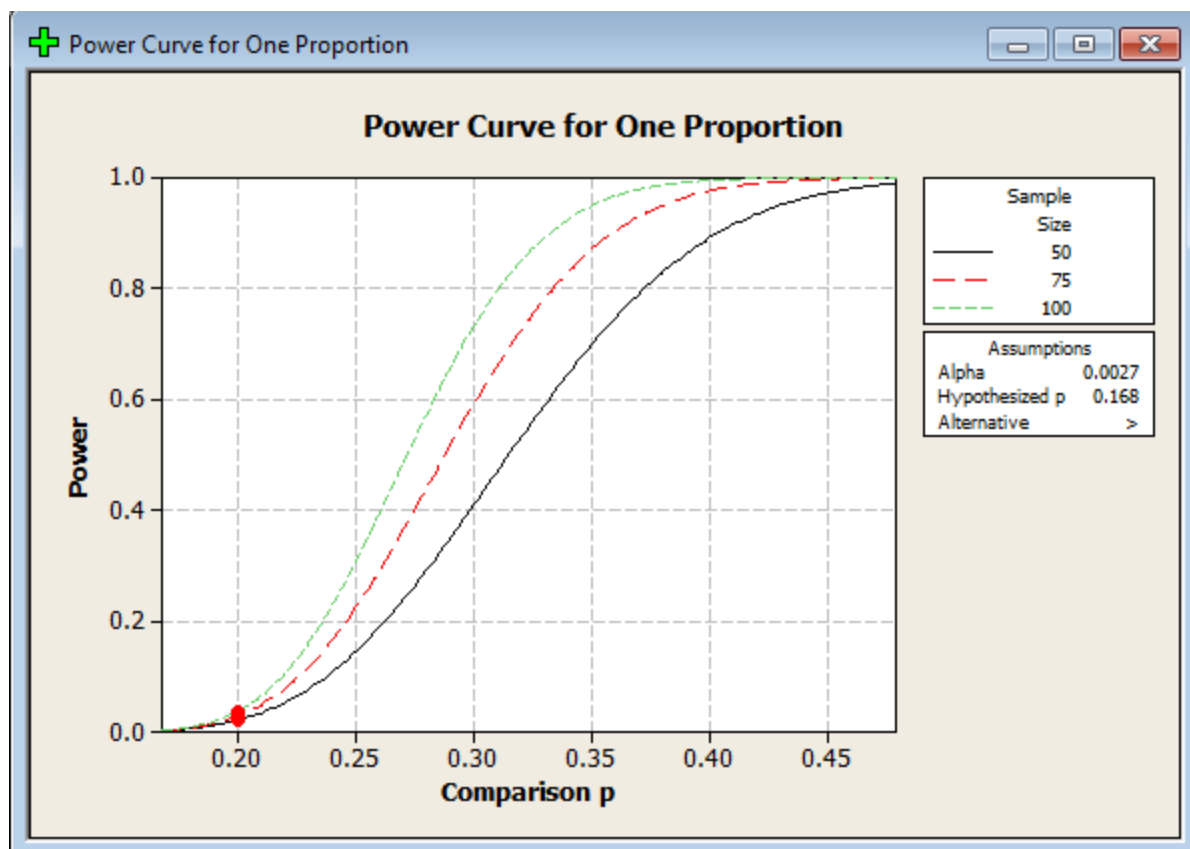
Test for One Proportion

Testing $p = 0.168$ (versus > 0.168)

Alpha = 0.0027

Comparison p	Sample Size	Power
0.2	50	0.0209408
0.2	75	0.0282240
0.2	100	0.0359003

Power Curve for One Proportion



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید احتمال کشف تغییر نسبت اقلام معیوب از 0.168 به 0.2 در اندازه نمونه های 50، 75 و 100 به ترتیب برابر 0.020، 0.028 و 0.035 می باشد که احتمال های بسیار پایینی هستند در نتیجه پیشنهاد می شود اگر رسیدن میانگین نسبت اقلام معیوب به 0.2 برای ما مهم می باشد از نمونه های بیشتری استفاده کنیم تا پی بردن به چنین تغییری با احتمال بیشتری توأم باشد.

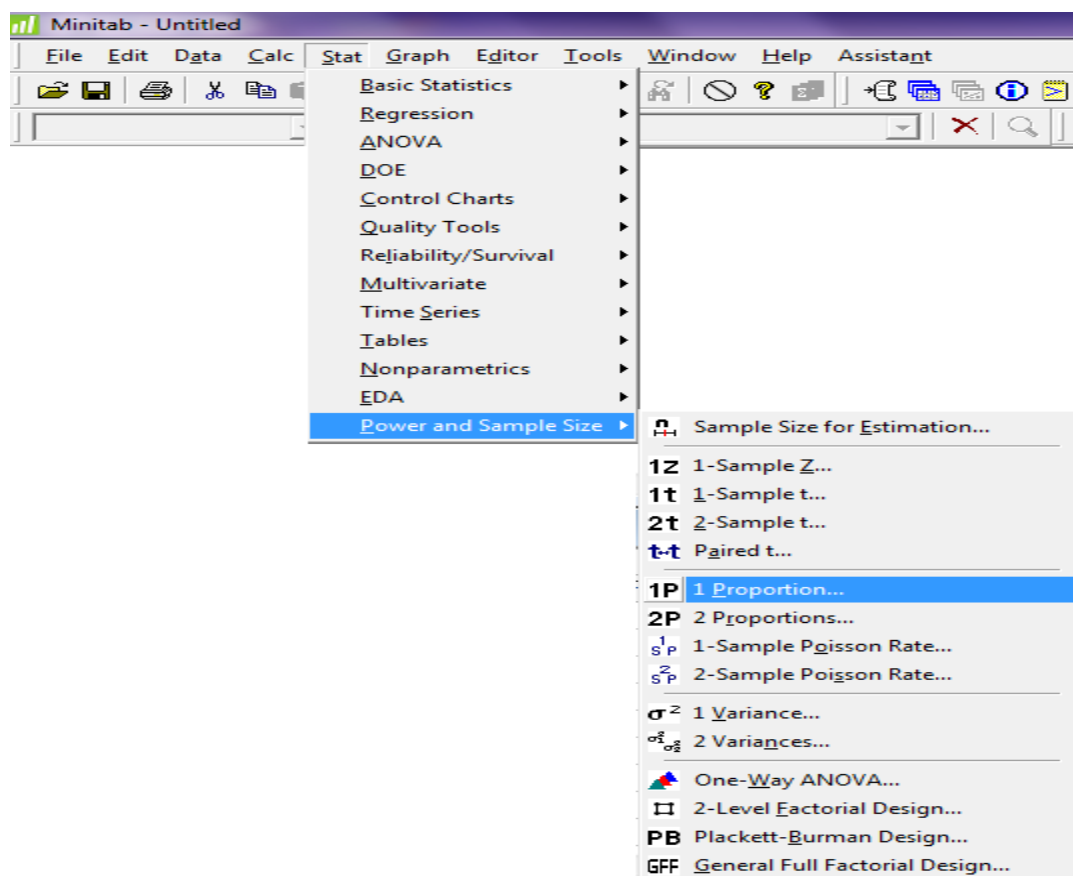
در نظر داشته باشید احتمال کشف تغییر (توان آزمون) از یک نسبت اقلام معیوب (P_0) به نسبت های بیشتر (P_1) با استفاده از حدود کنترل k انحراف معیار، از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$1 - \beta = 1 - P \left(Z < \frac{P_0 - P_1 + k \sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}{\sqrt{\frac{P_1(1 - P_1)}{n}}} \right)$$

همچنین احتمال کشف تغییر (توان آزمون) از یک نسبت اقلام معیوب (P_0) به نسبت های کمتر (P_1) با استفاده از حدود کنترل k انحراف معیار، از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$1 - \beta = P \left(Z < \frac{P_0 - P_1 - k \sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}{\sqrt{\frac{P_1(1 - P_1)}{n}}} \right)$$

حال می خواهیم ببینیم اگر میانگین فرآیند به 0.2 رسید اندازه نمونه چه قدر باشد تا احتمال کشف چنین تغییری 0.9 باشد برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



قسمت Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Comparison proportions ، 0.2 و در کادر مقابل Power values ، 0.9 را وارد کنید و قسمت Options را مطابق شکل کامل نمایید و OK را بزنید

Power and Sample Size

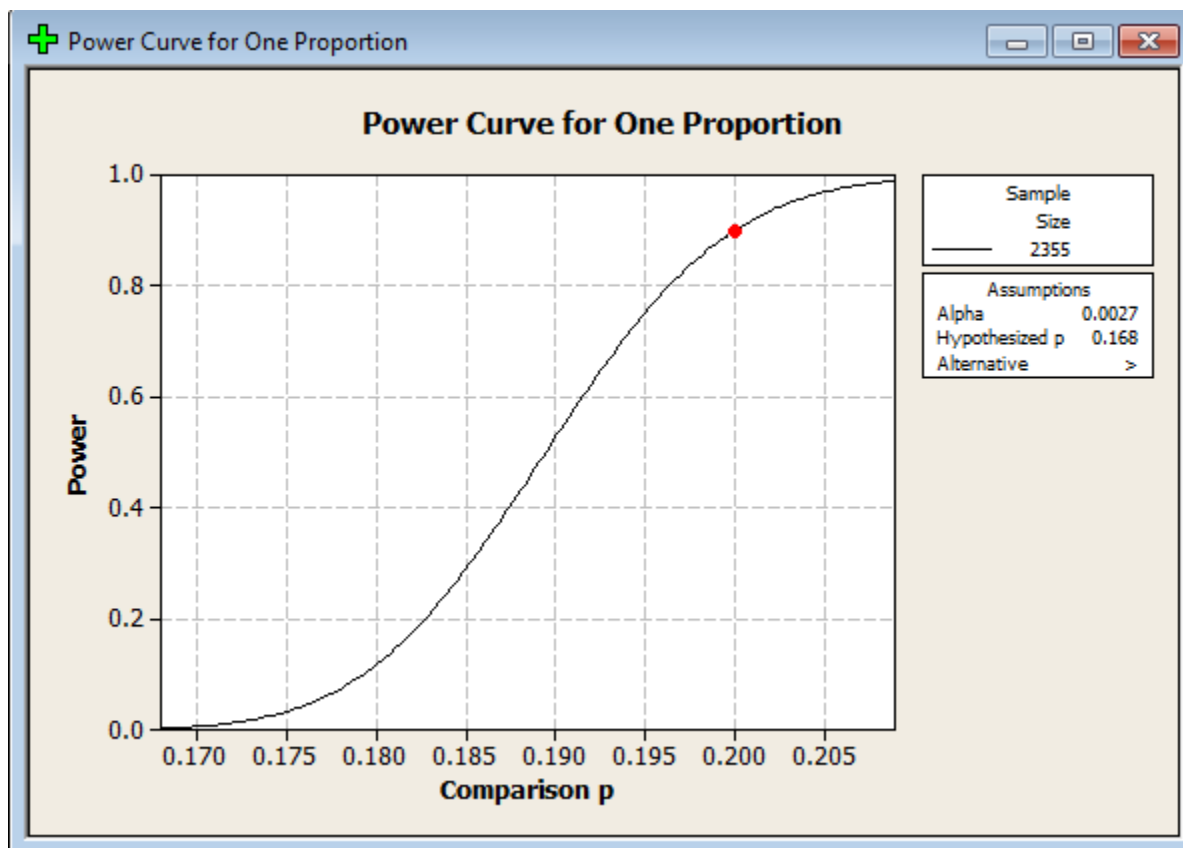
Test for One Proportion

Testing $p = 0.168$ (versus > 0.168)

Alpha = 0.0027

Comparison p	Sample Size	Target Power	Actual Power
0.2	2355	0.9	0.900059

Power Curve for One Proportion



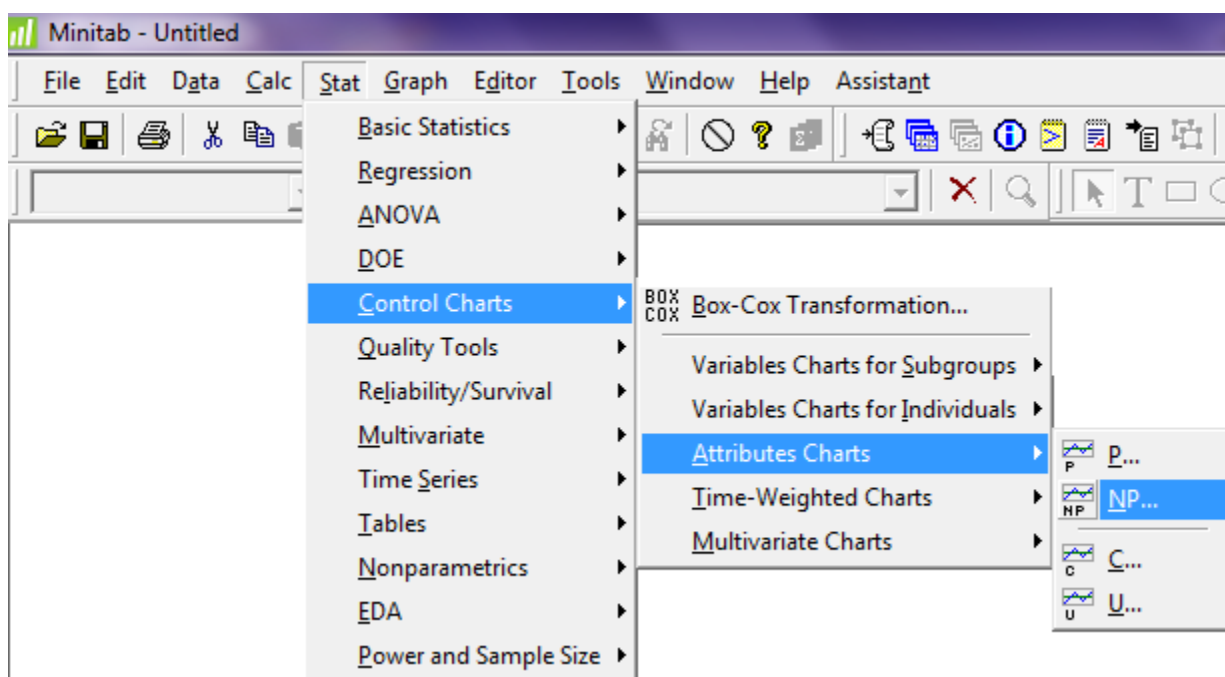
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید برای اینکه احتمال کشف تغییر میانگین نسبت اقلام معیوب با نمونه گیری اول به 0.2 برابر 0.9 شود، 2355 نمونه لازم می باشد.

طریقه رسم نمودار np در Minitab

مثال: فرض کنید در یک کارخانه تولید اسباب بازی کار می کنید و کار شما بازرسی تعداد تایر های معیوب دوچرخه است. شما در هر دسته 200 نمونه را مورد بازرسی قرار می دهید و سپس تصمیم به ساخت نمودار np برای مشاهده تعداد اقلام معیوب می کنید. هیئت مدیره تصمیم به جداسازی نمودار در هر 10 دسته بازرسی شده می کند.

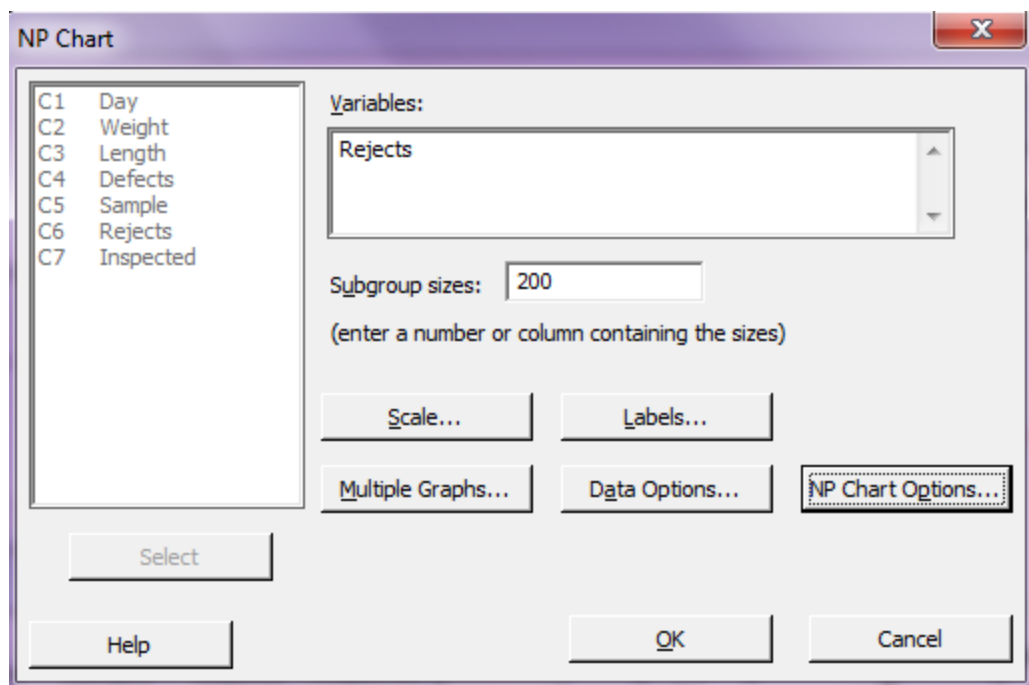
قدم اول: از منوی File گزینه Open worksheet را انتخاب کرده و فایل TOYS.MTW را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.

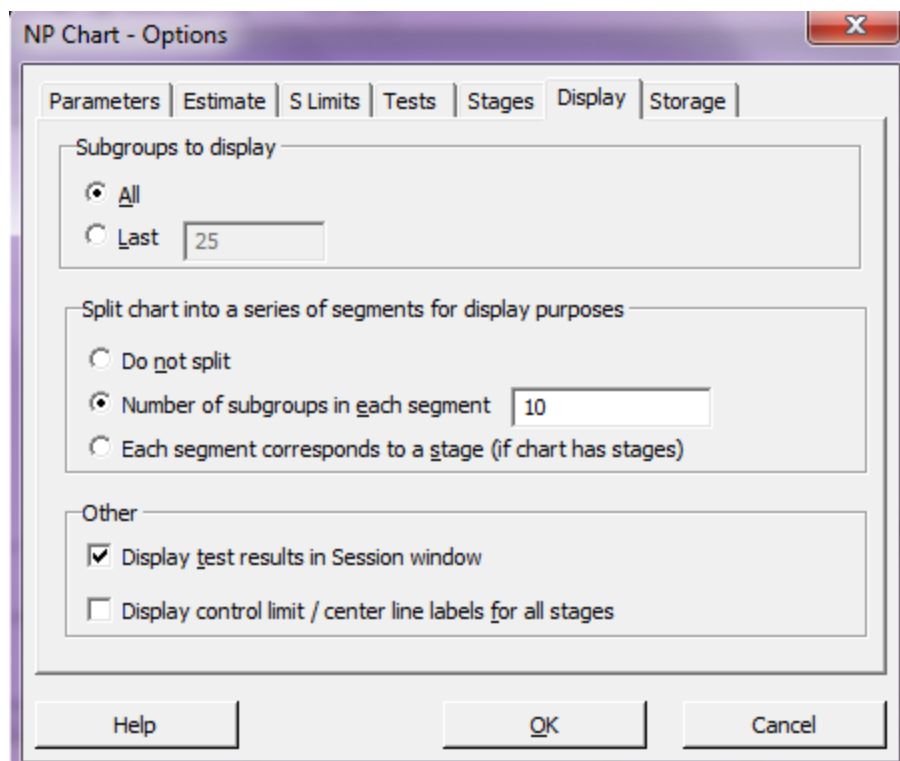


قدم سوم: در قسمت Variables ستون C₆ (Rejects) را وارد کنید.

قدم چهارم: در قسمت Subgroup sizes یا عدد 200 و یا ستون C₇ (Inspected) را وارد کنید.



قدم پنجم: برای اینکه شما نمودار را به قسمت های 10 تایی تقسیم کنید ، (چون تعداد کل گروه های منطقی 30 تا می باشد و شما قصد دارید هر 10 تا را جدا کنید) به np chart option رفته و در قسمت Display و در قسمت Split chart into a series of segments for display purposes گزینه Number of subgroups in each segment را انتخاب کرده و در کادر مقابل آن عدد 10 را وارد کنید.

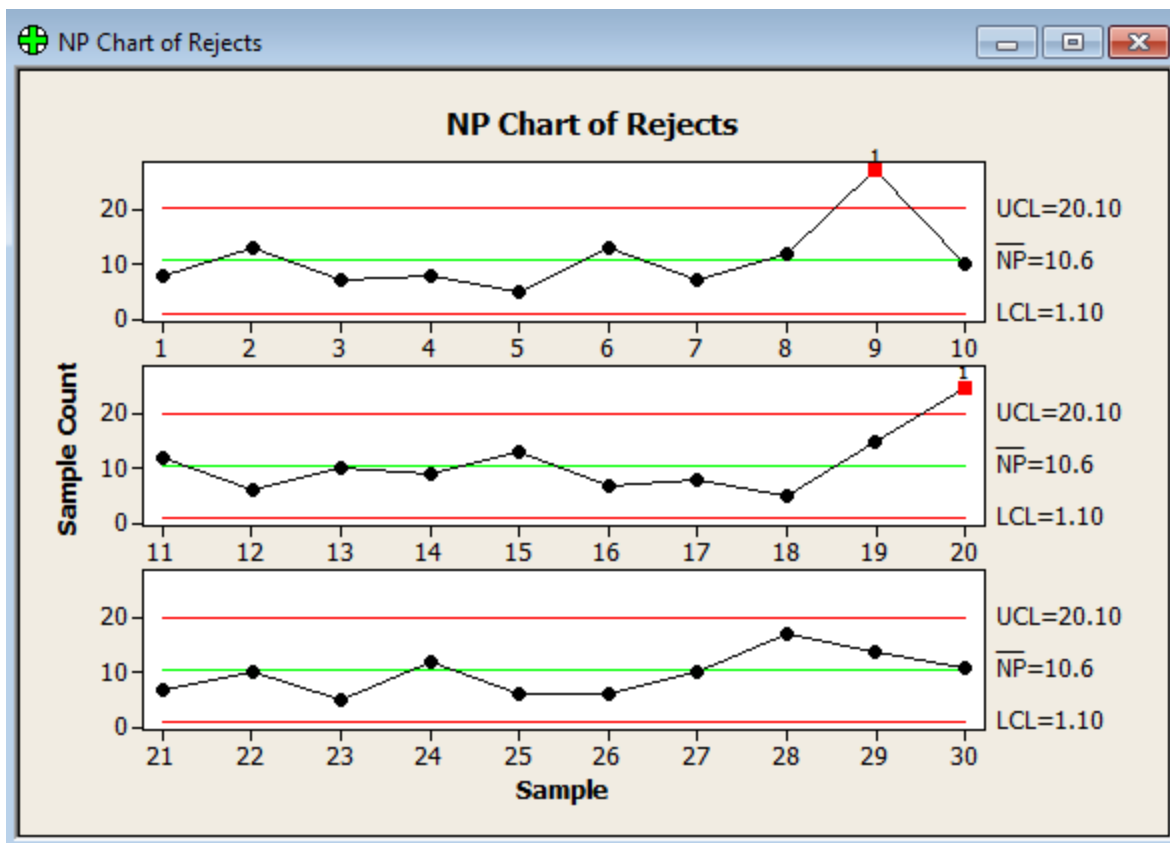


The image shows a software dialog box titled "NP Chart - Options". It has a tabbed interface with tabs for "Parameters", "Estimate", "S Limits", "Tests", "Stages", "Display", and "Storage". The "Display" tab is currently selected. Inside the "Display" tab, there are three sections:

- Subgroups to display:** Contains two radio buttons: "All" (which is selected) and "Last" (with a text box next to it containing the number "25").
- Split chart into a series of segments for display purposes:** Contains three radio buttons: "Do not split", "Number of subgroups in each segment" (which is selected, with a text box next to it containing the number "10"), and "Each segment corresponds to a stage (if chart has stages)".
- Other:** Contains two checkboxes: "Display test results in Session window" (which is checked) and "Display control limit / center line labels for all stages" (which is unchecked).

At the bottom of the dialog box are three buttons: "Help", "OK", and "Cancel".

قدم ششم : Ok را بزنید.



تحلیل: همان طور که می بیند در نمونه 9 و نمونه 20 نقاط خارج از حدود کنترل قرار گرفته اند که علت آن ها باید بررسی و حذف گردد و همچنین یک روند تحت کنترل در 10 نمونه گیری آخر مشاهده می شود.

فلسفه نمودار های کنترل C و U

همانطور که در گذشته شرح دادیم نمودار p و np به ترتیب برای نسبت اقلام معیوب و تعداد اقلام معیوب در یک فرآیند تولید می باشد. معیوب بودن یعنی اینکه محصول شما کیفیت مورد نظر را نداشته و کنار گذاشته می شود. حال اگر بخواهیم نقص خاصی از یک محصول را تحت کنترل در بیاوریم، از نمودار های کنترل C و U که به ترتیب بیانگر تعداد نقص در واحد بازرسی و تعداد نقص در هر واحد، از واحد بازرسی می باشد استفاده می کنیم. توجه داشته باشید محصول که نقص دارد کنار گذاشته نمی شود.

تعریف واحد بازرسی:

هر واحد بازرسی شامل بسته های 5 تایی، 10 تایی، 100 تایی و... از محصول می باشد که هر واحد بازرسی حکم هر گروه منطقی و تعداد هر واحد از واحد بازرسی حکم زیر گروه منطقی را دارا می باشد.

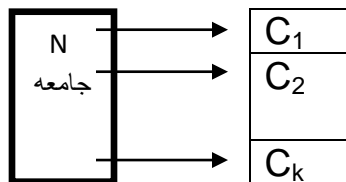
در صورتیکه C (متوسط تعداد نقص در هر واحد بازرسی باشد) آنگاه C_i ها توزیع پواسون با مشخصات زیر را دارا می باشند:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_i \sim \text{Poisson } (\lambda=C) \\ E(C_i) = C \\ \sigma^2(C_i) = C \end{array} \right. \quad i=1,2,\dots,k$$

در صورتیکه C نامعلوم باشد بهترین تخمین برای C ، \bar{C} می باشد.

در این صورت برای به دست آوردن حدود کنترل C به صورت زیر عمل می کنیم :

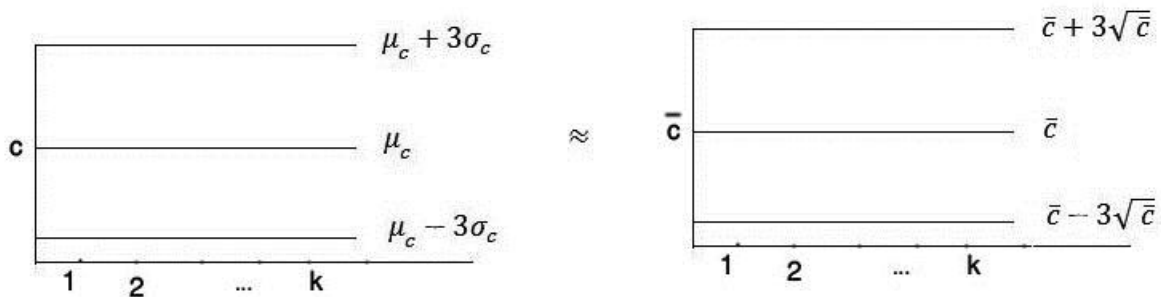
N : کل جامعه تولید.



C_i : تعداد نقص ها در هر بار نمونه گیری در واحد بازرسی

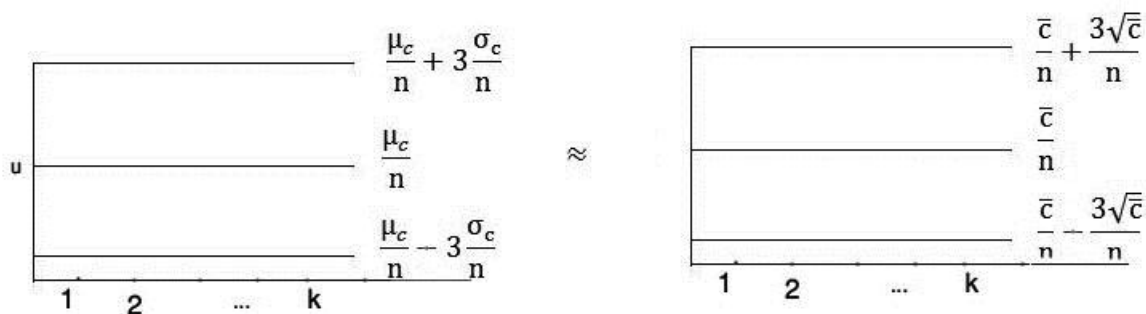
K : تعداد دفعات نمونه گیری

حال که نمونه گیری را انجام دادیم ، حدود کنترل از روابط زیر به دست می آید.



$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^k C_i}{k}$$

نمودار U که بیانگر تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی می باشد . U_i از تقسیم C_i بر اندازه نمونه به دست می آید در نتیجه حدود کنترل نمودار U به صورت زیر محاسبه می شود:

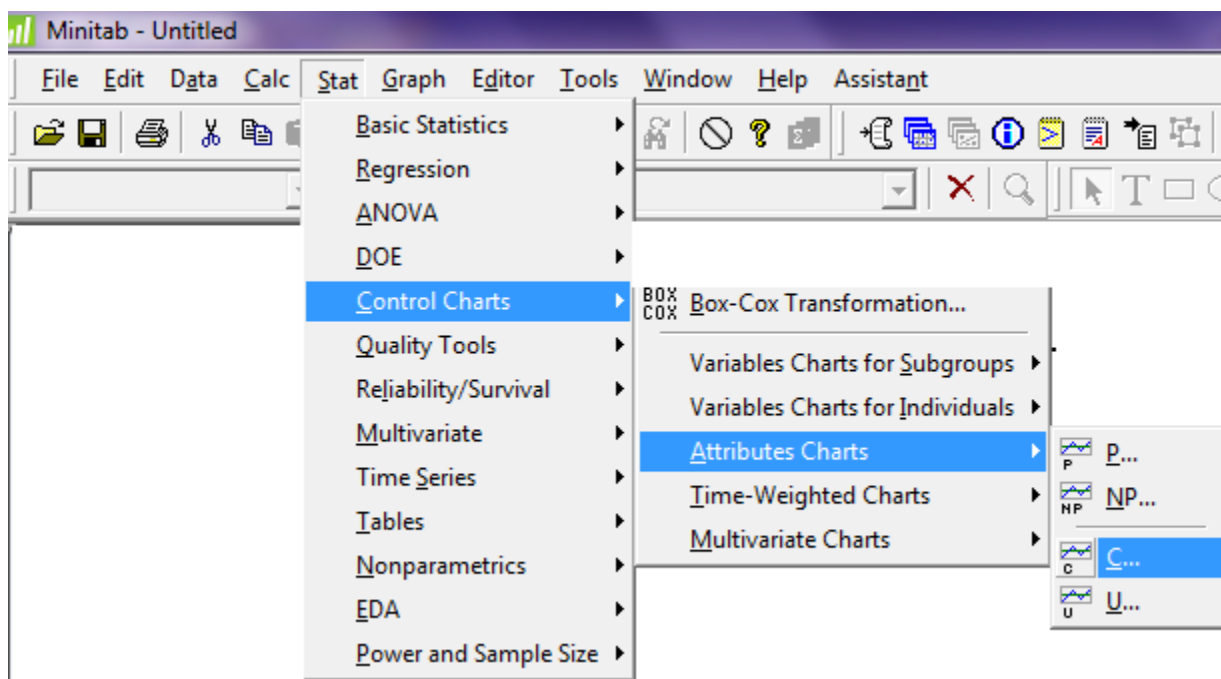


طریقه رسم نمودار C در Minitab

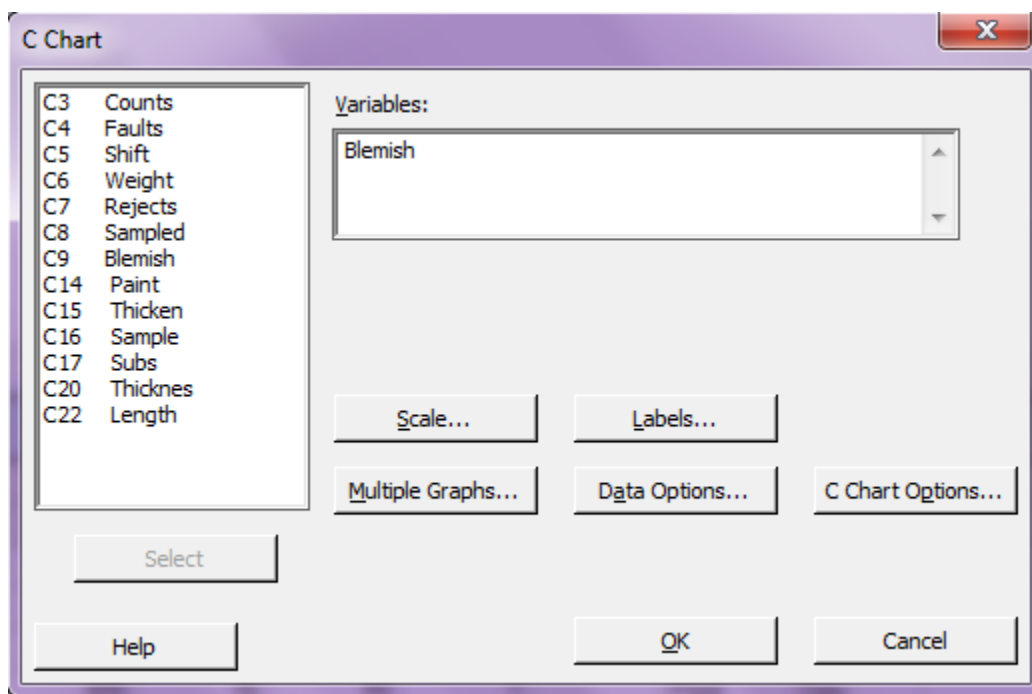
مثال: فرض کنید برای یک کارخانه تولید کننده کتان کار می کنید. هر 100 متر مربع از پارچه تولیدی می تواند دارای تعداد خاصی لکه باشد، بدون اینکه در بازرسی رد شود. تا اطلاعاتی در مورد درست عمل کردن یا نکردن فرآیند به دست آورید

قدم اول: از منوی file گزینه open worksheet را انتخاب کرده و از آنجا فایل EXH-QC.MTW را انتخاب کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت variables ستونی را که تعداد نقص ها را وارد کردید بنویسید. در این مثال ستون Blemish را وارد کنید.



قدم چهارم : به C chart option رفته تا چند قسمت را توضیح دهیم.

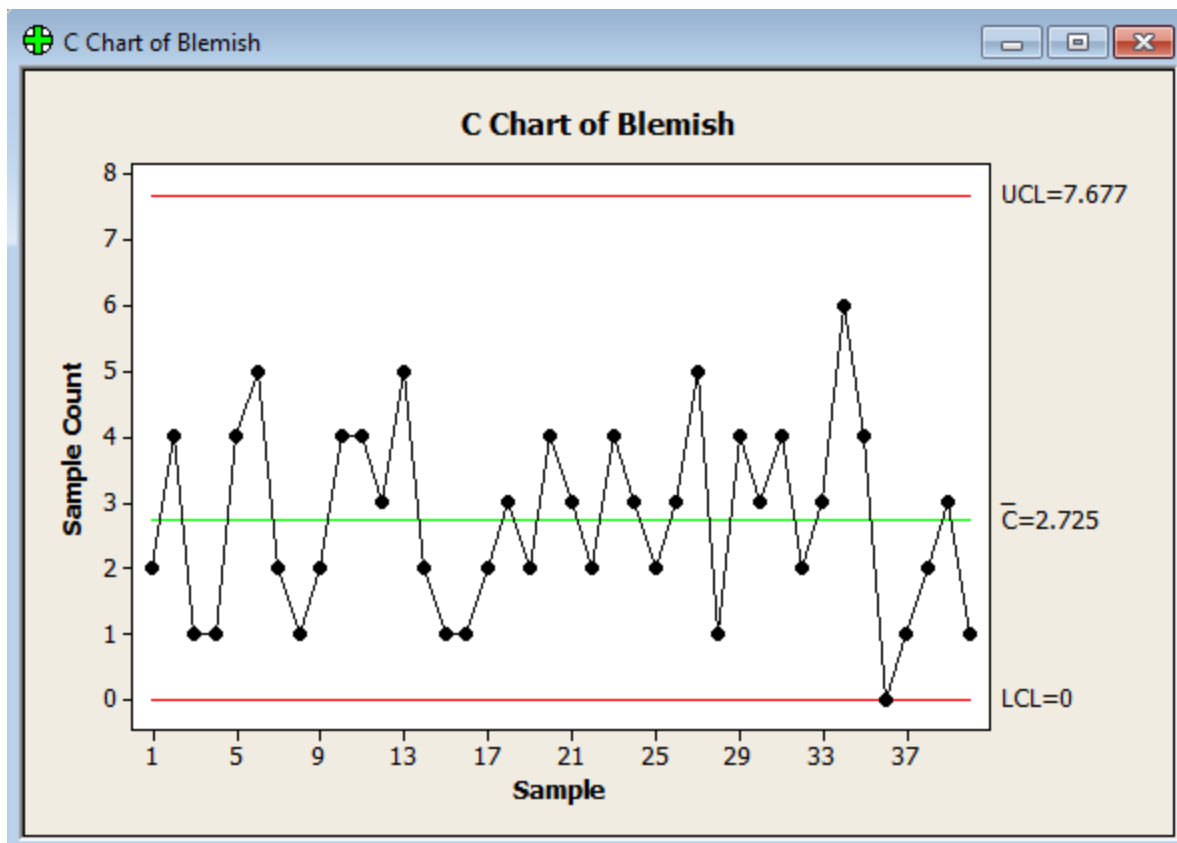
:Parameters

در این قسمت اگر تخمینی از متوسط تعداد نقص در هر واحد بازرسی دارید در قسمت Mean وارد کنید. که در این مثال نداریم.

قسمت های Display, Stages, Tests, Estimate و S limit مانند نمودارهای گذشته می باشد.

و همچنین در قسمت Storage گزینه ی Means را فعال کنید تا در پایان تخمین متوسط تعداد نقص در هر واحد بازرسی را ذخیره نماید.

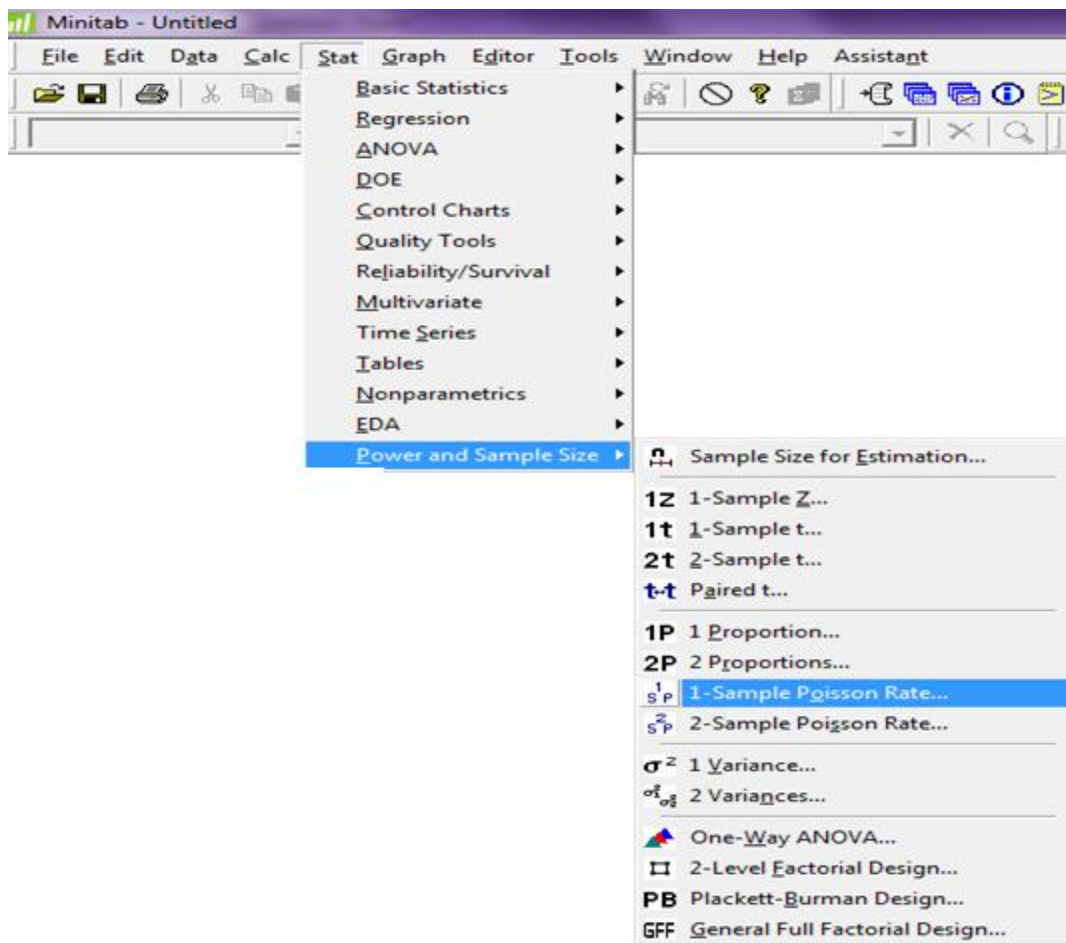
قدم پنجم : OK را بزنید.



تحلیل: همانطور که از نمودار پیداست کلیه ی نقاط در داخل حدود کنترل می باشد پس فرآیند تحت کنترل می باشد و متوسط تعداد نقص در هر 100 متر مربع پارچه کتان برابر 2.725 تا می باشد.

طریقه رسم منحنی توان آزمون و به دست آوردن اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر در متوسط تعداد نقص در واحد بازرسی

فرض کنید در مثال فوق می خواهید احتمال کشف تغییر $(1-\beta)$ را برای میانگین تعداد نقص به 4 تا را دست آورید و همچنین تمایل دارید منحنی توان آزمون را برای تغییرات مختلف برای تعداد نقص رسم کنید. برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت **Sample sizes** اندازه نمونه که برابر 100 را وارد کنید تا احتمال کشف تغییر میانگین تعداد نقص از 2.725 به 4 را برای اندازه نمونه ذکر شده محاسبه کند ، همچنین در قسمت **Comparison rates** می توانید مقدار تعداد نقص های مختلف را که قصد محاسبه احتمال کشف تغییر در آن سطح را دارید وارد کنید که در این مثال عدد 4 را وارد کنید و قسمت **Power values** را خالی گذاشته تا Minitab احتمال کشف تغییر را محاسبه کند و در قسمت **Hypothesized rate** مقدار میانگین فعلی فرآیند یعنی 2.725 را وارد کنید تا احتمال کشف تغییر نسبت به این میانگین محاسبه شود .

حال **Options** را انتخاب کرده و در قسمت **Alternative Hypothesis** چون مقادیر بزرگتر از میانگین مهم می باشد پس **Greater than** را انتخاب کنید ، سپس در قسمت **Significance level** مقدار α ، که در این مسئله برابر 0.0027 می باشد وارد کنید و در قسمت **Length of observation** مقدار عددی بازه ی زمانی یا مکانی که رویدادها(نقصها) در آن اتفاق می افتند را وارد کنید مثلا اگر شما از 100 متر مربع نمونه ی 10 متر مربعی انتخاب می کنید آن گاه در قسمت **Sample sizes** عدد 10 و در قسمت **Length of observation** عدد 100 را وارد کنید ، چون در این مثال بازه ی نمونه گیری مشخص نیست این مقدار را برابر 1 قرار دهید.

Power and Sample Size for 1-Sample Poisson Rate

Specify values for any two of the following:

Sample sizes: 100

Comparison rates: 4

Power values:

Hypothesized rate: 2.725

Options... Graph... Help OK Cancel

Power and Sample Size for 1-Sample Poisson Rate - Options

Alternative Hypothesis

☐ Less Than

☐ Not equal

☒ Greater Than

Significance level: 0.0027

"Length" of observation (time, items, area, volume, etc.): 1

Help OK Cancel

Power and Sample Size

Test for 1-Sample Poisson Rate

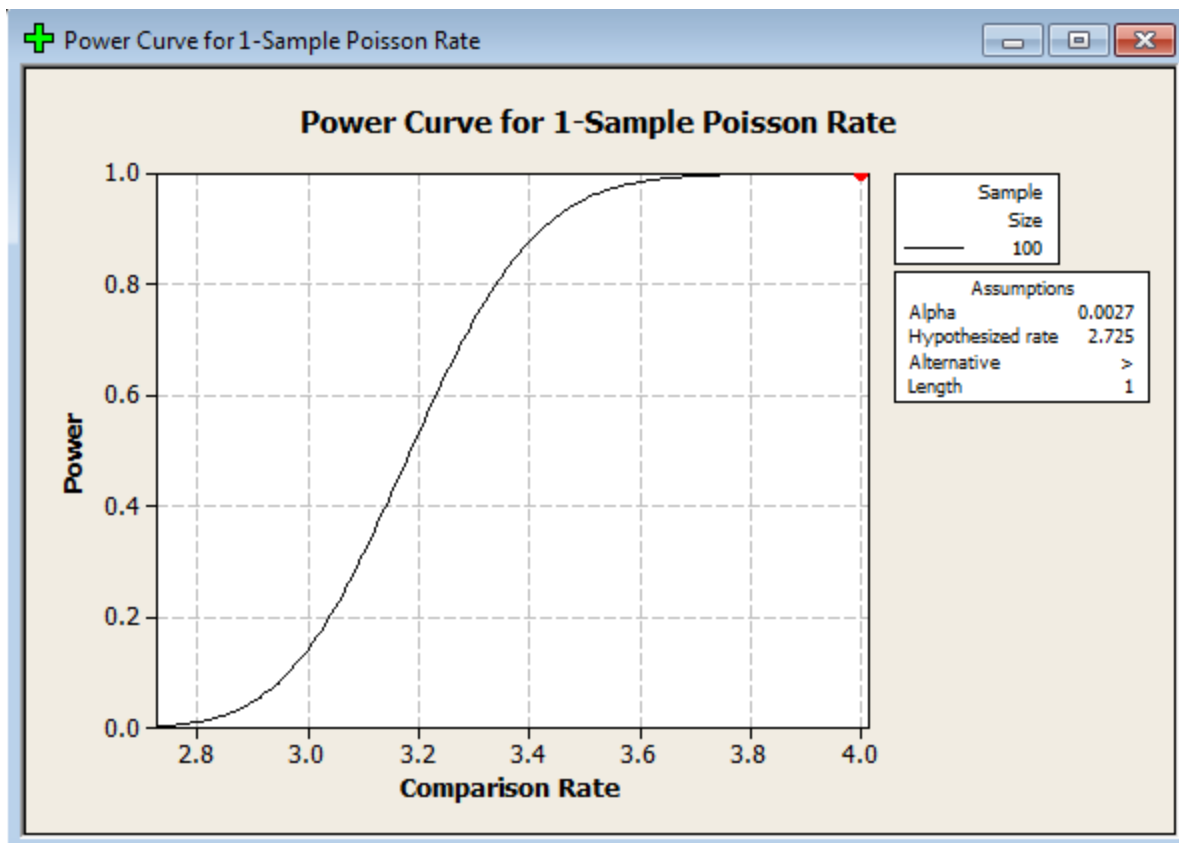
Testing rate = 2.725 (versus > 2.725)

Alpha = 0.0027

"Length" of observation = 1

Comparison Rate	Sample Size	Power
4	100	0.999977

Power Curve for 1-Sample Poisson Rate



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید وقتی میانگین متوسط تعداد نقص به 4 تا افزایش پیدا کند به احتمال 0.999 با اولین نمونه 100 متر مربعی قابل کشف خواهد بود.

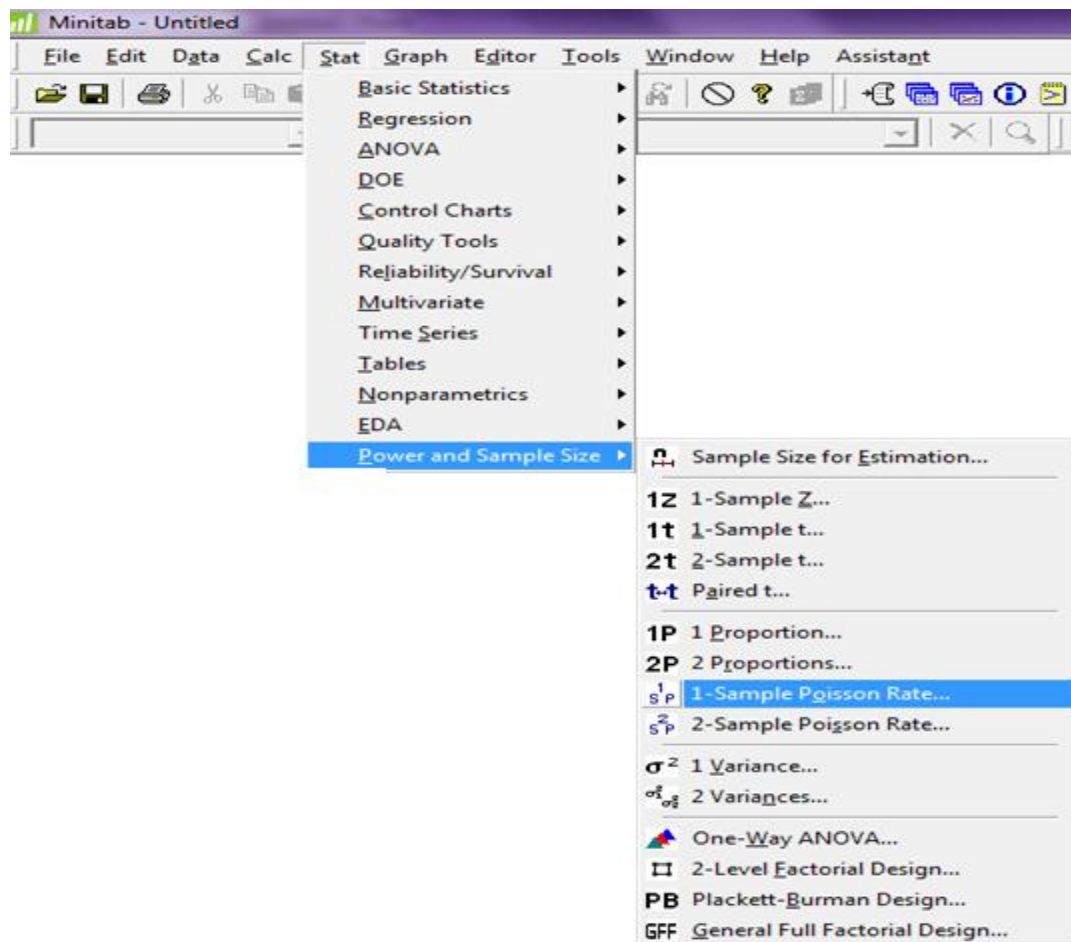
در نظر داشته باشید احتمال کشف تغییر (توان آزمون) از متوسط تعداد نقص تخمین زده شده (C_0) به تعداد نقص های بیشتر (C_1) با اندازه نمونه n و طول بازه ی مشاهدات (Length of observation) (l) و با استفاده از حدود کنترل k انحراف معیار، از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$1 - \beta = 1 - P \left(Z < \frac{K \sqrt{\frac{C_0}{n}} + C_0 - C_1}{\sqrt{\frac{C_1}{nl}}} \right)$$

و احتمال کشف تغییر (توان آزمون) از متوسط تعداد نقص تخمین زده شده (C_0) به تعداد نقص های کمتر (C_1) با اندازه نمونه n و طول بازه ی مشاهدات (Length of observation) (l) و با استفاده از حدود کنترل k انحراف معیار، از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$1 - \beta = P \left(Z < \frac{K \sqrt{\frac{C_0}{n}} - C_0 - C_1}{\sqrt{\frac{C_1}{nl}}} \right)$$

حال می خواهیم ببینیم اگر میانگین فرآیند به 3 رسید اندازه نمونه چه قدر باشد تا احتمال کشف چنین تغییری 0.9 باشد برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



قسمت Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Comparison rates , 3 و در کادر مقابل Power values , 0.9 را وارد کنید و قسمت Options را مطابق شکل زیر کامل نمایید و OK را بزنید

Power and Sample Size for 1-Sample Poisson Rate

Specify values for any two of the following:

Sample sizes:

Comparison rates:

Power values:

Hypothesized rate:

Options... Graph...

Help OK Cancel

Power and Sample Size for 1-Sample Poisson Rate - Options

Alternative Hypothesis

☐ Less Than

☐ Not equal

☒ Greater Than

Significance level:

"Length" of observation (time, items, area, volume, etc.):

Help OK Cancel

Power and Sample Size

Test for 1-Sample Poisson Rate

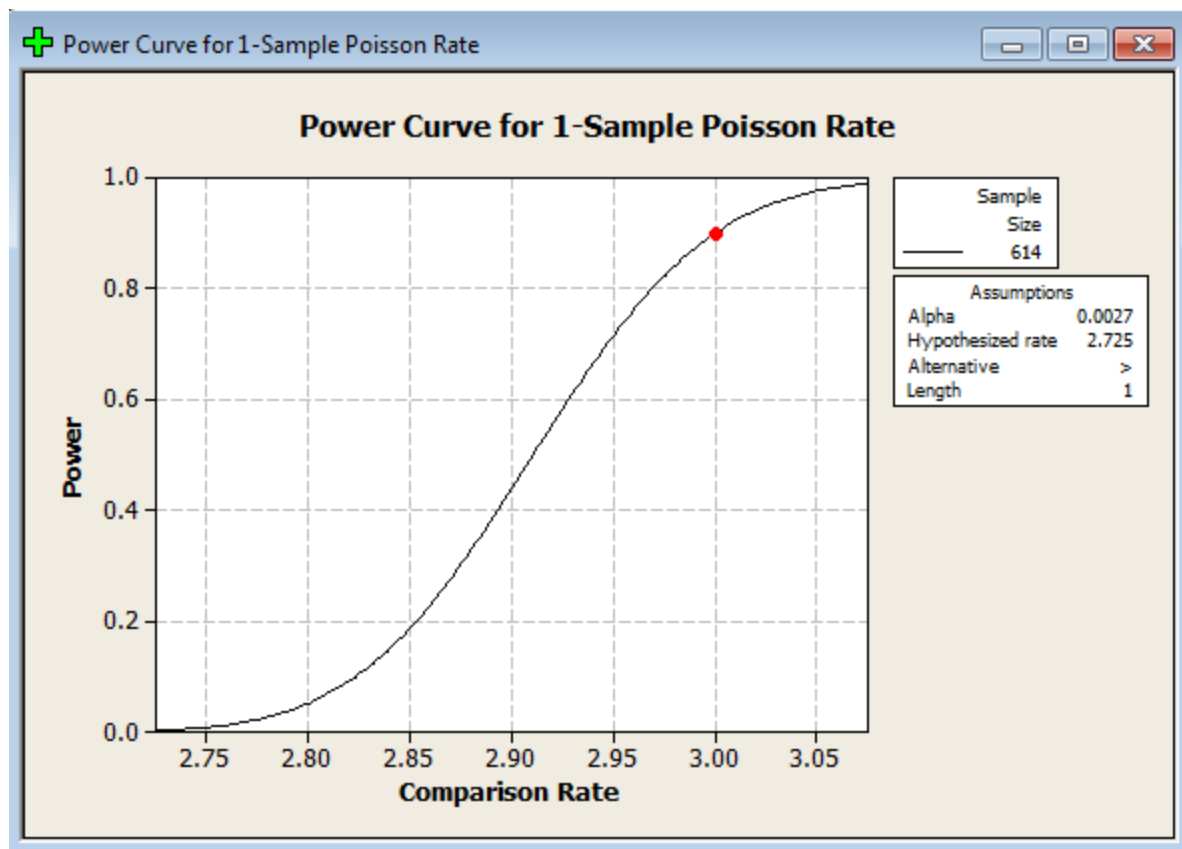
Testing rate = 2.725 (versus > 2.725)

Alpha = 0.0027

"Length" of observation = 1

Comparison Rate	Sample Size	Target Power	Actual Power
3	614	0.9	0.900189

Power Curve for 1-Sample Poisson Rate



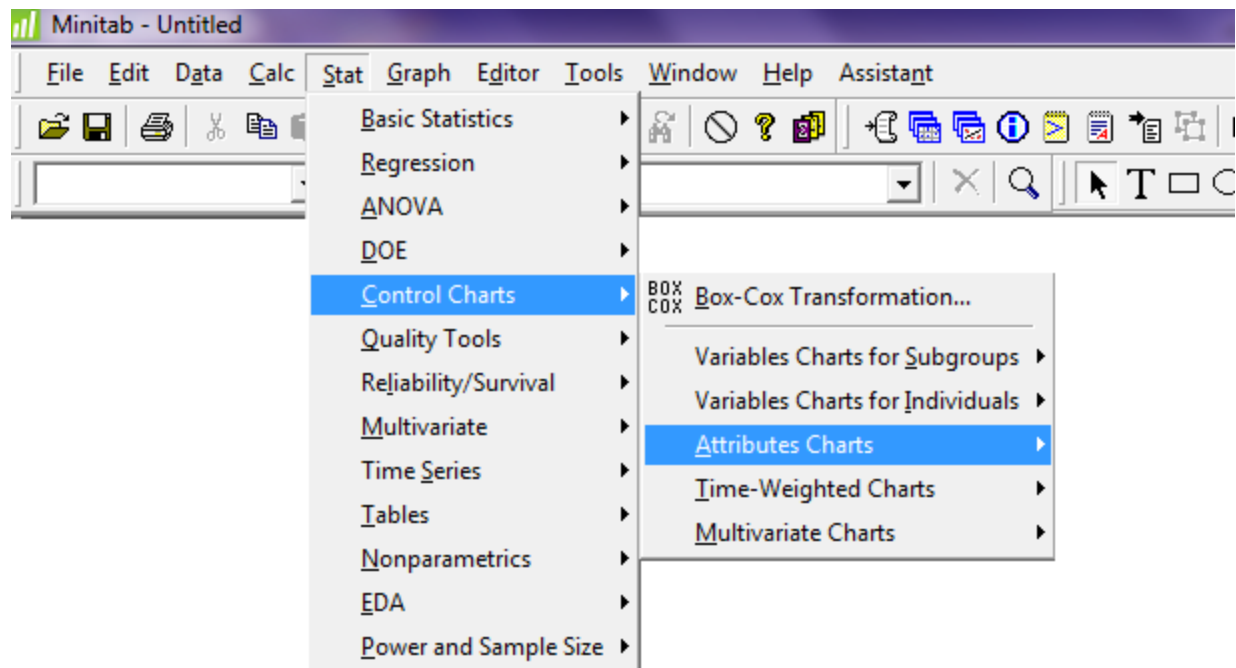
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید برای اینکه تغییر متوسط تعداد نقص از 2.725 به 3 تا با احتمال 0.9 با اولین نمونه گیری کشف شود نیاز به 614 متر مربع پارچه کتان می باشد.

طریقه رسم نمودار U در Minitab

مثال: برای مثال فوق نمودار U را رسم کنید.

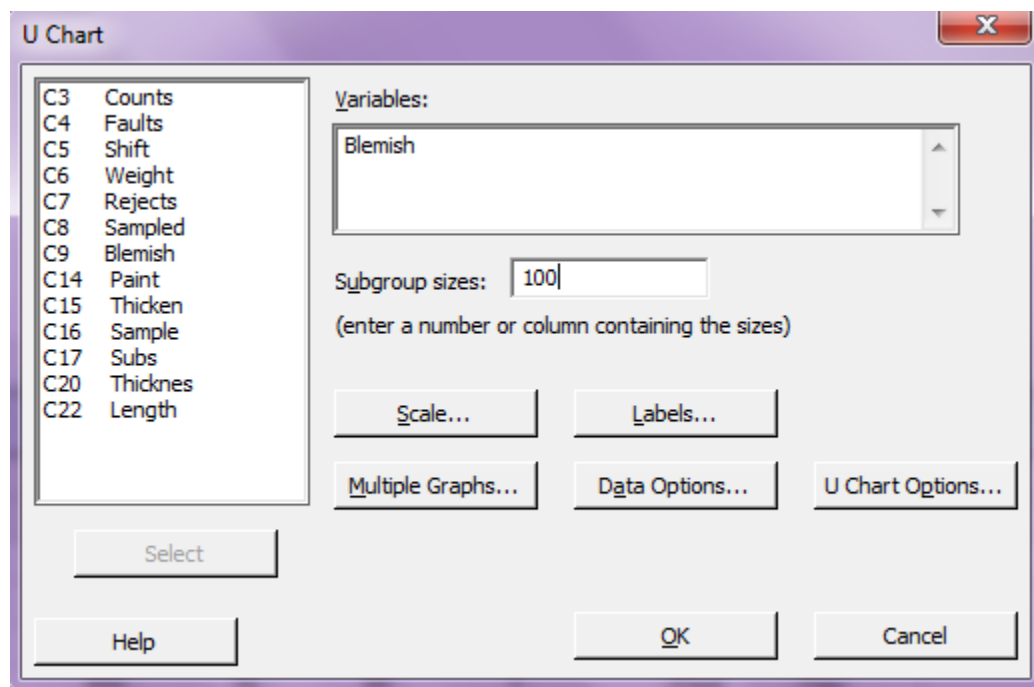
قدم اول: از منوی file گزینه open worksheet را انتخاب کرده و از آنجا فایل EXH-QC.MTW را انتخاب کنید .

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت Variables ستونی را که تعداد نقص ها در هر واحد بازرسی را ثبت کردید ، وارد کنید. در این مثال ستون Blemish را وارد کنید.

قدم چهارم : در قسمت Subgroup sizes در صورتی که اندازه هر واحد بازرسی ثابت است ، عدد آن را وارد کنید اما در صورتیکه اندازه هر واحد بازرسی متغیر می باشد ، ستون مربوط به اندازه آن را وارد کنید. در این مثال عدد 100 را وارد کنید.



قدم پنجم: به U chart option رفته تا قسمت Parameters را توضیح دهیم.

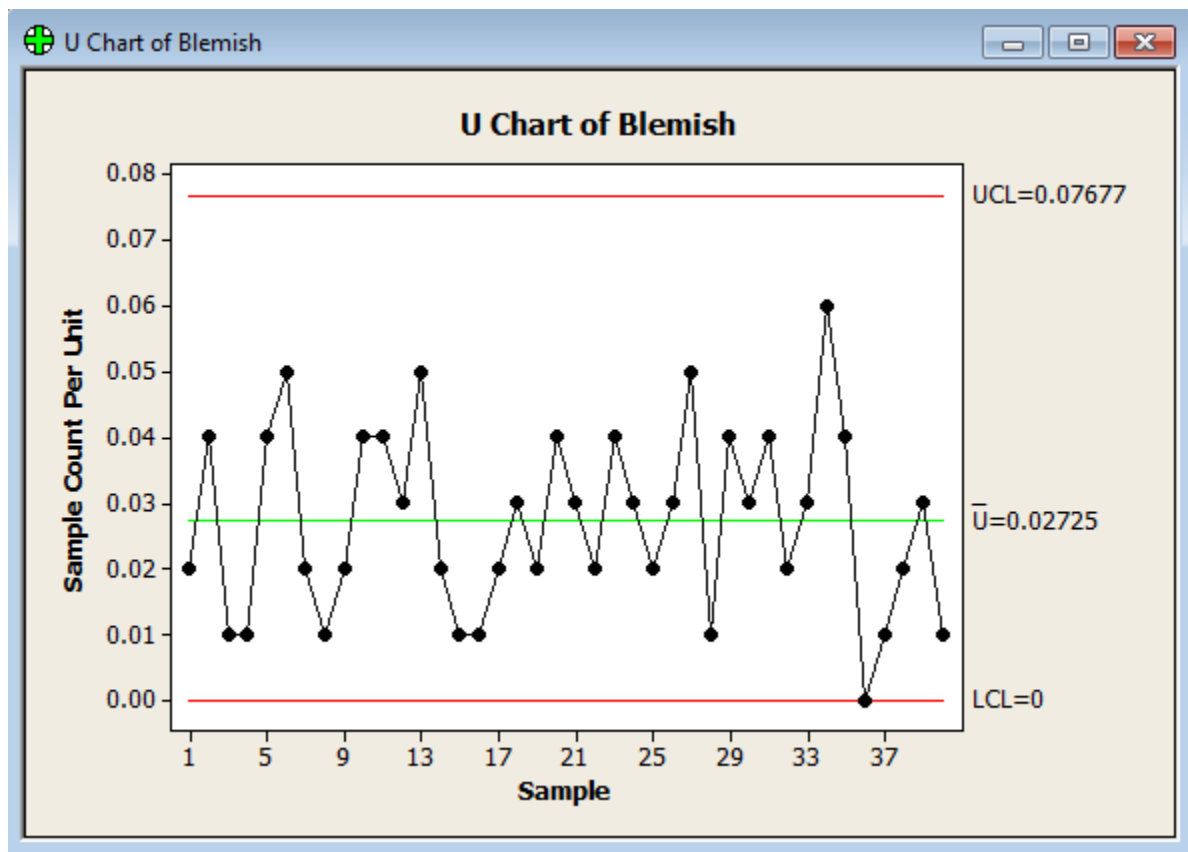
:Parameters

در این قسمت اگر تخمینی از متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحد بازرسی را دارید وارد کنید (حتماً)

$$\frac{\bar{c}}{n} \text{ را وارد کنید.}$$

سایر قسمت ها مشابه نمودار های گذشته می باشد.

قدم ششم: Ok را بزنید.



تحلیل: کلیه نقاط بین حدود بالا و پایین می باشند و فرآیند تحت کنترل است و متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی برابر 0.027 تا نقص می باشد.

تمرینات فصل ششم

1- یک نمودار P در ارتباط با بازرسی فرآیند خاصی استفاده می شود. نتایج 20 نمونه اخیر به قرار زیر است.

تعداد نامتنظیمی	اندازه نمونه	
6	107	1
5	158	2
3	187	3
11	103	4
12	115	5
12	118	6
7	197	7
4	106	8
4	195	9
19	148	10
10	151	11
3	135	12
14	185	13
9	133	14
17	163	15
13	186	16
18	134	17
17	104	18
9	144	19
12	101	20

- (a) آیا فرآیند تحت کنترل می باشد؟ در غیر این صورت فرآیند را تحت کنترل در بیاورید
- (b) متوسط نسبت اقلام معیوب فرآیند را تخمین بزنید
- (c) در صورتیکه متوسط نسبت اقلام معیوب به 0.08 تغییر پیدا کند با 150 نمونه، احتمال کشف تغییر را با اولین نمونه گیری به دست بیاورید
- (d) در صورتیکه متوسط نسبت اقلام معیوب به 0.08 تغییر پیدا کند با چه اندازه نمونه ای احتمال کشف تغییر آن برابر با 0.85 خواهد شد؟
- (e) منحنی توان آزمون را برای نسبت های اقلام معیوب بیش از میانگین فعلی رسم کنید
- 2- نمودار Np را برای مشاهدات بالا رسم کنید و متوسط تعداد اقلام معیوب را تخمین بزنید.**
- 3- کومباین های مونتاژ و کامل شده، قبل از فروش، باید مورد بازرسی چشمی قرار گیرند که شامل عملیات مکانیزم کاری هم می شود. زمانی که نیاز باشد تعمیرات لازم انجام می شود. به علاوه بازخورد نتایج مونتاژ و قسمت های قطعات برای کاهش تعمیرات مد نظر قرار می گیرد و سعی می شود از عیوب جلوگیری گردد. داده های زیر در ماه زمانی که مطالعات انجام می شود، جمع آوری شده است به طوریکه در هر روز 40 نمونه برداشت نموده و تعداد نقص ها را در هر 40 واحد ثبت می کنیم.**
- (a) یک نمودار C برای داده های زیر ترسیم و تفسیر کنید. آیا فرآیند تحت کنترل است؟
- (b) متوسط تعداد نقص در هر واحد بازرسی را تخمین بزنید
- (c) در صورتیکه متوسط تعداد نقص به 13 تا در هر واحد بازرسی تغییر پیدا کند، احتمال کشف تغییر را با اولین نمونه گیری به دست بیاورید.
- (d) در صورتیکه متوسط تعداد نقص به 13 تا در هر واحد بازرسی تغییر پیدا کند، اندازه نمونه چقدر باشد تا با احتمال 0.85 با اولین نمونه گیری پی به وجود تغییر ببریم
- (e) منحنی توان آزمون را برای تغییرات بیش از میانگین فعلی تعداد نقص در هر واحد بازرسی رسم کنید

تعداد عیب	
9	1
6	2
9	3
13	4
8	5
14	6
15	7
13	8
8	9
15	10
11	11
6	12
12	13
9	14
10	15
8	16
9	17
10	18
7	19
13	20
12	21
8	22
12	23
14	24
14	25

4- نمودار U را برای مقادیر ثبت شده برای مثال بالا رسم کنید.

فصل هفتم

تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند

در این فصل می آموزید:

- مفاهیم تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر
- قابلیت های Minitab در تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر و وصفی
- تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر با Minitab
 - تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی نرمال با Minitab
 - تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای چندین مشخصه کیفی نرمال با Minitab
 - تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی نرمال و اندازه زیرگروه بیش از يك و تحلیل همزمان اختلافات بین زیر گروه ها و درون زیر گروه ها (Between/within) با Minitab
 - تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی غیر نرمال با Minitab
- تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی وصفی
 - تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای نسبت اقلام معیوب با Minitab
 - تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای يك نقص خاص با Minitab

مفاهيم تجزيه و تحليل کاريي فرآيند براي مشخصه های کيفی متغير

پس از اينکه فرآيند تحت کنترل آماری درآمد بايد ببينيم که آیا فرآيند توليد قادر به رعايت حدود مشخصات فني (USL و LSL) مي باشد يا خير؟ براي چنين تجزيه و تحليلي از شاخص هاي زير استفاده مي کنيم.

حدود مشخصات فني (Upper Specification Limit - Lower Specification Limit)

حدودی می باشد که توسط طراح و يا خود سازمان تعيين می شود و يا به عبارتی حدودی می باشد که بايد فرآيند آن را رعايت می کند.

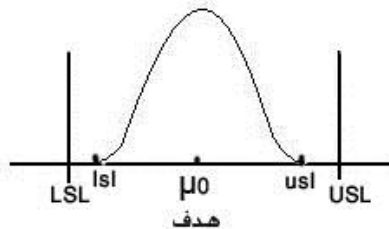
شاخص CP (شاخص بالقوه قابليت فرآيند):

عبارت است از نسبت تفاوت حد بالا و پايين مشخصات فني نسبت به تفاوت حد بالا و پايين فرآيند

$$(UCL - LCL = 6\hat{\sigma})$$

$$cp = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}}$$

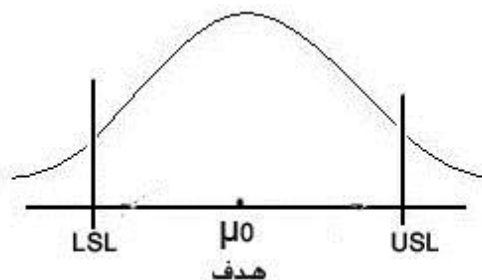
اگر تفاوت USL-LSL از $6\hat{\sigma}$ بيشتر باشد ، آنگاه :



Cp > 1 (خوب)

در اين صورت فرآيند قادر به رعايت حدود مشخصات فني مي باشد.

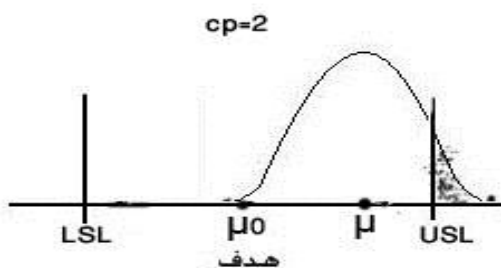
اگر تفاوت USL-LSL از $6\hat{\sigma}$ کمتر باشد آنگاه:



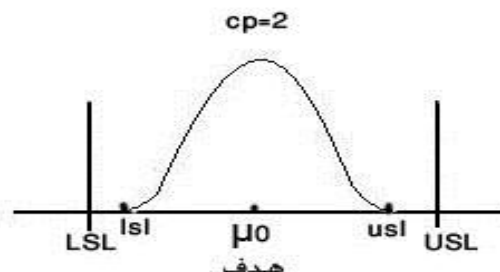
(بد) $C_p < 1$

در اینصورت فرآیند قادر به رعایت حدود مشخصات فنی نخواهد بود و ضایعات بالا می باشد.

شاخص C_p قابلیت فرآیند را بر حسب تغییرات $\hat{\sigma}$ بررسی می کند اما موقعیت فرآیند (یعنی جایگاه $\hat{\mu}$ میانگین فرآیند قرار میگیرد) در نظر نمی گیرد. به مثال های زیر توجه کنید:



شکل 2



شکل 1

در هر دو شکل $cp=2$ می باشد اما ضایعات در شکل 2 بسیار بالاست در حالیکه نسبت تفاوت

$USL - LSL$ نسبت به $6\hat{\sigma}$ در هر دو شکل یکی است اما همانطور که می بینیم میانگین فرآیند در شکل 1 و 2 متفاوت است اما شاخص cp نتوانسته موقعیت میانگین فرآیند $\hat{\mu}$ را از μ_0 (مقدار هدف) نشان دهد.

لذا برای حل این مشکل از شاخصی به نام cp_k (شاخص بالفعل قابلیت فرآیند) استفاده میکنند. که در آن k عاملی است که تفاوت میانگین فرآیند $\hat{\mu}$ را از μ_0 نمایش می دهد.

$$cp_k = \min \left\{ \frac{USL - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} - \frac{\hat{\mu} - LSL}{3\hat{\sigma}} \right\} \quad \text{شاخص قابلیت فرآیند (بالفعل)}$$

$$cp_k = (1 - k)cp, \quad k = \frac{|\mu_0 - \hat{\mu}|}{\frac{USL - LSL}{2}}, \quad 0 \leq k \leq 1$$

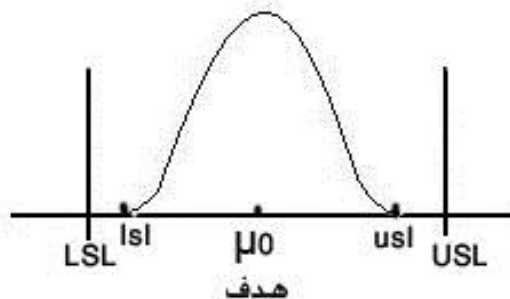
IF	$k=0$	$\mu_0 = \hat{\mu}$	\rightarrow	$C_{pk}=C_p$
IF	$0 < k < 1$	$\mu_0 \neq \hat{\mu}$	\rightarrow	$C_{pk} < C_p$

شاخص cp_k نیز مانند cp اگر بزرگتر از يك باشد يعني فرآیند قادر به رعایت حدود مشخصات فني می باشد و بر عکس. به مثال هاي زیر توجه کنید:

(مثال 1)

$$k=0$$

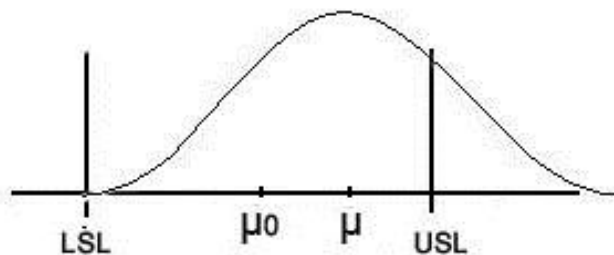
$$C_{pk} > 1$$



(مثال 2)

$$k \neq 0, \hat{\mu} > \mu_0$$

$$C_p, cp_k > 1$$

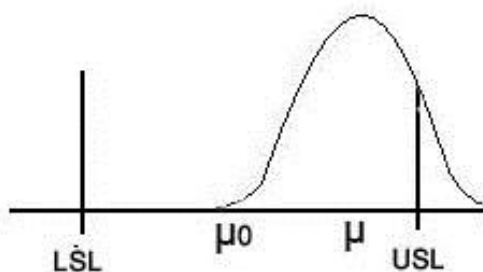


مثال 3)

$$cp=2$$

$$\hat{\mu} > \mu_0$$

$$cp_k=0.5$$



$$cp_u = \frac{USL - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}}$$

$$cp_k = cp_u$$

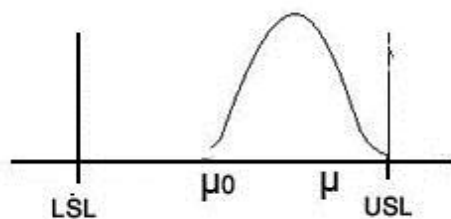
در صورتیکه $\hat{\mu} > \mu_0$ باشد،

مثال 4)

$$cp=2$$

$$cp_k=1.5$$

$$\hat{\mu} > \mu_0$$

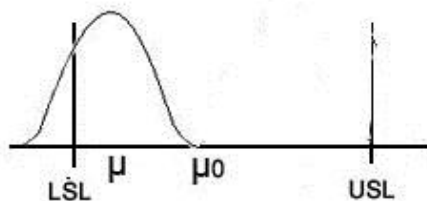


مثال 5)

$$\hat{\mu} < \mu_0$$

$$CP=2$$

$$CP_K=0.5$$



در صورتیکه $\hat{\mu} < \mu_0$ باشد، $cp_K = cp_l$ می باشد.

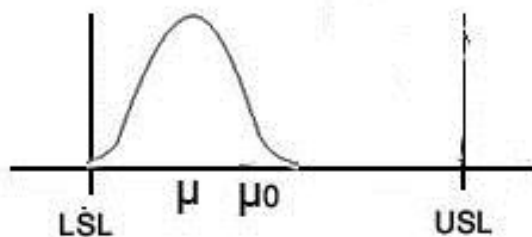
$$cp_l = \frac{\hat{\mu} - LSL}{3\hat{\sigma}}$$

مثال 6)

$$cp=2$$

$$cp_K=1.5$$

$$\hat{\mu} < \mu_0$$



شاخص های C_p و C_{pk} و C_{pu} و C_{pl} برای تخمین انحراف معیار از $\frac{\bar{R}}{d2}$ یا $\frac{\bar{S}}{c4}$ یا $\frac{Sp}{d2}$ استفاده می کند. که بیانگر متوسط پراکندگی درون هر گروه منطقی (Within) می باشد.

در صورتیکه بخواهیم بهبودی که در فرآیند ایجاد کردیم و نتیجه ی موقت آن را مشاهده کنیم از شاخص های cp و cp_k و cp_u و cp_l استفاده می کنیم. اما اگر بخواهیم توانایی کل فرآیند را در دراز مدت و یا به عبارتی توانایی که فرآیند به طور کل در گذشته داشته است را ببینیم از شاخص p_b و p_{bk} استفاده می کنیم که آنها برای تخمین انحراف معیار از S استفاده می کنند که S بیانگر پراکندگی کل (ترکیبی از پراکندگی درون زیر گروه ها و بین زیرگروه ها) می باشد.

$$p_b = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}}$$

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k n_i - k}}$$

به طور کلی از شاخص های C_p و C_{pk} برای پیش بینی فرآیند در آینده و به طور موقت و از شاخص های p_b و p_{bk} برای بیان قابلیت فرآیند در گذشته و در دراز مدت استفاده می شود.

قابلیت های Minitab در تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر و وصفی

هنگامیکه شما از Minitab برای تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند استفاده می کنید، Minitab گزینه های مختلفی را در اختیار شما قرار می دهد که می خواهیم به بررسی آنها بپردازیم.

از منوی Stat گزینه Quality tools را انتخاب کنید و روی Capability analysis کلیک نمایید تا چند گزینه را توضیح دهیم:

:Normal

هرگاه مشخصه کیفی شما توزیع نرمال داشته باشد و شما از نمودار های کنترل برای مشخصه کیفی متغیر استفاده کرده باشید، و حال می خواهید توانایی فرآیند خود را در رعایت حدود مشخصات فنی ببینید از این گزینه استفاده کنید.

:Between/within

هرگاه شما از نمودارهاي کنترل براي مشخصه کيفي متغير استفاده کرده باشید و داده هاي شما توزيع نرمال داشته باشد ، همچنين وقتي که اختلاف بين زیرگروههاي منطقي نیز براي شما مهم باشد

(Between) ، از اين گزینه استفاده مي کنيد. همچنين شما ميتوانيد اختلاف درون زیر گروهها را نیز بررسي کنيد. (within)

Between: بين زیرگروههاي منطقي I و MR

Within: درون زیر گروههاي منطقي R يا S

:Non normal

هرگاه داده هايي که شما جمع آوري کردید از توزيعی غير از توزيع نرمال پیروي کند و حال شما بدون تبديل داده ها به توزيع نرمال مي خواهيد ببينيد که آیا فرآيند قادر به رعايت حدود مشخصات فني خواهد بود يا خير ، از اين گزینه استفاده کنيد. دقت داشته باشید وقتي از اين گزینه استفاده مي کنيد حتماً بايد تابع توزيع داده هايتان را مشخص کنيد.

:Multiple variables(Normal)

از اين گزینه وقتي که مي خواهيد هم زمان با هم توانايي چند فرآيند را مقايسه کنيد ، استفاده کنيد. مثلاً ميخواهيد کارايي فرآيند را در مورد کيفيت قطعه اي قبل از بهبود و بعد از بهبود در فرآيند مقايسه کنيد.

(توجه داشته باشید که داده هايتان توزيع نرمال داشته باشد در غير اينصورت از قسمت Multiple variables Non normal) استفاده کنيد و توزيع داده هايتان را نیز مشخص کنيد.

:Binomial

هنگاميکه شما براي تحت کنترل در آوردن يك فرآيند از نمودار کنترل نسبت اقليم معيوب P و يا تعداد اقليم معيوب nP استفاده کردید ، حال براي تجزيه و تحليل کارايي فرآيند در برابر رعايت حدود مشخصات فني حتماً از اين گزینه استفاده کنيد.

:Poisson

هنگاميکه شما براي تحت کنترل در آوردن يك نوع نقص خاص در فرآيندتان از نمودارهاي کنترل C و U استفاده کردید ، حال براي تجزيه و تحليل کارايي فرآيند در برابر رعايت حدود مشخصات فني حتماً از اين گزینه استفاده کنيد.

Capability sixpack

اين گزینه خود شامل گزینه هاي normal و between/within و non normal مي باشد.

:Capability six pack normal

شامل 6 نمودار به شرح زیر می باشد:

نمودار کنترل R (برای اندازه زیر گروه بیشتر از 1) و \bar{X} (برای اندازه زیر گروه بیشتر از 1)، نمودار کنترل MR (برای اندازه زیر گروه برابر یک) و Individuals (برای اندازه زیر گروه برابر 1)، نمودار روند (برای هر اندازه نمونه و 25 نمونه آخر)، تست نرمال بودن داده ها (برای هر اندازه نمونه)، هیستوگرام (برای هر اندازه نمونه) و تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند.

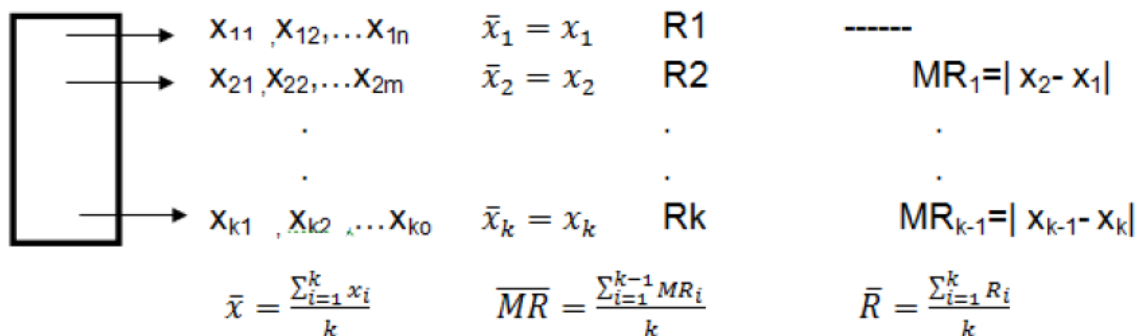
:Capability six pack between/within

وقتی از این گزینه استفاده می کنید حتماً باید اندازه زیر گروه شما بیش از 2 باشد. این گزینه شامل 6 نمودار به شرح زیر است:

نمودار Individuals chart of subgroup means: این نمودار بدین صورت عمل میکند که

میانگین هر زیر گروه منطقی را یک \bar{x} یا یک مقدار انفرادی میگیرد و حد وسط آن از $\frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k}$

بدست می آید مثل شکل زیر :



نمودار Moving range chart of subgroup means: این نمودار بیانگر دامنه تغییرات متحرک

بین میانگین زیر گروههای منطقی می باشد یعنی اگر طول دامنه ی تغییرات متحرک برابر 2 باشد، MR

از رابطه ی $|x_2 - x_1|$ بدست می آید که x_1 و x_2 به ترتیب از $\frac{\sum_{j=1}^{n1} x_{1j}}{n1}$ و $\frac{\sum_{j=1}^{n2} x_{2j}}{n2}$ بدست می آید. یعنی

اگر بین میانگین زیر گروهها تفاوتی دیده شود نمودار MR بیانگر آن است.

نمودار Range chart of all data: این نمودار همان نمودار R در نمودار R-XBAR می باشد و

هر R_i بیانگر دامنه تغییرات درون هر زیرگروه منطقی می باشد. مثلاً اگر R_1 بیش از R_2 شده یعنی

پراکندگی گروه دوم از گروه اول بیشتر بوده اما اگر MR_2 از MR_3 بیشتر شد، یعنی میانگین گروه دوم نسبت به گروه سوم افزایش یا کاهش داشته است .

علاوه بر سه نمودار فوق در **Capability sixpack Between/within** ، هیستوگرام داده ها، آزمون اندرسون دارلینگ برای مطمئن شدن از نرمال بودن داده ها با طرح احتمال نرمال و همچنین نمودار کارایی فرآیند دیده می شود.

:Capability sixpack non normal

از این گزینه وقتی استفاده می شود داده ها توزیع نرمال نداشته باشند و حتماً باید تابع توزیع داده ها مشخص باشد این قسمت شامل شش نمودار به شرح زیر می باشد:

نمودار **Xbar** برای اندازه زیر گروه بیش از یک ، نمودار **R** برای اندازه زیر گروه بیش از یک ، نمودار **I** برای اندازه زیر گروه برابر یک ، نمودار **MR** برای اندازه زیر گروه برابر یک ، نمودار طرح احتمال تابع توزیع داده ها ، نمودار هیستوگرام داده ها به همراه پوشش خط تابع توزیع و نمودار تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند و نمودار روند برای 25 مشاهده آخر .

حال با شرح مثال هایی قسمت های ذکر شده را بیان می کنیم .

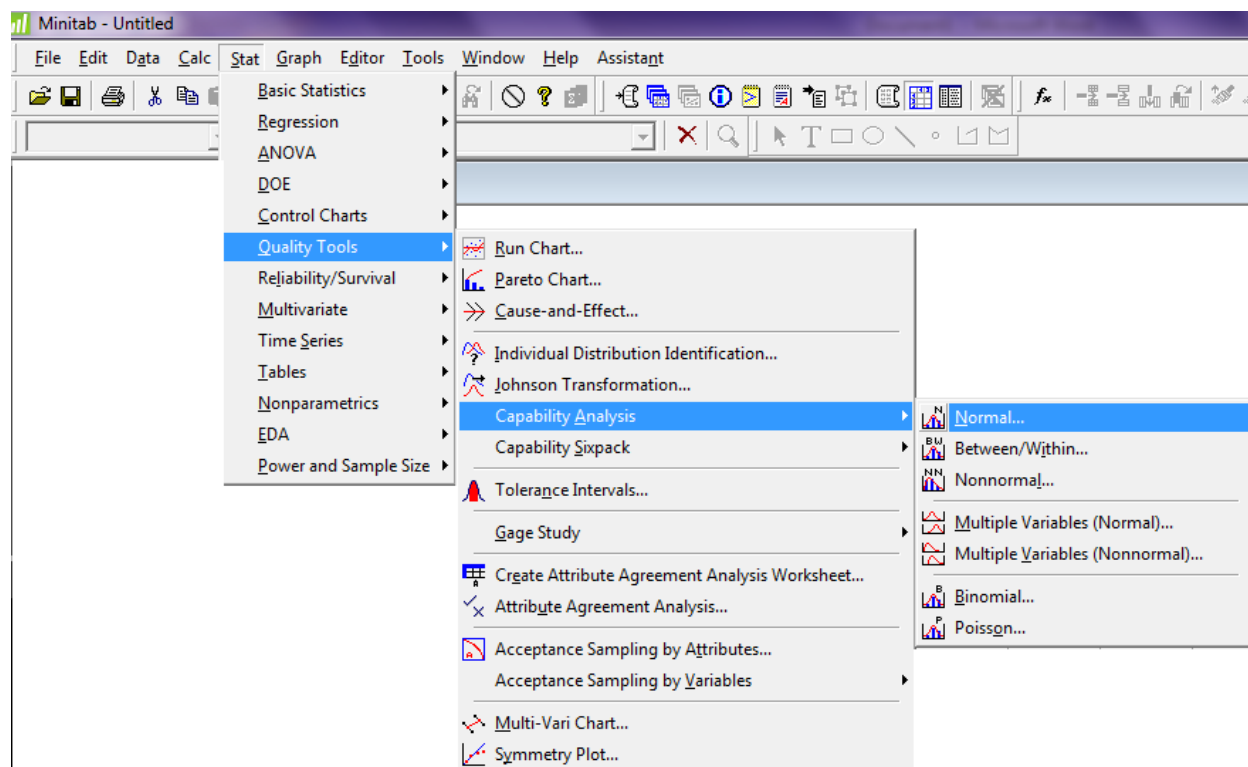
تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر با Minitab

تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی متغیر نرمال با Minitab

مثال: فرض کنید در قسمت مونتاژ یک شرکت اتومبیل سازی کار می کنید. میل بادامک مورد استفاده در این موتور ، باید طولی در فاصله $600 \pm 2mm$ داشته تا مشکلی در مونتاژ و عملکرد موتور پیش نیاید. این میل بادامک از دو تامین کننده یک و دو تهیه می شود. حال می خواهید با بررسی کارایی فرآیند تامین کننده یک ، ارزیابی کنید که آیا این تامین کننده فرآیندی توانا برای برآورده کردن مشخصات فنی دارد یا خیر؟

قدم اول: از منوی **File** قسمت **Open worksheet** ، فایل **Camshaft.MTW** را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در صورتیکه همه ی مشاهدات در يك ستون مي باشد، در قسمت Single column ستون مورد نظر را وارد کنید. در این مثال C2 را وارد کنید. در قسمت Subgroup sizes تعداد اندازه نمونه را وارد کنید در این مثال عدد 5 را وارد کنید. در صورتیکه اندازه نمونه متغیر است یا هر زیر گروه شامل هر سطر و مشاهدات هر زیرگروه در ستون هاي مختلف مي باشد، قسمت Subgroups across row of را انتخاب کنید و همه ی ستون هايي را که در برگزیده زیر گروهها مي باشد را وارد کنید.

قدم چهارم: در قسمت Lower spec و Upper spec شما بايد LSL و USL را وارد کنید. براي این مثال براي Lower spec عدد 598 و براي Upper spec عدد 602 را وارد کنید.

در صورتیکه Boundary را نیز انتخاب کنید، LSL و USL را به Upper bound(UB) و Lower bound(LB) تبدیل کرده که قبلاً در مورد آنها در نمودارهاي کنترل در قسمت S limits صحبت کردیم. وقتی از این گزینه استفاده میکنید مشاهداتی که خارج از حدود UB و LB می باشد را در هیستوگرام داده ها رسم نمی کند.

همچنین اگر میانگین یا انحراف معیار فرآیند شما معلوم است یا اطلاعاتي از گذشته آنها دارید در قسمت Historical mean و Historical standard deviation وارد کنید. در غیر اینصورت خود نرم افزار آنها را از داده هاي موجود محاسبه مي کند.

Capability Analysis (Normal Distribution)

Data are arranged as

☒ Single column: Supp1

Subgroup size: 5
(use a constant or an ID column)

☐ Subgroups across rows of:

Lower spec: 598 ☐ Boundary

Upper spec: 602 ☐ Boundary

Historical mean: (optional)

Historical standard deviation: (optional)

Buttons: Transform..., Estimate..., Options..., Storage..., Select, Help, OK, Cancel

قسمت Transform :

که قبلاً در مورد آن صحبت کردیم ، برای تبدیل داده های غیر نرمال به نرمال به کار می رود. با استفاده از این گزینه می توانید یکی از روش های تبدیل جانسون و BOX-COX را انتخاب کنید.

قسمت Estimate :

برای تعیین اینکه برای تخمین انحراف معیار نرم افزار از کدام روش بسته به اینکه اندازه نمونه يك یا بیش از يك می باشد استفاده کند ، به کار می رود که در مورد کلیه روش ها در نمودار کنترل صحبت کردیم.

قسمت Options :

شما می توانید مقدار هدف یا تارگت را در قسمت Target و فاصله ی بین UCL و LCL را در قسمت Calculate statistics using بر حسب دو برابر ضریب انحراف معیار (K) وارد کنید که به طور پیش فرض برابر 6 می باشد. در این مثال در قسمت تارگت عدد 600 را وارد کنید.

در قسمت Display شما می توانید نحوه نمایش PPM را به صورت Part Per Million (تعداد قطعات در يك میلیون) و یا به صورت درصد انتخاب کنید.

PPM (Part Per Million): عبارت است از متوسط تعداد قطعات پرت در میلیون

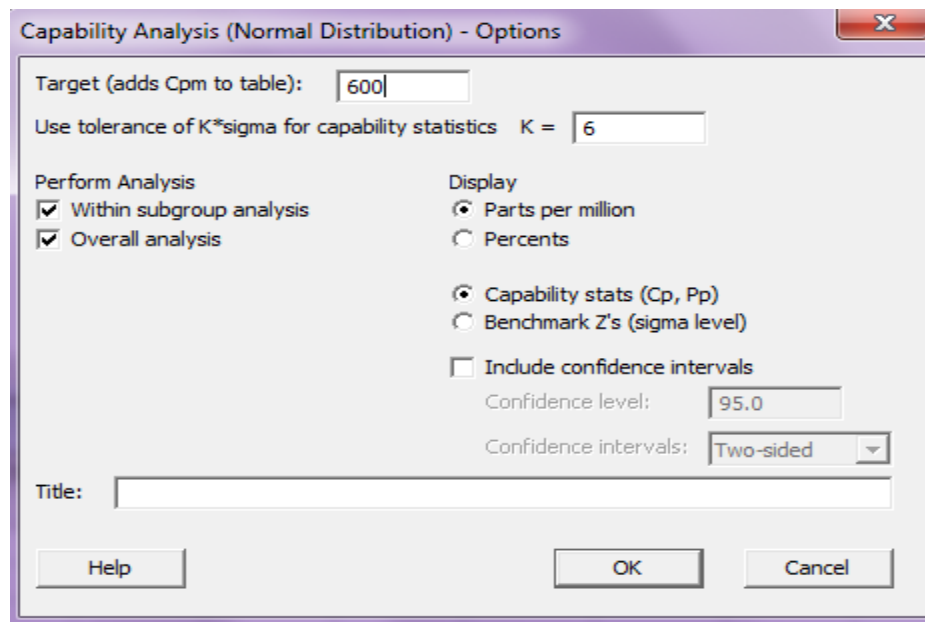
در قسمت Perform analysis شما میتوانید هر دو گزینه ی Within sub group analysis که شاخص های C_p و C_{pk} و ... و گزینه Overall analysis که شاخص های p_b و p_{bk} و ... را محاسبه می کند انتخاب کنید.

همچنین شما میتوانید یکی از دو روش نحوه تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند به روش معمول (p_b و C_p ...) و یا از روش Benchmark Zs انتخاب کنید.

همچنین اگر شما گزینه Include confidence intervals را انتخاب کنید می توانید در سطح اطمینان دلخواه که پیش فرض برنامه 0.95 است ، حد بالا و پایین برای شاخص های C_p و C_{pk} و p_b و p_{bk} تعیین کنید که اگر این گزینه را فعال کنید ، زیر هر یک از شاخص های فوق حد بالا و پایین هر یک به صورت Lower CL و Upper CL نمایش داده می شود . همچنین با استفاده از گزینه Confidence interval میتوانید مشخص کنید که آیا نرم افزار برای شاخص های ذکر شده حد دو طرفه (two sided) یا حد پایین (Upper bound) یا حد بالا (Lower bound) ایجاد کند.

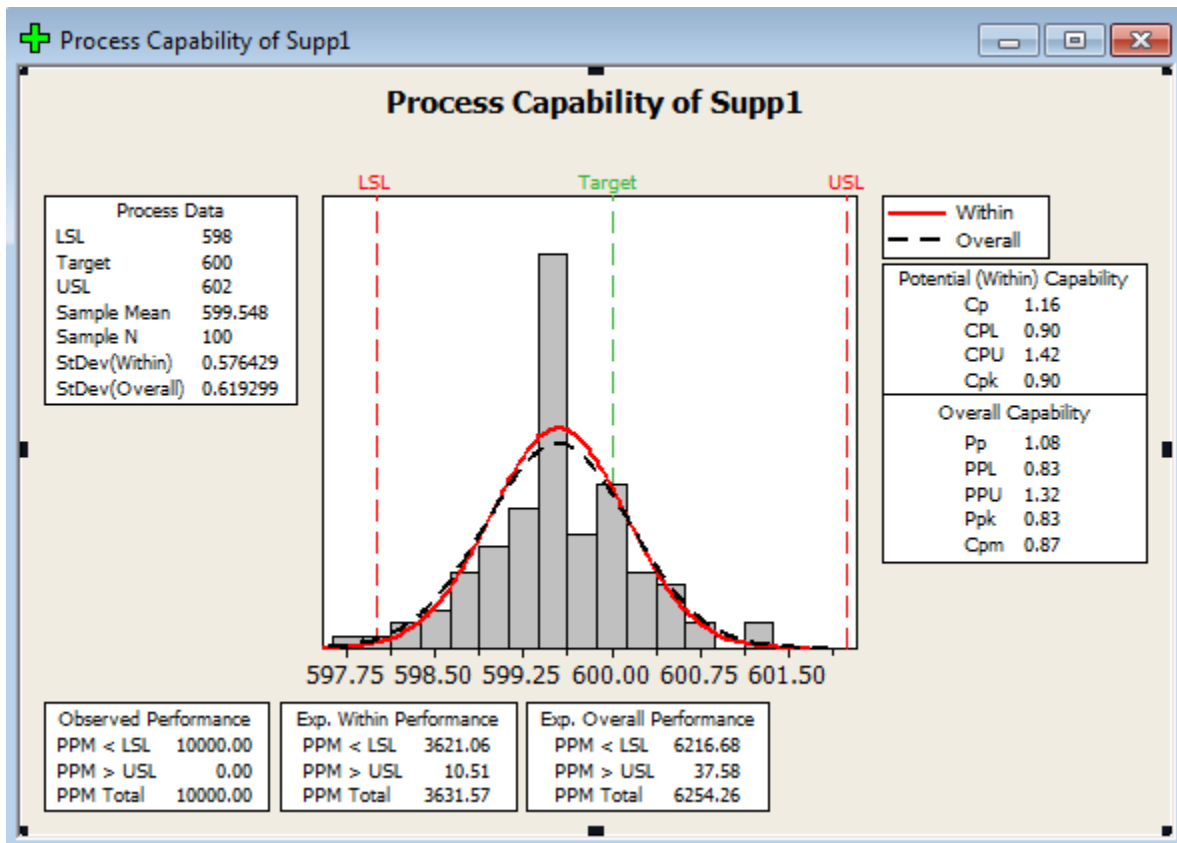
شاخص های C_p , C_{pk} , p_b و p_{bk} تخمین های نقطه ای می باشند و می توان برای آن ها از برآوردهای فاصله ای نیز استفاده کرد. به عنوان مثال برآورد فاصله ای دو طرفه در سطح اطمینان $1 - \alpha$ برای شاخص C_p به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}{n-1}} \leq c_p \leq \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} \sqrt{\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}}{n-1}}$$



قسمت Storage : شما میتوانید در این قسمت شاخص هایی که میخواهید ذخیره کنید را انتخاب کنید.

قدم پنجم: Ok را بزنید.



تحلیل : مقدار شاخص های cp_k و cp به ترتیب برابر 1.16 و 0.9 می باشد و این بیانگر آن است که فرآیند نسبتاً قادر به رعایت حدود مشخصات فنی می باشد و هیستوگرام شکل گواه این موضوع است. همچنین مقدار PPM در کل برابر 6254.26 شده است یعنی به طور متوسط از هر یک میلیون بادامک ، 6254 بادامک خارج از حدود مشخصه فنی می باشد. و PPM موقت فرآیند نیز برابر 3631.57 می باشد.

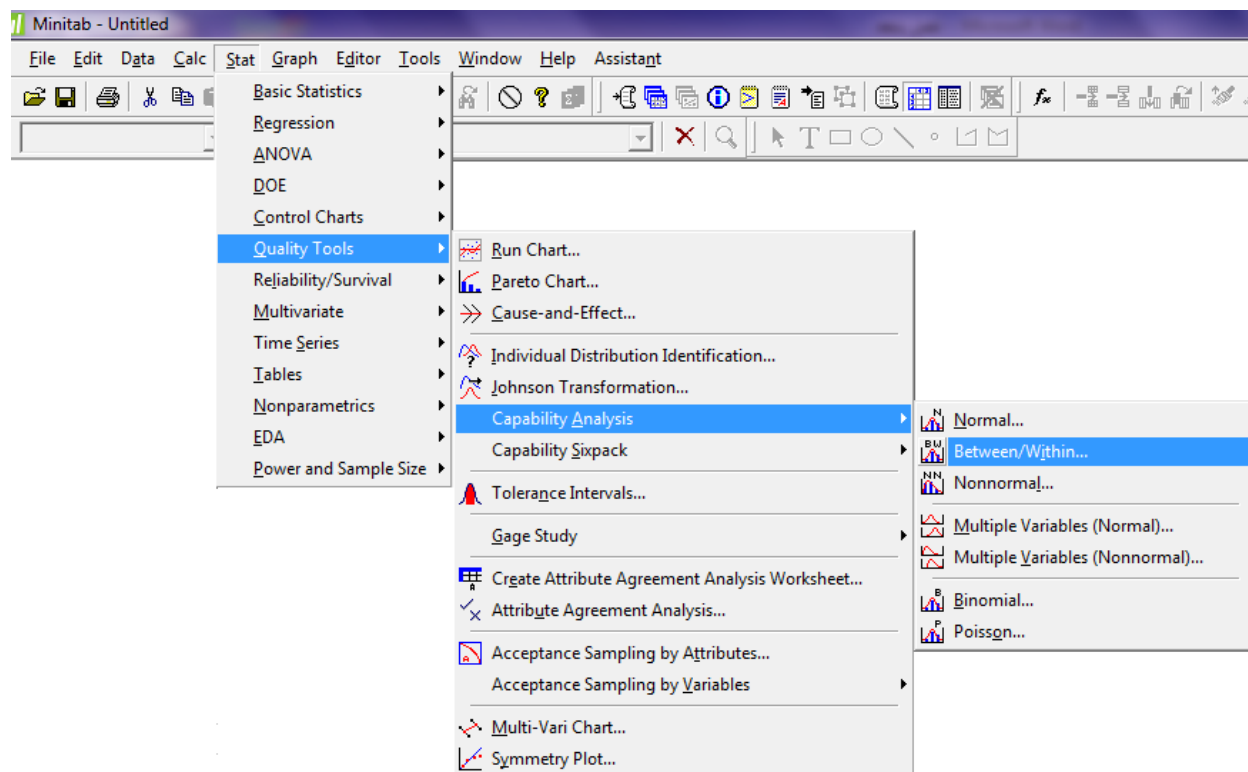
تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای داده های نرمال و اندازه زیر گروه بیش از یک و تحلیل هم زمان اختلاف درون زیر گروه ها (within) و بین زیرگروه ها (Between) با Minitab

مثال: شما علاقه مند به ارزیابی فرآیند پوشش رولهای کاغذی با لایه نازک فیلم هستید. نگرانی شما از این است که هم میانگین ضخامت لایه فیلم مقداری در فاصله 50 ± 3 بوده و هم نحوه پوشش روی رول

هاي متفاوت يكسان باشد. شما نمونه هايي 3 تايي از 25 رول كاغذ متفاوت انتخاب کرده و ضخامت لايه فيلم را اندازه مي گيريد. حال مي بايست شاخص هاي کارايي فرآيند را محاسبه نماييم.

قدم اول: از منوي File قسمت Open worksheet ، فايل BWCAPA.MTW را باز كنيد.

قدم دوم: مسير زير را دنبال كنيد.



قدم سوم: در قسمت Single column ستون c1 (Coating) را وارد كنيد و در قسمت Subgroup sizes ستون C2 را وارد كنيد.

قدم چهارم: در قسمت Lower spec و Upper spec عدهاي 47 و 53 را به ترتيب وارد كنيد. در صورتيكه از ميانگين فرآيند اطلاعاتي از گذشته موجود مي باشد در قسمت Historical mean وارد كنيد. همچنين اگر تخميني از گذشته در مورد انحراف معيار بين زير گروهها (\bar{R}, \bar{S}, Sp) موجود مي باشد، در قسمت Within subgroup و اگر تخميني از انحراف معيار بين گروهها (\bar{MR}) داريد در قسمت Between sub groups وارد كنيد. ساير قسمت ها مشابه گذشته مي باشد.

قدم پنجم: Ok را بزنيد.

Capability Analysis (Between/Within)

Data are arranged as

☒ Single column: Coating

Subgroup size: Roll
(use a constant or an ID column)

☐ Subgroups across rows of:

Lower spec: 47 ☐ Boundary

Upper spec: 53 ☐ Boundary

Historical mean: (optional)

Historical Standard Deviations

Within subgroup: (optional)

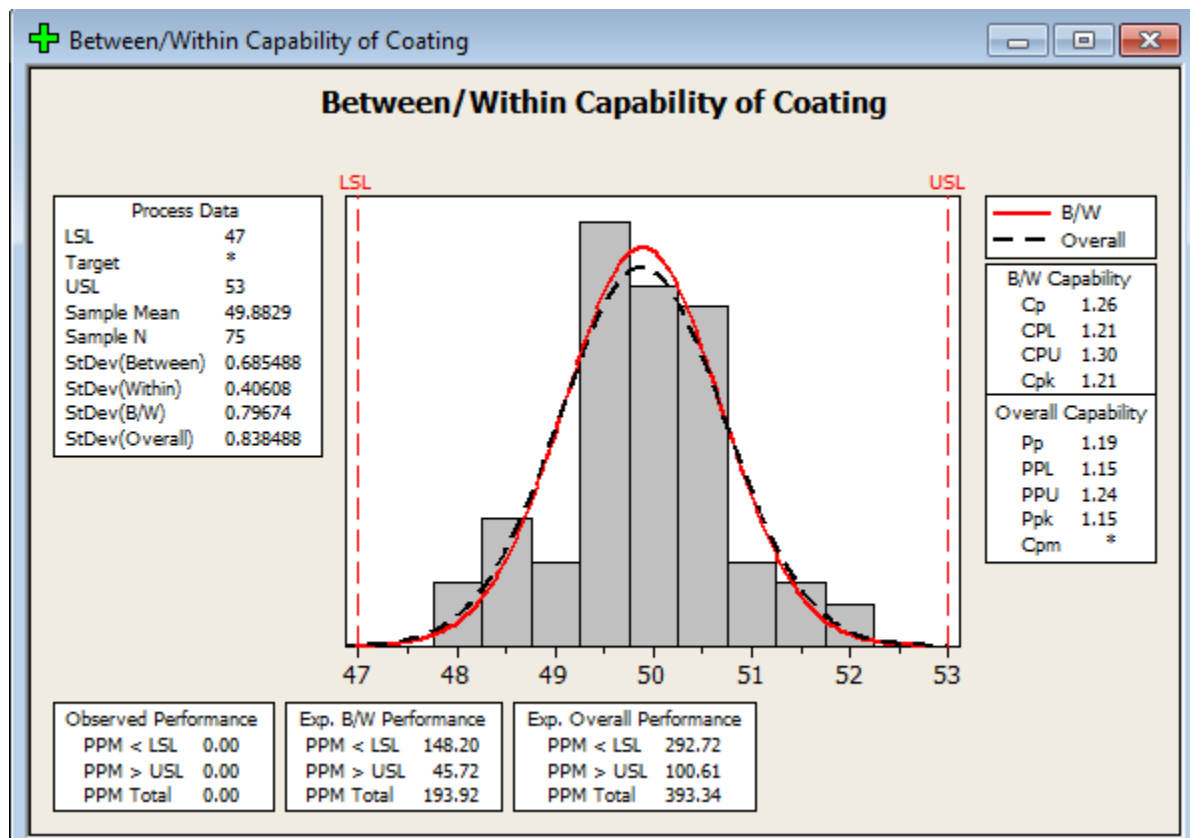
Between subgroups: (optional)

Box-Cox...
Estimate...
Options...
Storage...

Select

Help

OK
Cancel



تحلیل: مقدار شاخص های C_p و C_{pk} به ترتیب برابر 1.26 و 1.21 می باشد که بیانگر این است که فرآیند قادر به رعایت حدود مشخصات فنی می باشد و مقدار PPM کل فرآیند 411.23 می باشد که عدد نسبتاً خوبی است.

توجه داشته باشید شاخص های C_p و C_{pk} در تجزیه تحلیل Between/within برای بیان عملکرد فرآیند هم بین زیر گروههای منطقی و هم درون زیر گروه های منطقی برای رعایت حدود مشخصات فنی استفاده می شود یعنی به طور مثال شاخص cp از رابطه زیر به دست می آید:

$$cp = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}}$$

$$\hat{\sigma}_{Between/Within} = \sqrt{\sigma_{Between}^2 + \sigma_{Within}^2}$$

$$\sigma_{Between} = \sqrt{\max(0, \sigma_{\bar{x}}^2 - \sigma_{within}^2)}$$

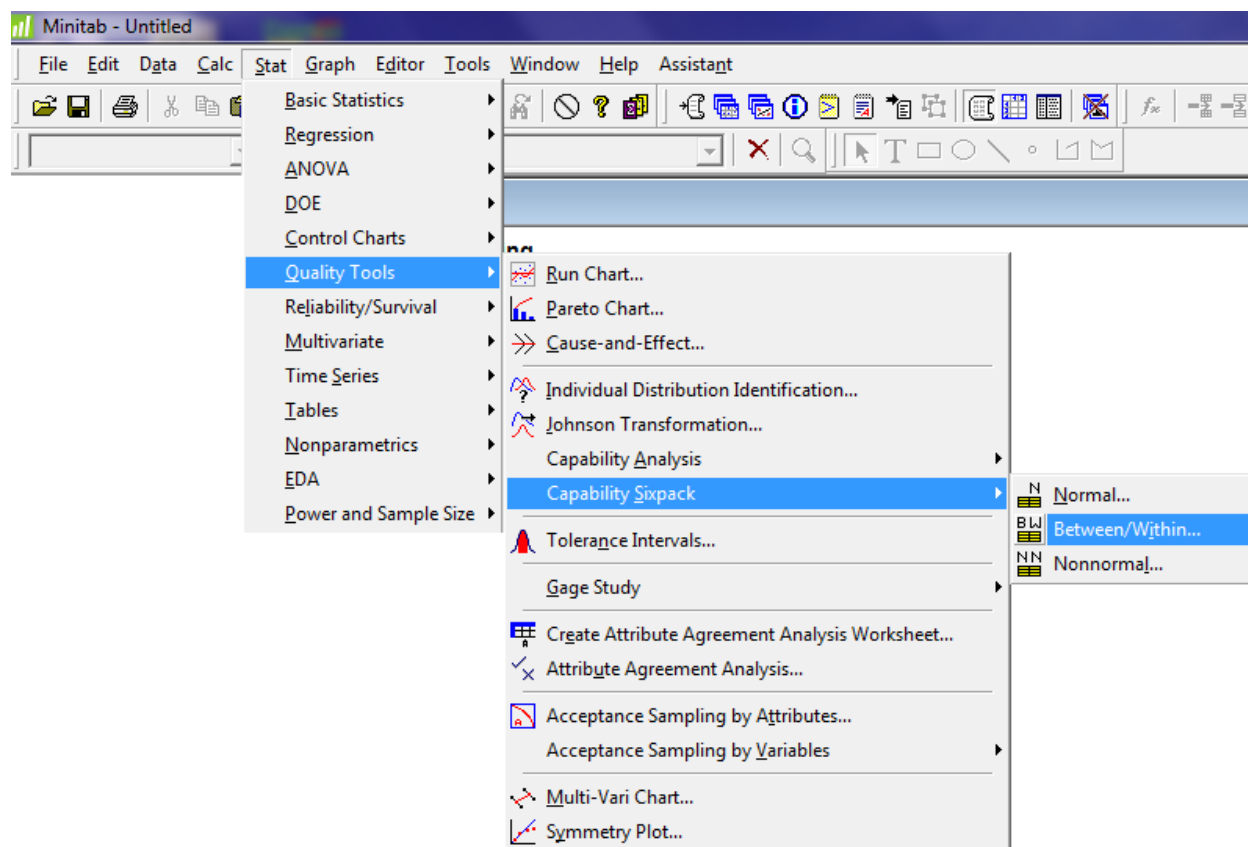
$$\hat{\sigma}_{Within} = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ or } \frac{\bar{s}}{c_4} \text{ or } \frac{s_p}{d_2}, d_2 \text{ و } c_4 = \text{تابعی از اندازه نمونه}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\overline{MR}}{d_2}, \quad d_2 = \text{تابعی از طول دامنه متحرک}$$

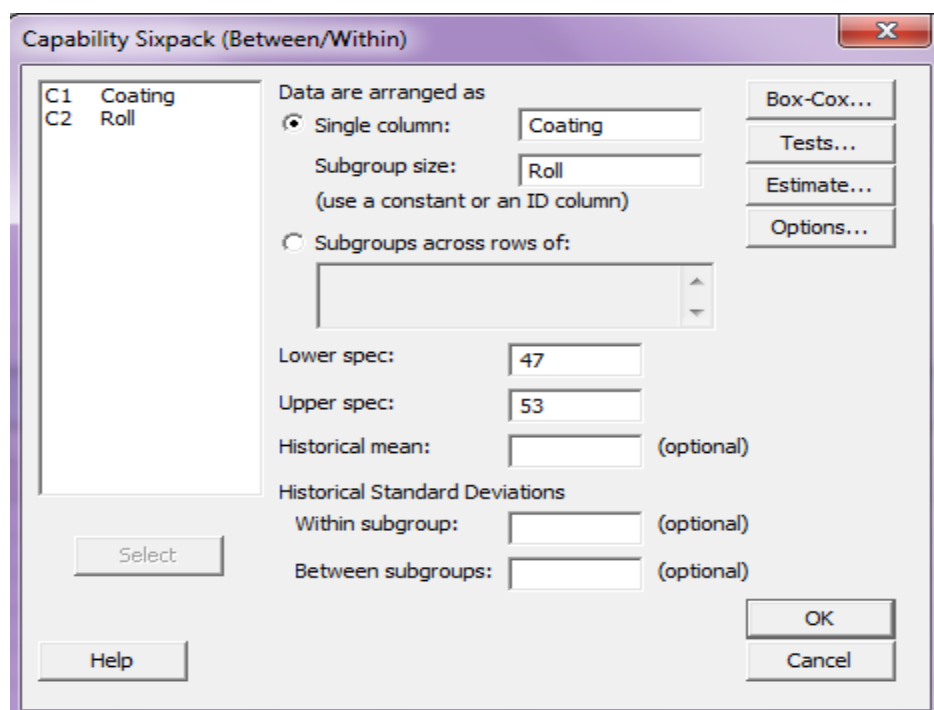
\overline{MR} : بیانگر متوسط دامنه ی تغییرات بین گروههای منطقی می باشد.

می توان روش تخمین انحراف معیار $\sigma_{\bar{x}}$ را در قسمت Estimate تغییر داد. مثلاً روش Md_{MR} یا Square root of MSSD را انتخاب کرد.

برای اینکه خروجی های بیشتری هم زمان با هم برای تحلیل های فوق داشته باشیم، میتوان مسیر زیر را دنبال کرد.



در قسمت Single column ستون C1 و در قسمت Subgroup sizes ستون C2 را وارد کنید. همچنین در قسمت Lower spec و Upper spec عددهای 47 و 53 را به ترتیب وارد کنید.



قسمت Test

همان 8 قانون حساس سازي مي باشد که در قسمت نمودارهاي کنترل براي مشخصه کيفي متغير توضيح داديم .

قسمت Option:

در اين قسمت فقط کافيست مقدار هدف و فاصله ي بين UCL و LCL به ترتيب در قسمت Target و Calculate statistics using وارد کنيد. در اين مثال در قسمت Target عدد 50 را وارد کنيد و Ok را بزنييد.

Capability Sixpack (Between/Within) - Options

Target (adds Cpm to table):

Use tolerance of K*sigma for capability statistics K =

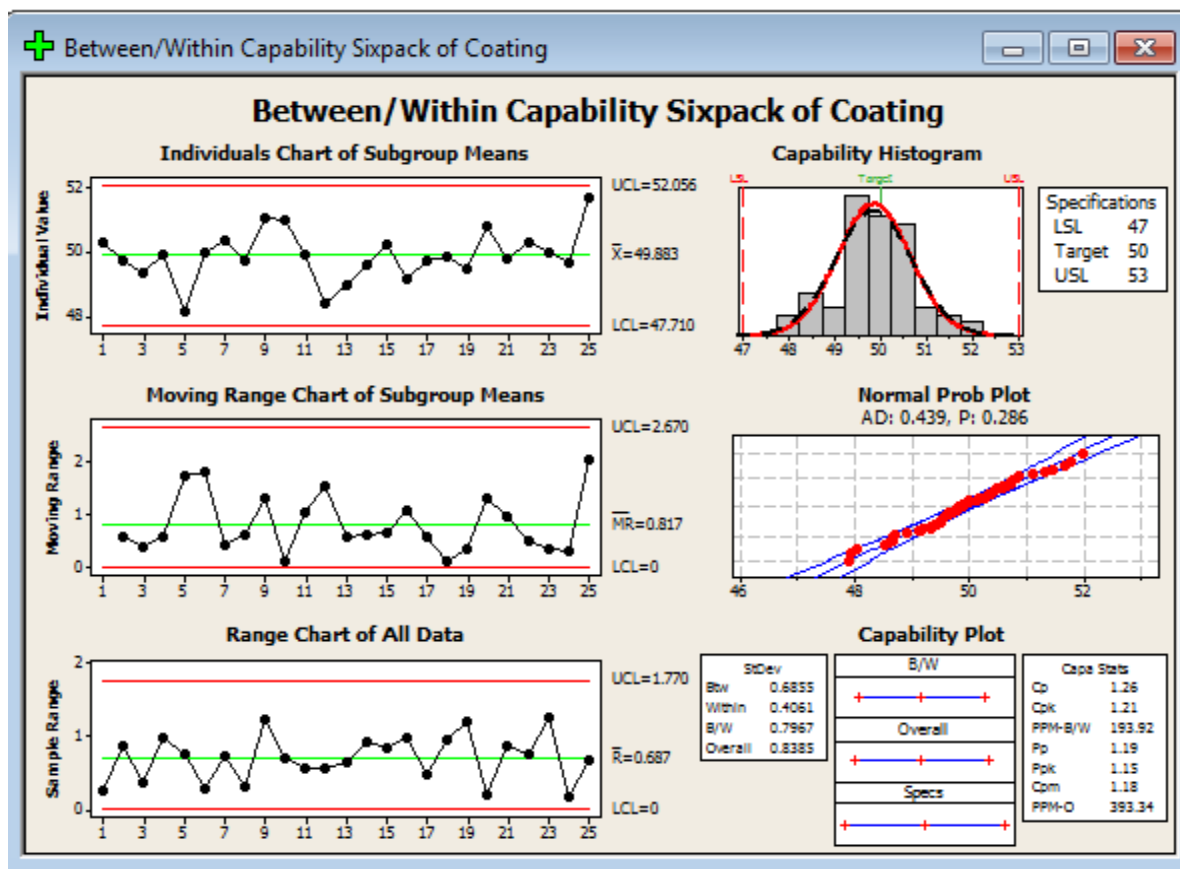
Display

☒ Capability stats (Cp, Pp)

☐ Benchmark Z's (sigma level)

Title:

Help OK Cancel



تحليل: نمودار Individuals charts of sub group means تغییرات میانگین زیر گروهها را تحت کنترل نشان می دهد .

همچنین نمودار Moving range chart of subgroup mean ، دامنه ی تغییرات متحرک بین میانگین زیرگروهها ی منطقی را تحت کنترل نشان می دهد. هر چند در انتهای فرآیند ، تغییر میانگین زیر گروه بیست و چهارم به بیست پنجم ، تغییر زیادی بوده است.

نمودار Range chart of all data همان نمودار \bar{R} می باشد که بیانگر دامنه ی تغییرات بین زیر گروهها می باشد که این نمودار نیز تحت کنترل است.

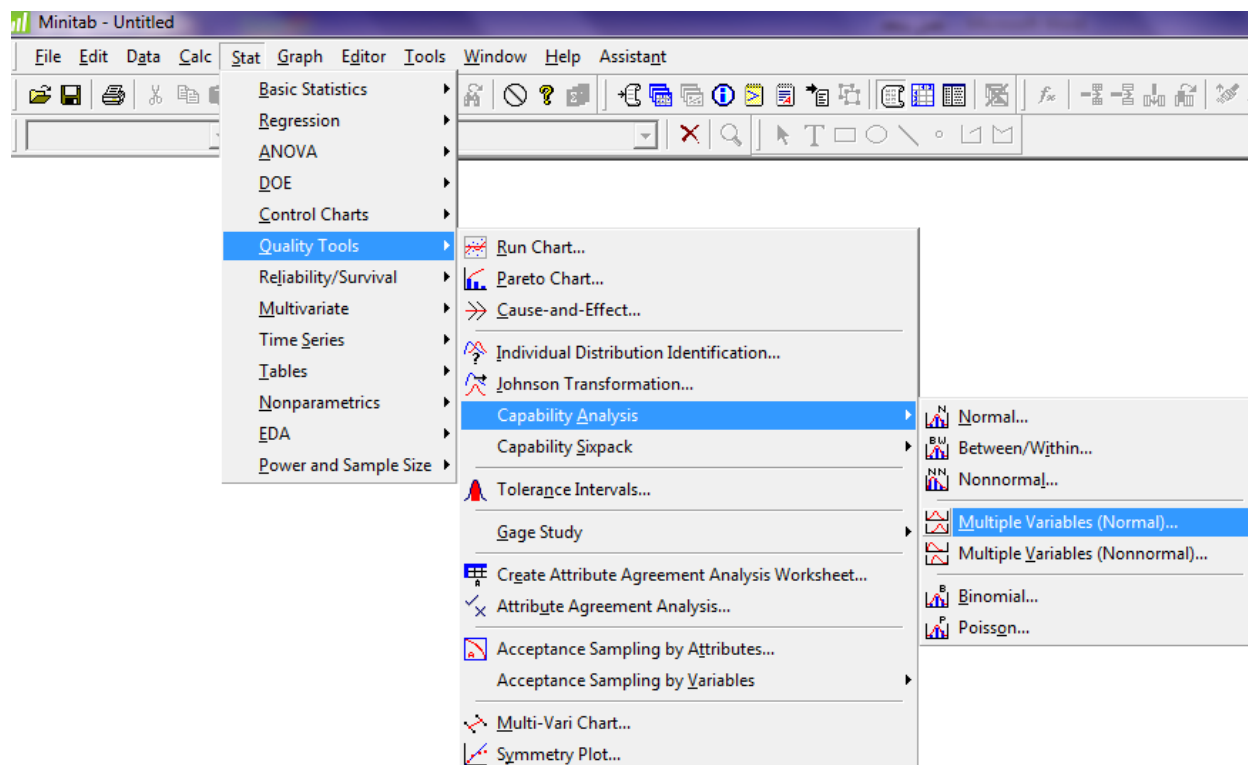
نمودار طرح نرمال به خوبی داده ها را پوشش می دهد و هم چنین مقدار P-Value برای آزمون اندرسون دارلینگ 0.28 شده که بیانگر این است که داده ها توزیع نرمال دارند. همچنین شاخص های C_p و C_{pk} به ترتیب برابر 1.26 و 1.21 می باشد و بیانگر این است که فرآیند قادر به رعایت حدود مشخصات فنی است. همچنین تخمین انحراف معیار درون زیرگروه ها (Within) و بین زیر گروه ها (Between) و تخمین کلی انحراف معیار (Overall) به ترتیب برابر 0.40 ، 0.68 و 0.83 می باشد. همچنین تخمین انحراف معیار مجموع بین زیر گروه ها و درون زیر گروه ها برابر 0.79 میباشد.

تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای چند مشخصه کیفی نرمال(Multiple variables(Normal)):

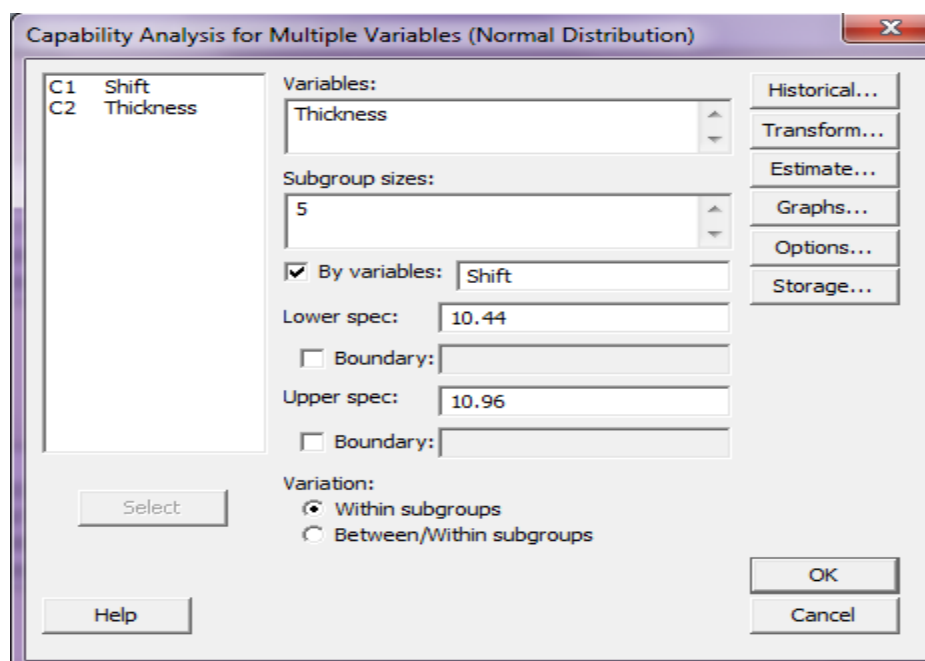
مثال: فرض کنید شما علاقه مند به تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند تولید نورد هستید. نگرانی شما از این است که ضخامت نوردهای تولید شده در شیفیت صبح و عصر متفاوت باشد. لذا نمونه های پنج تایی از ده بسته در هر شیفیت تهیه کرده و به مقایسه ی آن ها می پردازید. توجه داشته اشید ضخامت نوردها در هر شیفیت باید بین 10.44 تا 10.96 میلی متر باشد.

قدم اول : کاربرگ MCapa.MTW را باز کنید.

قدم دوم : مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: در قسمت Variables ستون Thickness و در کادر زیر Subgroup sizes عدد پنج را وارد کنید هم چنین گزینه By variables را فعال کرده و ستون Shift را وارد کنید. هم چنین در قسمت Lower spec و Upper spec به ترتیب عددهای 10.44 و 10.96 را وارد کنید و OK را بزنید.



Process Capability of Thickness by Shift

Process Data

Shift	LSL	Target	USL	Sample Mean	Sample N	StDev(Within)
1	10.44	*	10.96	10.8948	50	0.0234052
2	10.44	*	10.96	10.8892	50	0.0234052

Shift	StDev(Overall)
1	0.0218753
2	0.0225732

Potential (Within) Capability

Shift	Cp	CPL	CPU	Cpk
1	3.703	6.477	0.929	0.929
2	3.703	6.397	1.008	1.008

Overall Capability

Shift	Pp	PPL	PPU	Ppk	Cpm
1	3.962	6.930	0.994	0.994	*
2	3.839	6.633	1.045	1.045	*

Observed Performance

Shift	PPM < LSL	PPM > USL	PPM Total
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00

Exp. Within Performance

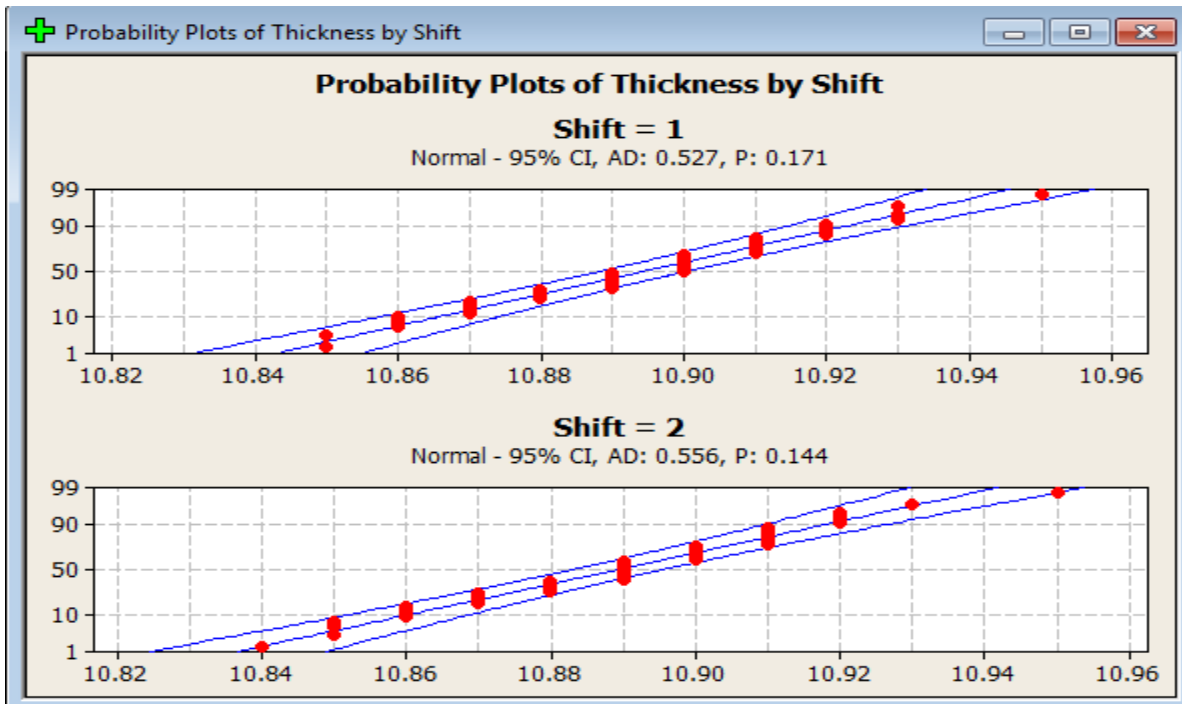
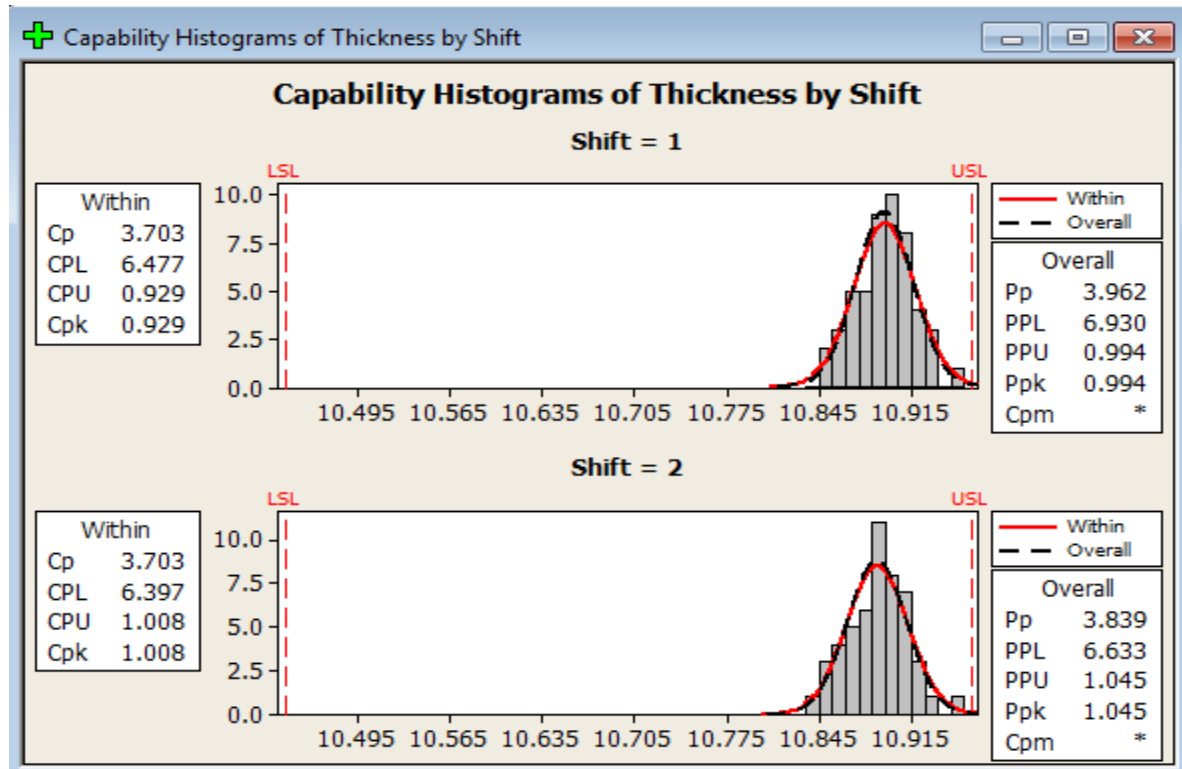
Shift	PPM < LSL	PPM > USL	PPM Total
1	0.00	2670.58	2670.58
2	0.00	1243.30	1243.30

Exp. Overall Performance

Shift	PPM < LSL	PPM > USL	PPM Total
1	0.00	1438.77	1438.77
2	0.00	855.01	855.01

همانطور که مشاهده می کنید میانگین و تخمین انحراف معیار درون زیر گروه های شیف اول (صبح) به ترتیب برابر 10.89 و 0.023 و برای شیف دوم برابر 10.88 و 0.023 میباشد که نشان دهنده آن است که هر دو شیف نسبتاً مشابه هم کار می کنند. هم چنین مقدار شاخص C_p و C_{pk} برای شیف اول به ترتیب برابر 3.703 و 0.92 میباشد. چون مقدار میانگین فرآیند بیش از مقدار تارگت یا هدف شده پس شاخص C_{pk} برابر شاخص C_{pu} شده و مقداری نزدیک به یک دارد، هم چنین مقدار همین شاخص ها برای شیف دوم نیز به ترتیب برابر 3.703 و 1.008 میباشد و نسبتاً مشابه شیف اول می باشد پس می توان نتیجه گرفت که هر دو شیف در رعایت حدود مشخصات فنی توانا می باشند. و با چنین شرایطی انتظار می رود که متوسط نسبت اقلام نامنطبق در شیف اول 2670 و در شیف دوم 1243

نورد از یک میلیون نورد تولید شده باشد. دو نمودار زیر نیز بیانگر مطالب فوق می باشد و همچنین نمودار طرح احتمال نرمال برای مشاهدات جمع آوری شده از هر دو شیفت نیز که نشان دهنده نرمال بودن مشخصه کیفی ضخامت نوردها در هر دو شیفت می باشد.

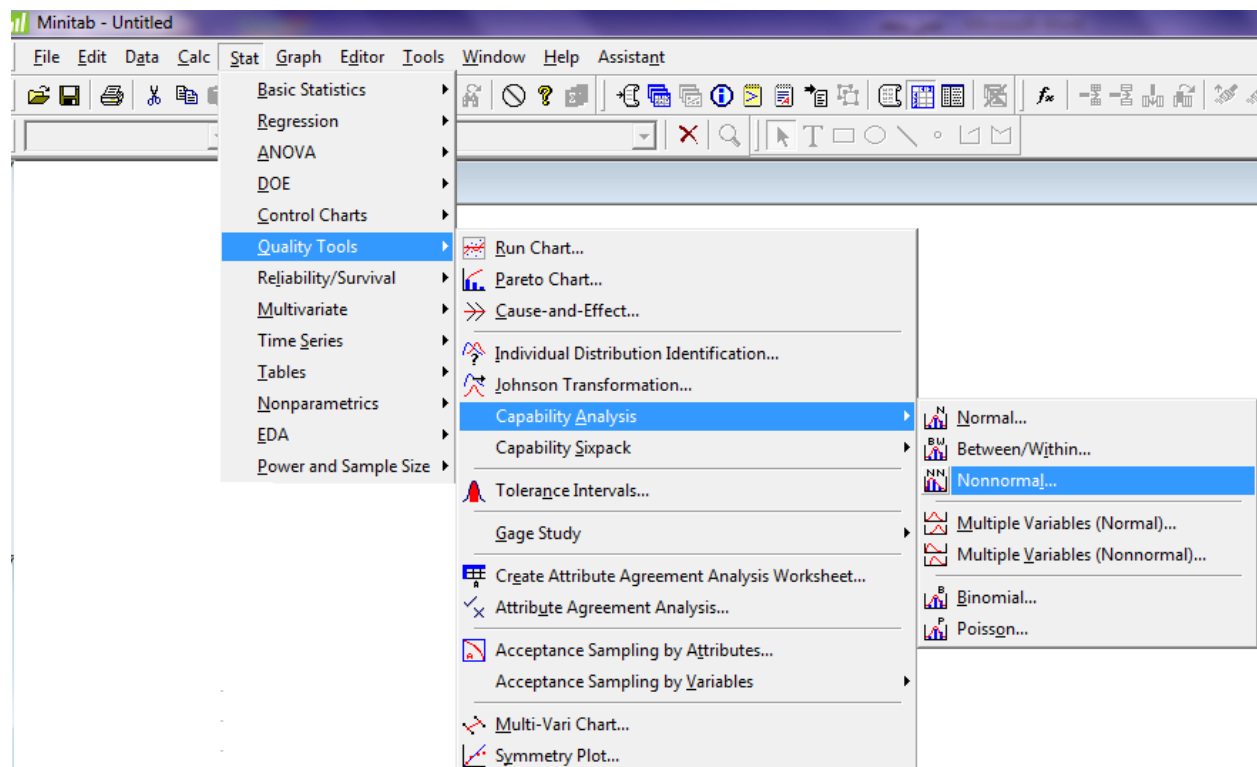


تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه کیفی متغیر غیر نرمال با Minitab

مثال: فرض کنید شما برای شرکتی کار می کنید که کارش موزائیک کردن زمین است و شما نگران میزان پایداری موزائیک ها هستید. برای مطمئن شدن از کیفیت محصول شما میزان پایداری را در 10 روز اندازه گیری می کنید و داده های زیر به دست می آید. همچنین شما می دانید داده هایتان توزیع Weibull دارند و حد بالایی مشخصه کیفی برابر 8 میباشد.

قدم اول: از منوی File قسمت Open worksheet ، فایل Tiles.MTW را باز کنید.

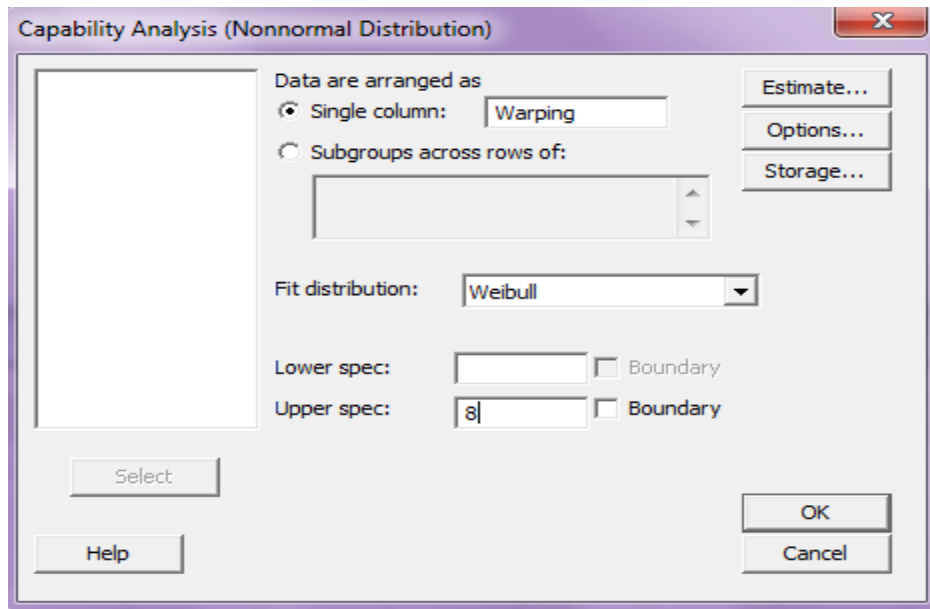
قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در قسمت Single column ستون C1(Wrapping) را وارد کنید .

قدم چهارم: در قسمت Fit data with تابع توزیعی را که داده های شما از آن پیروی می کند را وارد کنید . در این مثال تابع توزیع Weibull را انتخاب کنید .

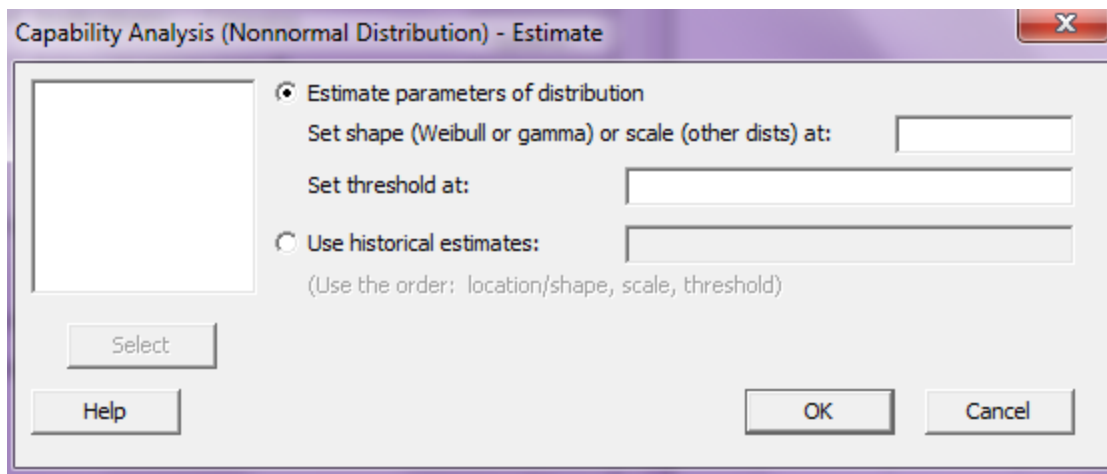
قدم پنجم: در قسمت Upper spec مقدار USL یعنی 8 را وارد کنید.



قسمت Estimate:

هر تابع توزیعی را که انتخاب کردید در قسمت Estimate یا باید پارامترهای مخصوص آن تابع توزیع را تعریف کنید و یا اینکه با استفاده از قسمت Use Historical estimate اگر اطلاعاتی از گذشته ی آن داده ها با همان تابع توزیع دارید ، ستون مورد نظر برای تخمین پارامتر های آن تابع توزیع را وارد کنید. در این مثال چون هیچ اطلاعاتی از پارامترهای شکل (Shape) و نقطه ی مبنا برای تابع توزیع Weibull که داده های ما از این تابع توزیع پیروی می کنند نداریم ، این قسمت را خالی بگذارید تا خود نرم افزار آن ها را تخمین بزند.

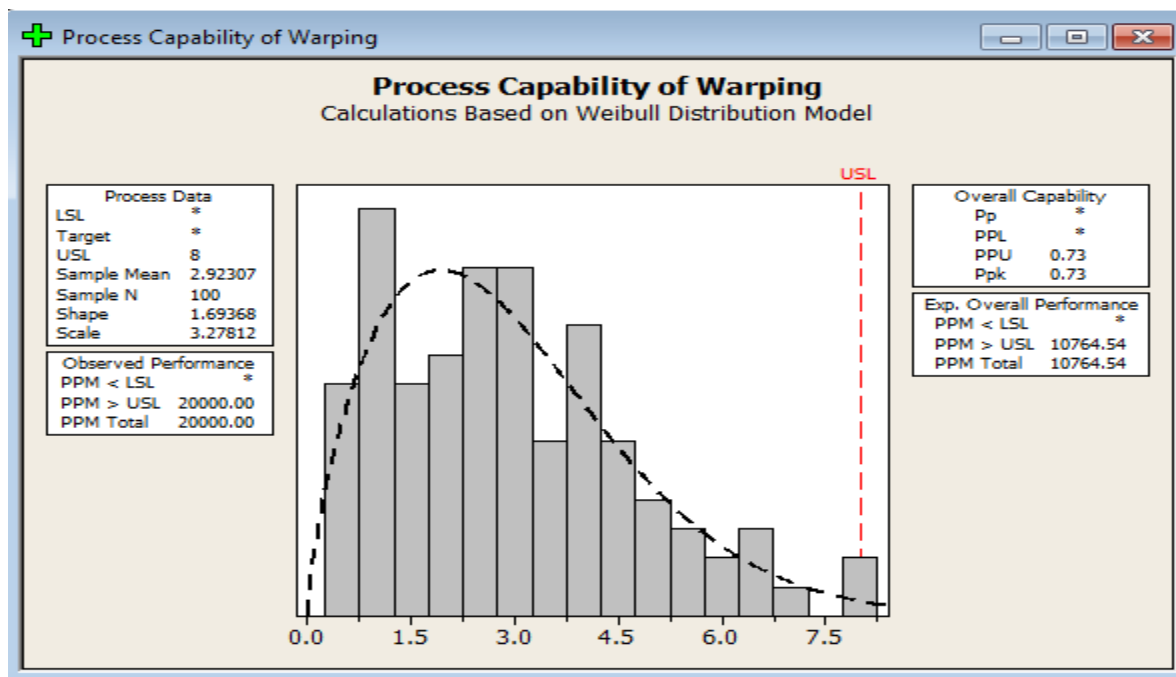
در نظر داشته باشید Minitab برای به دست آوردن تخمین های نقطه ای پارامترهای مجهول هر تابع توزیع از روش MLE(Maximum Likelihood Estimation) استفاده می کند.



قسمت Options:

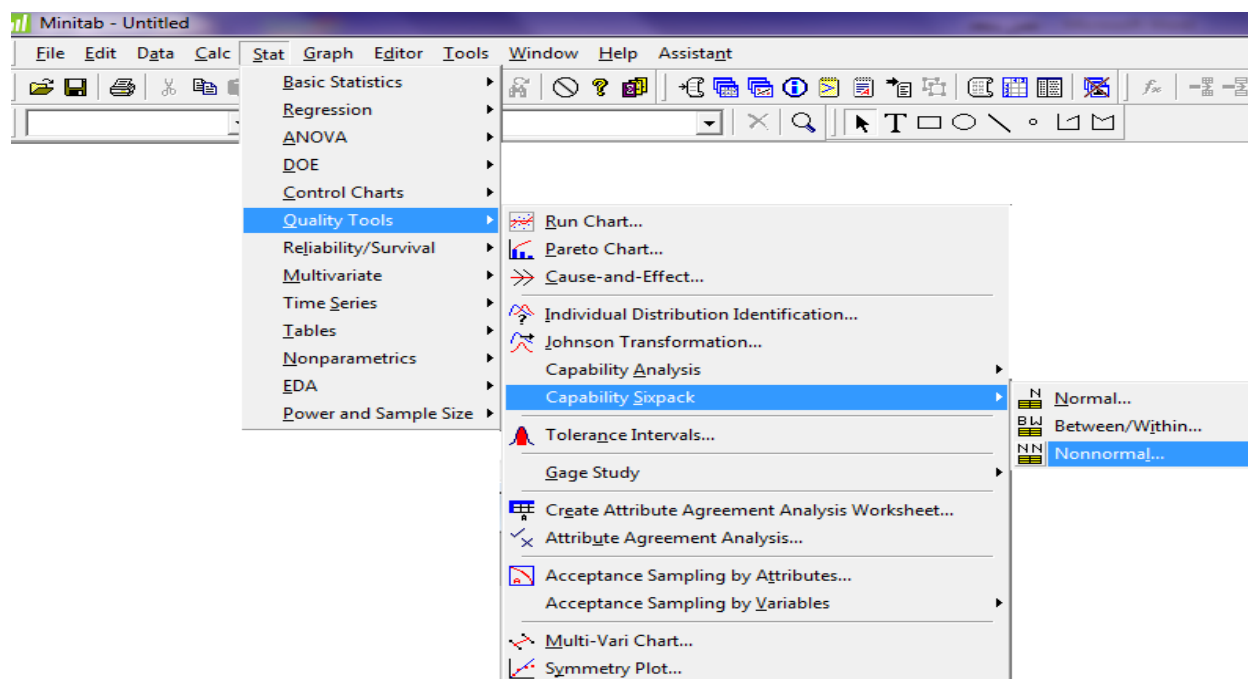
می توانید در این قسمت مقدار تارگت یا هدف را مشخص کنید. سایر قسمت ها قبلاً توضیح داده شده. (توجه داشته باشید Minitab برای داده های غیر نرمال فقط شاخص های P_b و P_{bk} را محاسبه می کند).

قدم ششم: Ok را بزنید .

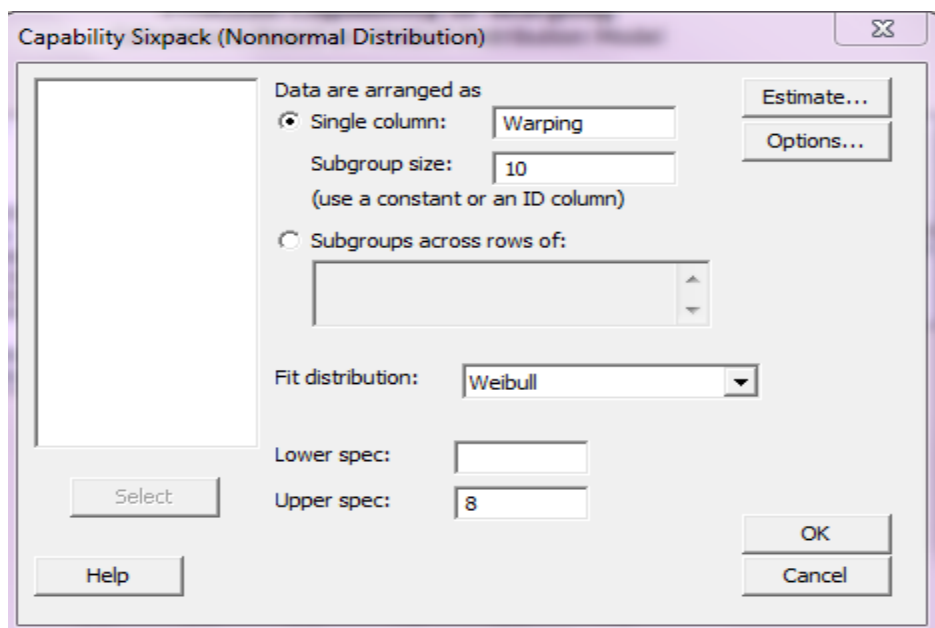


تحليل: مقدار p_{bk} برابر p_{bu} شده و برابر 0.73 مي باشد كه كوچكتر از يك مي باشد . يعني كل فرآيند قادر به رعايت حد بالاي مشخصه فني نمي باشد و همانطور كه مي بينيد PPM براي قطعات بيشتر از USL برابر 10764 مي باشد كه عدد بسيار بالايي مي باشد. پس بايد فرآيند بهبود داده شود. همچنين تخمين پارامتر شكل و مقياس براي تابع توزيع داده هايمن برابر 1.69 و 3.27 مي باشد.

همچنين شما براي تحليل بيشتر فرآيند مي توانيد مسير زير را دنبال كنيد:



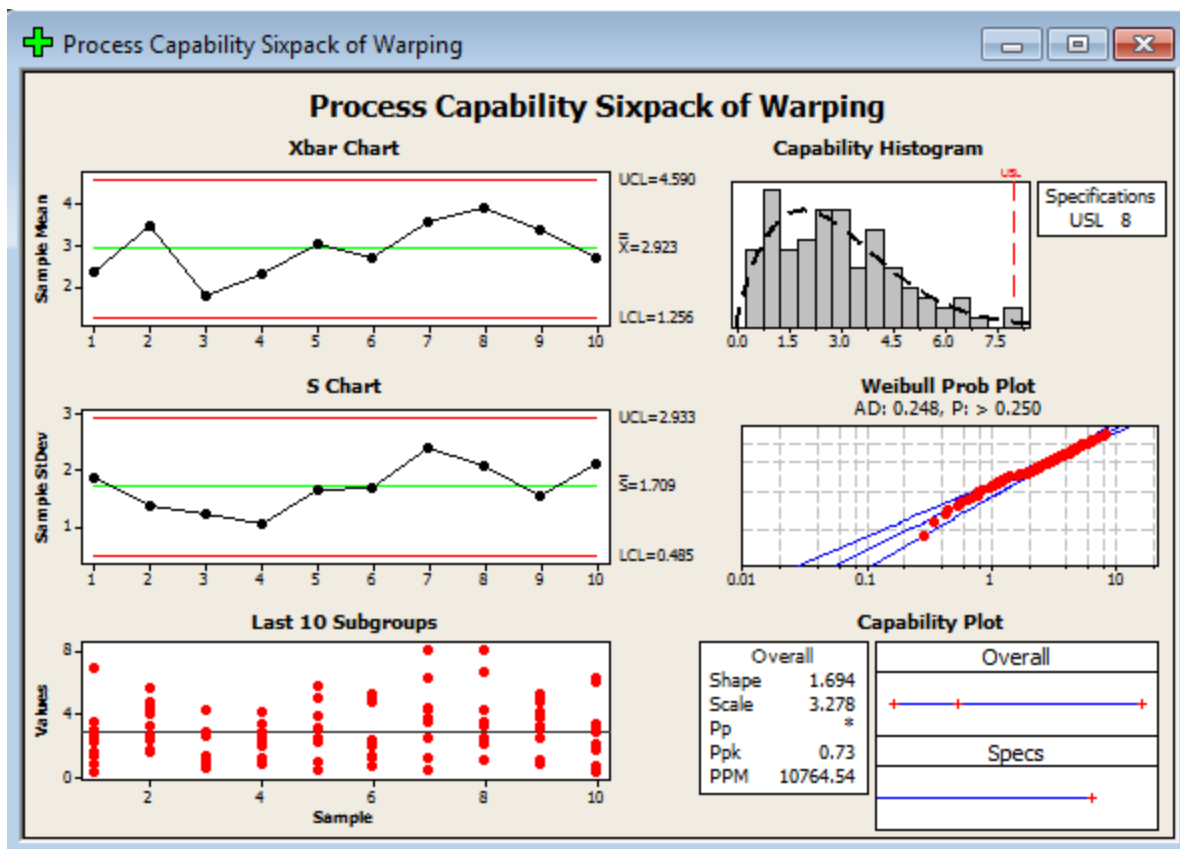
در قسمت Single column ستون C1 و در قسمت Subgroup sizes عدد 10 را وارد كنيد و در قسمت Fit data with تابع توزيع Weibull را انتخاب كنيد و در قسمت Upper spec عدد 8 را وارد كنيد.



قسمت Estimate شبیه حالت قبل می باشد.

قسمت Option: در این قسمت برای نمودار Run chart می توانید تعداد زیر گروههای آخری که می خواهید روند آن ها را ببینید ، مشخص کنید که پیش فرض برنامه 25 می باشد یعنی 25 زیر گروه منطقی آخر را بررسی می کند.

سایر قسمت ها مشابه گذشته می باشد. Ok را بزنید.



تحليل: نمودار \bar{X} و s تحت کنترل می باشد نمودار روند حالت غیر تصادفی خاصی را نشان نمی دهد. نمودار هیستوگرام داده ها به خوبی توزیع Weibull را پوشش داده است. همچنین طرح احتمال Weibull به خوبی داده ها را پوشش داده و بیانگر این موضوع است که داده ها توزیع Weibull دارند و مقدار شاخص p_{bk} برابر 0.73 شده است که بیانگر عدم رعایت فرآیند بر حد بالایی مشخصه کیفی می باشد.

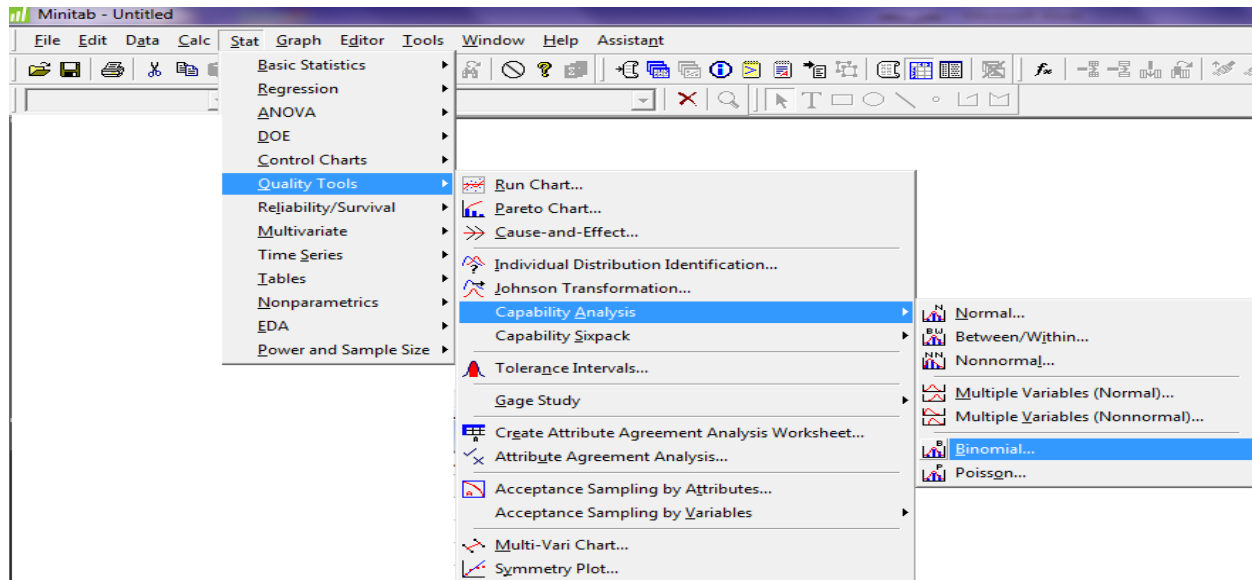
تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای مشخصه های کیفی وصفی

تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای نسبت ارقام معیوب با Minitab

مثال: فرض کنید شما مسئول ارزیابی میزان فروش تلفنی فروشگاهتان هستید. برای این منظور شما روزانه مقدار کل تماس ها و تعداد تماس هایی که به آن جواب داده نشده را برای 20 روز ثبت کردید. حال میخواهید فرآیند تماس فروشگاه را تحلیل کنید.

قدم اول: از منوی File قسمت Open worksheet ، فایل Bpcapa.MTW را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.

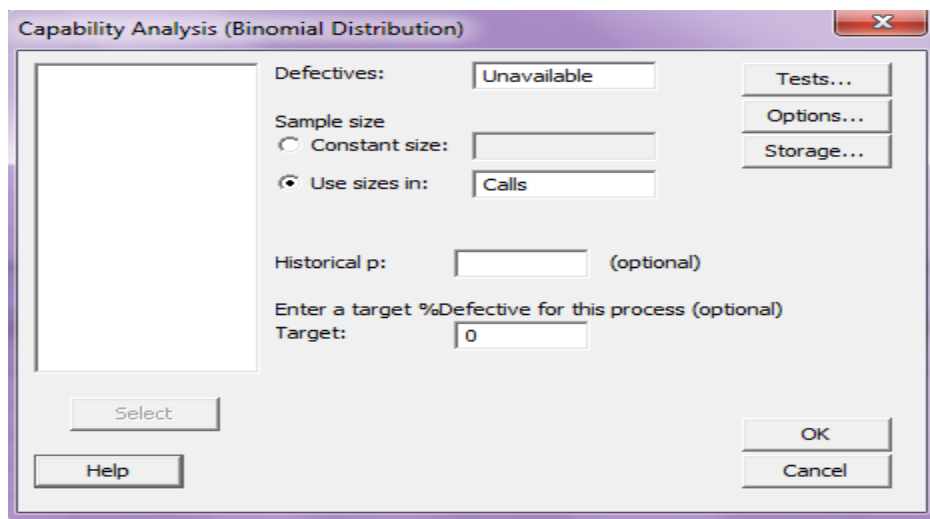


قدم سوم: در قسمت Defectives ستونی را که تعداد اقلام معیوب را در هر گروه منطقی وارد کردید ، وارد کنید. در این مثال C2 که بیانگر تعداد تماس های از دست رفته در هر روز نمونه گیری است را وارد کنید.

قدم چهارم: در قسمت Sample size در صورتیکه اندازه نمونه ثابت است ، در قسمت Constant size عدد آنرا وارد کنید . در غیر اینصورت از Use size in استفاده کنید. در این مثال در قسمت Use size in ستون C3 را وارد کنید.

در قسمت Historical P اگر تخمینی از گذشته ی نسبت اقلام معیوب فرآیند تان دارید وارد کنید.

در قسمت Enter a Target % defective for this process مقدار تارگت یا هدف را برحسب در صد اقلام معیوب وارد کنید.



قسمت Test:

همان قوانین حساس سازی می باشد که در نمودار کنترل P بیان کردیم .

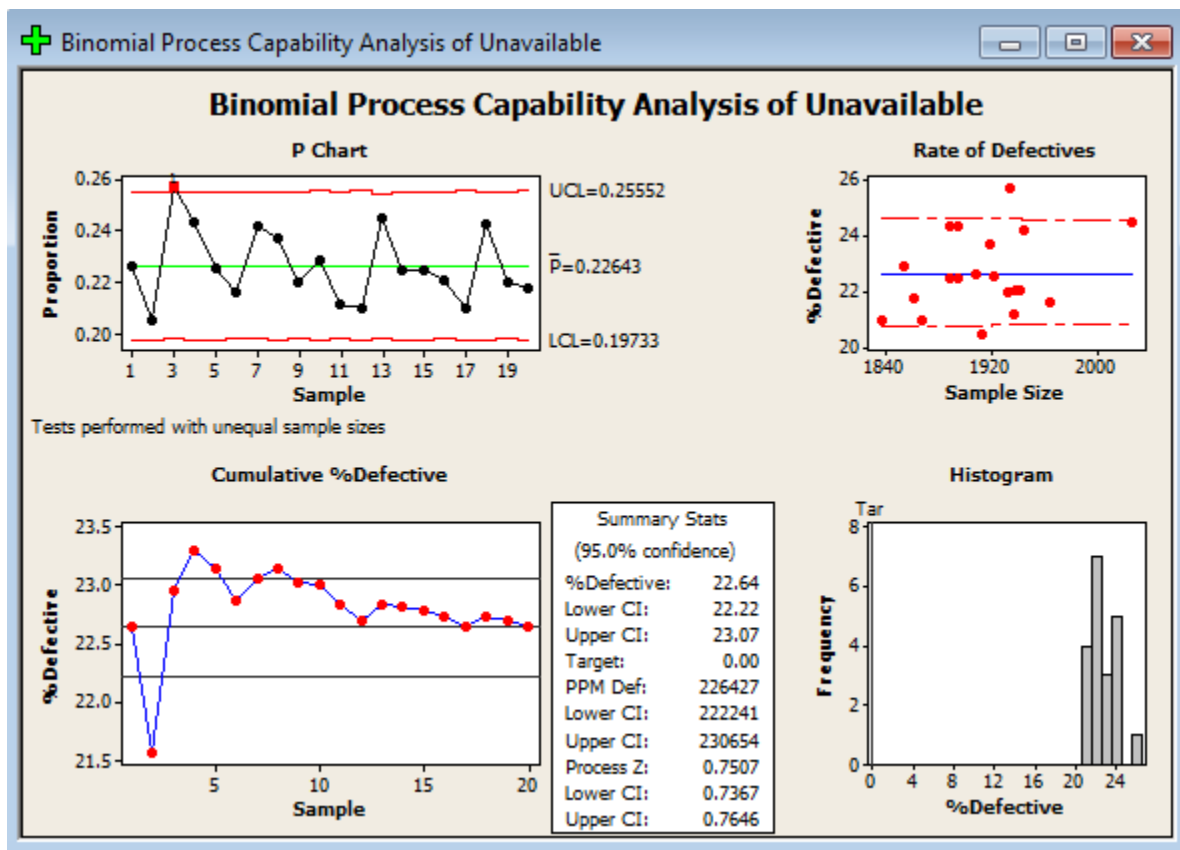
قسمت Option:

می توانید یک عنوان برای خروجی تعیین کنید.

قسمت Storage:

می توانید مقادیری که قصد ذخیره کردن آن در صفحه ی Worksheet را دارید , انتخاب کنید.

قدم پنجم: OK را بزنید.

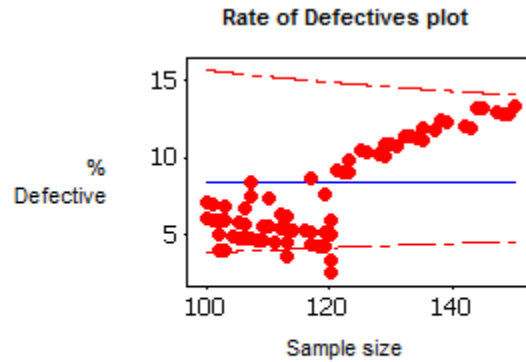


تحلیل: نمودار کنترل P برای نمونه سوم خارج از کنترل است.

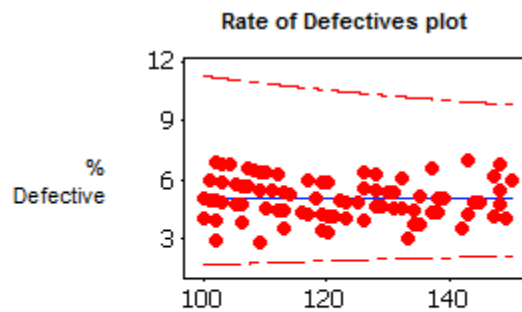
نمودار Rate of defective:

نموداری می باشد برای بیان اینکه آیا داده های جمع آوری شده توزیع بینم (دو جمله ای) دارند یا خیر؟ در صورتیکه اندازه نمونه ثابت باشد Minitab به جای رسم نمودار Rate of Defectives نمودار Binomial Plot را رسم میکند. در نمودار فوق اگر داده ها به صورت تصادفی خط وسط نمودار

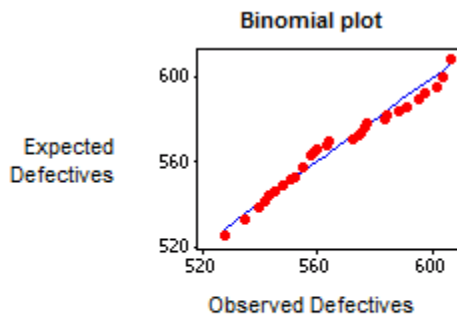
Rate of Defectives را پوشش دهند یعنی توزیع دو جمله ای دارند. یا به عبارتی اگر داده های جمع آوری شده با اندازه نمونه رابطه خاصی نداشته باشند یعنی توزیع دو جمله ای دارند. به شکل های زیر توجه کنید:



نمودار فوق بیانگر این است که مشاهدات توزیع دو جمله ای ندارند.



نمودار فوق بیانگر این است که مشاهدات انجام شده توزیع دو جمله ای دارند



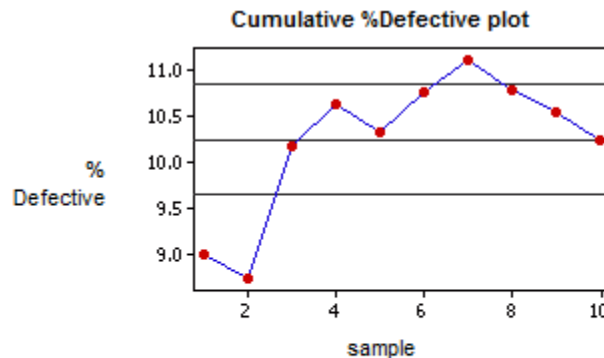
طرح احتمال بینم برای مشاهدات جمع آوری شده که توزیع دو جمله ای دارند

در مثال فوق مشاهدات جمع آوری شده به طور تصادفی از خط وسط نمودار Rate of Defectives پخش شدند پس به عبارتی می توان گفت توزیع دو جمله ای دارند. توجه داشته باشید اگر مشاهدات شما

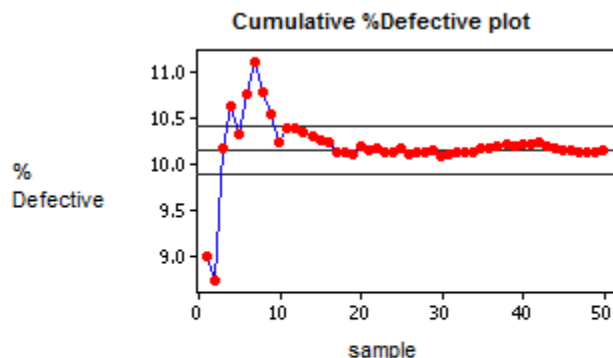
توزیع دو جمله ای نداشته باشد آن گاه با استفاده از گزینه ی فوق نمی توانید فرآیند خود را تجزیه و تحلیل کنید.

نمودار Cumulative % defective:

هدف از رسم این نمودار این است که آیا مشاهدات جمع آوری شده به اندازه ی کافی برای یک تخمین خوب برای متوسط نسبت اقلام معیوب کافی میباشد یا خیر؟ به شکل های زیر توجه کنید



مشاهدات جمع آوری شده برای یک تخمین خوب برای متوسط نسبت اقلام معیوب کافی نمی باشد



مشاهدات جمع آوری شده برای یک تخمین خوب برای متوسط نسبت اقلام معیوب کافی می باشد

در مثال فوق مشاهدات جمع آوری شده نسبتاً کافی نمی باشد و پیشنهاد می شود که روزهای نمونه گیری ادامه بیابد تا مشاهدات بیشتری جمع آوری شود. توجه داشته باشید در نمودار فوق حد بالا و پایین رسم شده با حد بالا و پایین نمودار کنترل فرق دارد , در اصل حد بالا و پایین نمودار فوق همان مقدار حد بالا و پایین برآورد فاصله ای برای P می باشد. هر چه قدر حد بالا و پایین نمودار Cumulative % defective به هم نزدیک تر باشد و داده های جمع آوری شده خط وسط نمودار را به خوبی پوشش دهند , یعنی نمونه های جمع آوری شده کافی می باشد.

سعی کنید اولین تحلیلی که انجام می دهید بر روی نمودار Cumulative % defective باشد زیرا اگر مشاهدات جمع آوری شده کافی نباشد ، تجزیه و تحلیل شما دقیق نخواهد بود.

نمودار هیستوگرام:

در این نمودار محور افقی بیانگر بازه های نسبت اقلام معیوب و محور عمودی بیانگر فراوانی مطلق آن نسبت می باشد در این مثال بیشترین فراوانی برای نسبت اقلام معیوب بین 0.2 تا 0.26 می باشد و مقدار هدف در این نمودار پیداست (مقدار صفر) که فراوانی بروی هدف صفر می باشد و این امر بیانگر ضعف فرآیند است.

قسمت Summary stats:

%defective:

بیانگر متوسط درصد اقلام معیوب می باشد که در این مثال برابر 22.64 % است.

Upper CI و Lower CI:

بیانگر حد پایین و بالا در سطح اطمینان 0.95 برای %defective می باشد.

$$Upper\ bound = \frac{v_3 F_{0.975, (v_3, v_4)}}{v_4 + v_3 F_{0.975, (v_3, v_4)}}$$

$$Lower\ bound = \frac{v_1 F_{0.025, (v_1, v_2)}}{v_2 + v_1 F_{0.025, (v_1, v_2)}}$$

$$v_1 = 2 * D$$

$$v_2 = 2 * (N - D + 1)$$

$$v_3 = 2 * (D + 1)$$

$$v_4 = 2 * (N - D)$$

N= مجموع کل اقلام بازرسی شده

D= مجموع کل اقلام معیوب

:Target

بیانگر میزان هدف است.

:PPM Def

بیانگر متوسط تعداد اقلام معیوب در يك میلیون می باشد وقتی مقدار Target برابر صفر است مقدار PPM Def از رابطه زیر به دست می آید:

$$PPM Def = 10^6 \times \bar{P}$$

\bar{P} : متوسط نسبت اقلام معیوب

این مثال متوسط PPM برابر 226427 می باشد که عدد بسیار بالایی می باشد.

Upper CI و Lower CI برای PPM DF: حد بالا و پایین در سطح Confidence level برای PPMDf می باشد.

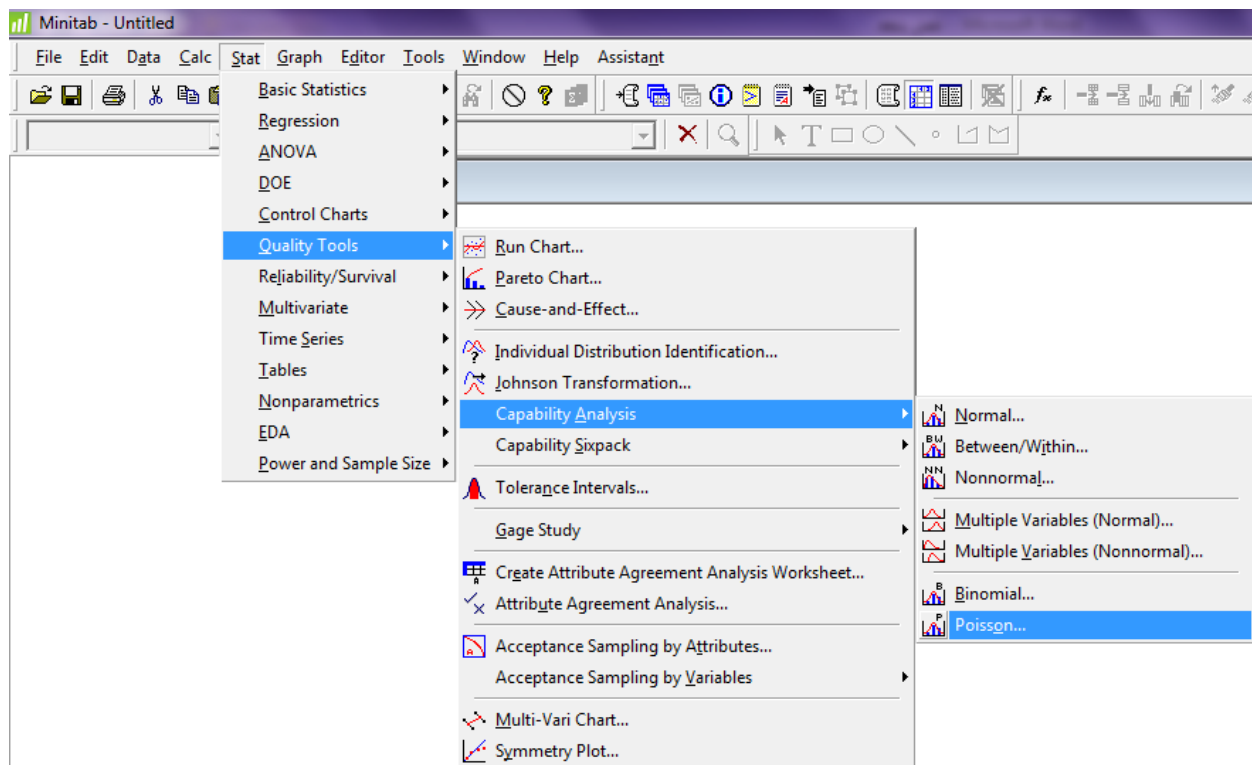
در حال حاضر فرآیند نیاز به بهبود بسیاری دارد.

تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند برای يك نقص خاص با Minitab

مثال: فرض کنید در کارخانه ی تولید سیم برق کار می کنید و شما به بررسی کیفیت فرآیند پوشش عایق سیم می پردازید. به طور تصادفی مقادیری از طول سیم را با عبور ولتاژ آزمایش کرده و تعداد درزها برای هر قطعه سیم را ثبت می کنید. مقدار طول سیم بر حسب فوت می باشد. می خواهیم کارایی فرآیند را بررسی نماییم.

قدم اول : از منوی File قسمت Open worksheet ، فایل Bpcapa.MTW را باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در قسمت Defects ستونی را که تعداد نقص در هر واحد بازرسی را وارد کردید ، وارد کنید. در این مثال ستون C4 را وارد کنید.

قدم چهارم: در صورتیکه اندازه هر واحد بازرسی شما ثابت می باشد در قسمت Constant size آنرا وارد کنید. در صورتیکه اندازه نمونه هر واحد بازرسی متغیر است در قسمت Use sizes in ستون مورد نظر را وارد کنید. در این مثال ستون C5 را وارد کنید.

در قسمت Historical MU اگر تخمینی از تعداد نقص ها دارید عدد آنرا وارد کنید و یا اگر داده هایی از گذشته در صفحه ی Worksheet دارید و قصد دارید نرم افزار متوسط تعداد نقص ها را از روی آنها تخمین بزند ، در این قسمت ستون آنرا وارد کنید.

قسمت Enter a target DPU for this process: شما می توانید مقدار هدف برای متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحد های بازرسی را وارد کنید.

Capability Analysis (Poisson Distribution)

Defects: 'Weak Spots' Tests... Options... Storage...

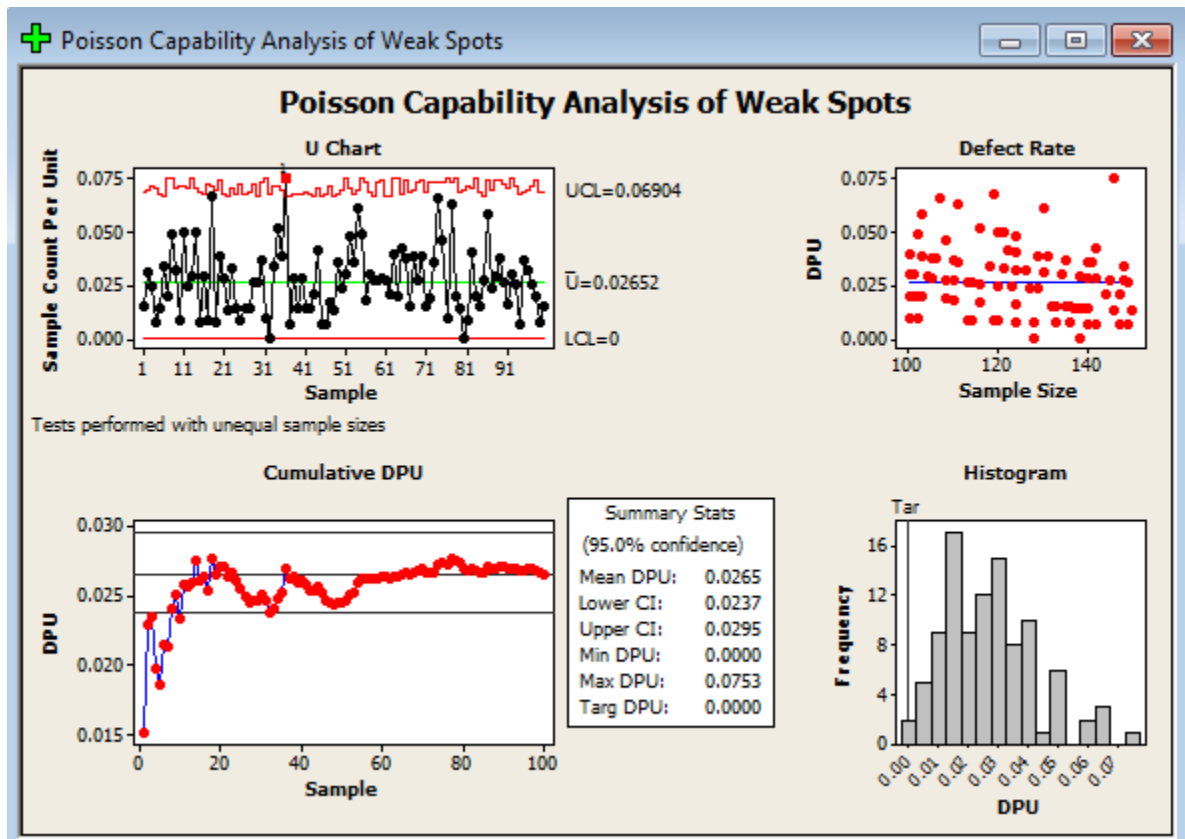
Sample size
☐ Constant size: 1
☒ Use sizes in: Length

Historical mu: | (optional)
 Enter a target DPU for this process (optional)
 Target: 0

Select Help OK Cancel

قسمت Test، Option، Storage مشابه گذشته مي باشد.

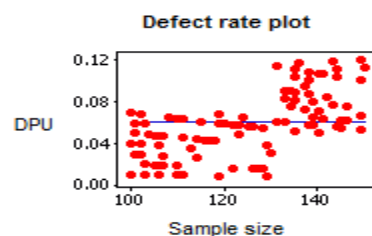
قدم پنجم: Ok را بزنيد.



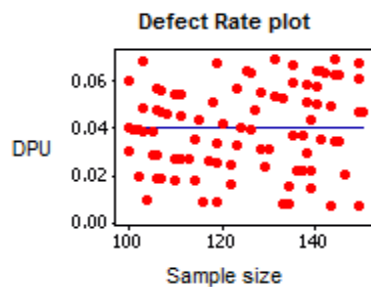
تحليل: نمودار كنترل U يك نمونه را خارج از كنترل نشان مي دهد.

نمودار Defect Rate:

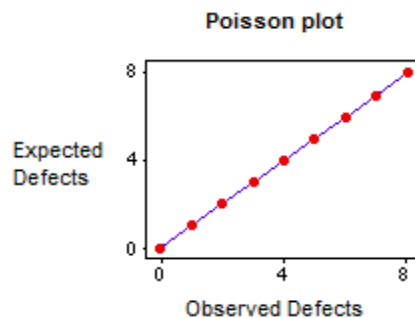
نموداری می باشد برای بیان اینکه آیا داده های جمع آوری شده توزیع پواسون دارند یا خیر؟ در صورتیکه اندازه نمونه ثابت باشد Minitab به جای رسم نمودار Defect Rate نمودار Poisson Plot را رسم میکند. در نمودار فوق اگر داده ها به صورت تصادفی اطراف خط وسط نمودار را Defect Rate پوشش دهند یعنی توزیع پواسون دارند. یا به عبارتی اگر بین اندازه نمونه و مشاهدات جمع آوری شده رابطه خاصی وجود نداشته باشد، آنگاه مشاهدات جمع آوری شده توزیع پواسون دارند. به شکل های زیر توجه کنید:



مشاهدات جمع آوری شده توزیع پواسون ندارند



مشاهدات جمع آوری شده توزیع پواسون دارند

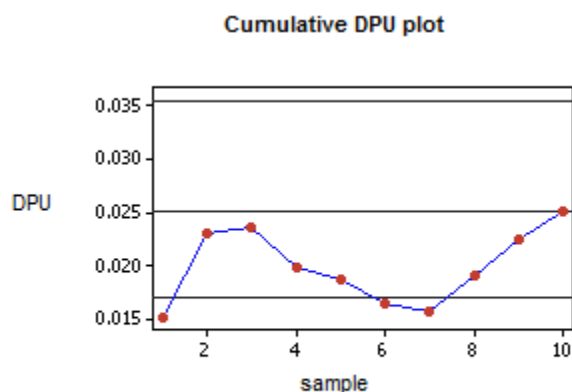


طرح احتمال پواسون برای داده هایی که توزیع پواسون دارند

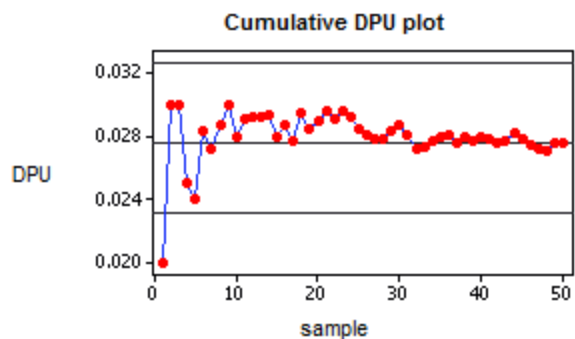
در مثال فوق داده های جمع آوری شده توزیع پواسون دارند زیرا با اندازه نمونه رابطه خاصی ندارند.

نمودار Cumulative DPU (نمودار تجمعی برای تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی):

هدف از رسم این نمودار این است که آیا مشاهدات جمع آوری شده به اندازه ی کافی برای یک تخمین خوب برای متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی کافی میباشد یا خیر؟ به شکل های زیر توجه کنید :



داده های جمع آوری شده برای تخمین متوسط تعداد نقص کافی نمی باشد.



داده های جمع آوری شده برای تخمین متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی کافی می باشد

در مثال فوق اندازه ی نمونه برای یک تخمین خوب برای متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی کاملاً کافی می باشد.

نمودار هیستوگرام:

که در این نمودار محور افقی بیانگر بازه های نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی و محور عمودی فراوانی مطلق آن ها می باشد. برای این مثال بیشترین فراوانی برای مقادیر بین 0.0125 تا 0.0175 نقص در هر واحد، 17 تا می باشد. (نشانگر موس را بر روی کشیده ترین ستون برده تا به نتایج فوق برسید)

:Summary stats

:Mean DPU

متوسط تعداد نقص در هر واحد که در این مثال برابر 0.0265 نقص در هر واحد می باشد.

:Upper CI و Lower CI

حد بالا و پایین برای متوسط تعداد نقص در هر واحد در سطح اطمینان (0.95) می باشد که از روابط زیر به دست می آیند:

$$Upper\ bound = 0.5 \frac{1}{N} \chi^2_{0.975, v_2}$$

$$Lower\ bound = 0.5 \frac{1}{N} \chi^2_{0.025, v_1}$$

$$v_1 = 2 * D$$

$$v_2 = 2 * (D + 1)$$

D=مجموع کل نقص ها

N=مجموع کل اقلام بازرسی شده

: DPU MIN و MAX

بالاترین و پایین ترین تعداد نقص مشاهده شده در هر واحد از واحدهای بازرسی در داده های جمع آوری شده می باشد .

:Targ DPU

مقدار هدف برای تعداد نقص در هر واحد می باشد.

تمرینات فصل هفتم

1- برای مشاهدات تمرین یک در فصل پنجم در صورتیکه حد بالا و پایین مشخصات فنی برابر 0.988 و 1.012 باشد

(a) آیا فرآیند قادر به رعایت حدود مشخصات فنی می باشد؟

(b) مقدار شاخص های C_{PK} و C_p را به دست بیاورید؟

(c) در سطح اطمینان 0.95 برآورد فاصله ای را برای شاخص C_{PK} و C_p به دست بیاورید؟

(d) PPM برای عملکرد درون زیر گروه ها ، عملکرد کلی و عملکرد مشاهدات انجام شده بررسی کنید.

2- در صورتیکه حدبالا و پایین مشخصات فنی برای درصد پروتئین برای تمرین دهم در فصل پنجم به ترتیب برابر 40 و 32 باشد ، با تجزیه تحلیل همزمان کارایی فرآیند در دو مقطع زمانی که نمونه گیری انجام شده است ، بررسی کنید آیا بهبودی در فرآیند ایجاد شده است یا خیر؟

3- در صورتیکه حد بالا و پایین مشخصات فنی برای طول زمان اشتعال در تمرین ششم در فصل پنجم برابر 6 الی 12 باشد ، کارایی فرآیند را هم درون زیر گروه ها و هم بین زیر گروه ها برای رعایت حدود مشخصات فنی بررسی نمایید.

4- در صورتیکه مقدار هدف برای داده های جمع آوری شده برای تعداد قطعات معیوب در تمرین اول در فصل ششم برابر صفر باشد، آنگاه

(a) آیا نمونه های جمع آوری شده برای تخمین متوسط درصد اقلام معیوب کافی می باشد؟

(b) آیا مشاهدات انجام شده توزیع دو جمله ای دارند؟

(c) فراوانی در مقدار هدف چه قدر است؟

(d) متوسط درصد اقلام معیوب و حد بالا و پایین را برای این درصد در سطح 0.95 به دست بیاورید.

5- در صورتیکه مقدار هدف برای داده های جمع آوری شده برای تعداد نقص در تمرین سوم در فصل ششم برابر صفر باشد، آنگاه

(a) آیا نمونه های جمع آوری شده برای تخمین متوسط عداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی کافی می باشد؟

(b) آیا مشاهدات انجام شده توزیع پواسون دارند؟

(c) فراوانی در مقدار هدف چه قدر است؟

(d) متوسط تعداد نقص در هر واحد از واحدهای بازرسی و حد بالا و پایین را برای این مقدار در سطح 0.95 به دست بیاورید.

نمونه گیری جهت پذیرش

Acceptance Sampling

فصل هشتم

نمونه گیری جهت پذیرش

در این فصل می آموزید:

- فلسفه ی نمونه گیری جهت پذیرش
- ایجاد و مقایسه یك طرح یکبار نمونه گیری برای پذیرش مشخصات وصفی در Minitab
- فلسفه نمونه گیری جهت پذیرش برای مشخصه های کیفی متغیر
- ایجاد و مقایسه یك طرح یکبار نمونه گیری برای پذیرش مشخصات متغیر در Minitab
- رد یا قبول یك بهر بعد از نمونه گیری جهت پذیرش برای مشخصات کیفی متغیر در Minitab

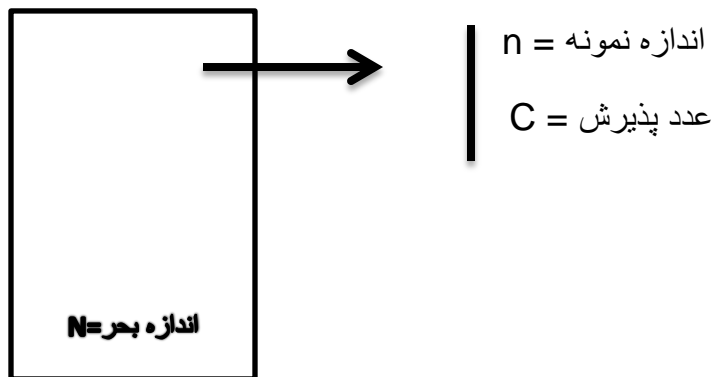
فلسفه نمونه گیری جهت پذیرش

معمولاً از نمونه گیری جهت پذیرش در ابتدای فرآیند تولید و برای بازرسی مواد اولیه استفاده می شود. بحر ها و انباشته هایی که تولید کننده ها می فرستند ، مصرف کننده ها قادرند یا همه ی آنها را بازرسی 100% کرده که این کار بسیار وقت گیر و هزینه بر است یا با گرفتن نمونه هایی از هریک از بحر ها یا انباشته ها یی که تولید کننده برای آن ها فرستاده ، در مورد رد یا قبول آن ها اظهار نظر کنند و از ورود اقلام معیوب بیش از حد مجاز به فرآیند تولیدشان جلوگیری کنند. هرچند از روش نمونه گیری جهت پذیرش می توان در حین فرآیند تولید نیز استفاده کرد اما با وجود ابزار های دقیق تر در کنترل فرآیند آماری و DOE از این کار صرف نظر می کنند.

معمولاً برای ایجاد طرح های نمونه گیری جهت پذیرش از جداول استفاده می کنند مثلاً برای مواد اولیه حساس از جداول داج و رومیگ و برای مواد اولیه غیر حساس از جداول MIL-STD-105E استفاده می کنیم زیرا با استفاده از آنها می توان طرح های دقیق تر با توجه به حساسیت موضوع و حتی طرح های چند بار نمونه گیری ایجاد کرد.

Minitab فقط قابلیت ایجاد طرح های یکبار نمونه گیری را دارد.

معیار های پذیرش در نمونه گیری جهت پذیرش نیز می تواند شامل مشخصات کیفی وصفی و مشخصه های کیفی متغیر باشد. به شکل زیر توجه کنید



یک بحر یا انباشته

طرح فوق یک طرح یک بار نمونه گیری برای مشخصه کیفی معیوب بودن یک کالا می باشد که در آن مصرف کننده از یکی از بحر های تولید کننده به اندازه N کالا ، یک نمونه ی n تایی تهیه کرده و در صورتی که C یا کمتر کالای معیوب دید بحر را قبول می کند در غیر این صورت بحر رد می شود. هدف از نمونه گیری جهت پذیرش تعیین n و C می باشد به طوریکه شرایط مورد دلخواه تولید کننده و مصرف کننده رعایت شود.

توجه داشته باشید که طرح هایی که در نمونه گیری جهت پذیرش ایجاد می شود به دو دسته ی غربالی و غیر غربالی تقسیم می شوند طرح های غربالی طرح هایی می باشند که مصرف کننده بحرهای تولید کننده را بازرسی می کند اگر قبول شود که محصولات بحر وارد خط تولید می شود در غیر این صورت بحر به تولید کننده بازگردانده می شود و تولید کننده با بازرسی مجدد بحر اقلام معیوب بحر را جدا کرده و جای آن سالم می گذارد. در طرح های غیر غربالی نیز مصرف کننده در صورت رد یک بحر دیگر آن را به تولید کننده بازمی گرداند .

Minitab قابلیت ایجاد طرح های غربالی را دارد.

برخی تعاریف در نمونه گیری جهت پذیرش

نمونه گیری جهت پذیرش یک آزمون فرض آماری می باشد که در آن فرض خوب بودن بحر (H_0) در برابر فرض بد بودن بحر (H_1) , آزموده می شود. همانطور که می دانید برای هر آزمون فرض آماری دو خطای α و β داریم که در نمونه گیری جهت پذیرش α و β به شرح زیر می باشد

α (خطای نوع I): احتمال رد يك بهر خوب - ریسك تولید کننده

β (خطای نوع II): احتمال قبول يك بهر بد - ریسك مصرف کننده

خوب بودن و بد بودن یک بحر را با نسبتی از اقلام معیوب آن بحر معلوم میکنند. تولید کننده و مصرف کننده با توجه به شناختی که از فرآیند تولید خود دارند این نسبت ها را مشخص می کنند. برای مثال مصرف کننده اعلام میکند در صورتیکه نسبت اقلام معیوب بحر از حد خاصی بیشتر شود خسارات زیادی برای وی به همراه خواهد داشت و بحر را رد خواهد کرد هم چنین تولید کننده اعلام میکند که نسبت اقلام معیوبش تا یک حد خاصی می باشد و قاعدتا بحر باید قبول شود. پس از آنجاییکه مصرف کننده بازرسی 100% انجام نمی دهد و از بازرسی نمونه گیری استفاده می کند در نتیجه باید طرحی را ایجاد نمود که در آن هم شرایط تولید کننده و هم شرایط مصرف کننده رعایت شود. حال به تعاریف زیر دقت کنید:

AQL (Acceptance Quality Limit):

سطح کیفیت پذیرفتنی – نسبتی از اقلام معیوب است که تولید کننده اعلام می کند .

تعریف α و AQL :

احتمال رد يك بهر با نسبت اقلام معیوب در سطح AQL برابر $\alpha\%$ می باشد.

در موارد غیر حساس ریسك تولید کننده و AQL را در نظر می گیرند.

LTPD (Lot Tolerance Percent Defective):

درصد رواداری اقلام معیوب – نسبتی از اقلام معیوب است که توسط مصرف کننده تعیین می شود.

تعریف β و LTPD:

یعنی قبول يك بهر بد با نسبت اقلام معیوب در سطح LTPD برابر $\beta\%$ باشد.

در موارد حساس ریسک مصرف کننده و LTPD را در نظر می گیرند .

در بسیاری از موارد هم LTPD و هم AQL مشخص می باشد و بر اساس هر یک از این دو یک طرح یکبار نمونه گیری ایجاد می شود. در موارد حساس فقط LTPD و در موارد غیر حساس فقط AQL مشخص می باشد و براساس معلوم بودن حداقل یکی از این ها و ریسک تولید کننده و مصرف کننده یک طرح یکبار نمونه گیری ایجاد می کنند.

Minitab با استفاده از حل دو معادله زیر اندازه نمونه و عدد پذیرش را تعیین می کند . توجه داشته باشید که حتما باید هم AQL و هم LTPD را مشخص کنید.

$$1 - \alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i! (n-i)!} AQL^i (1 - AQL)^{n-i}$$

$$\beta = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i! (n-i)!} LTPD^i (1 - LTPD)^{n-i}$$

در نتیجه احتمال پذیرش (P_a) و احتمال رد (P_r) یک بحر با نسبت اقلام معیوب P با یک طرح نمونه گیری با n اندازه نمونه و C عدد پذیرش بر اساس توزیع دو جمله ای برابر است با:

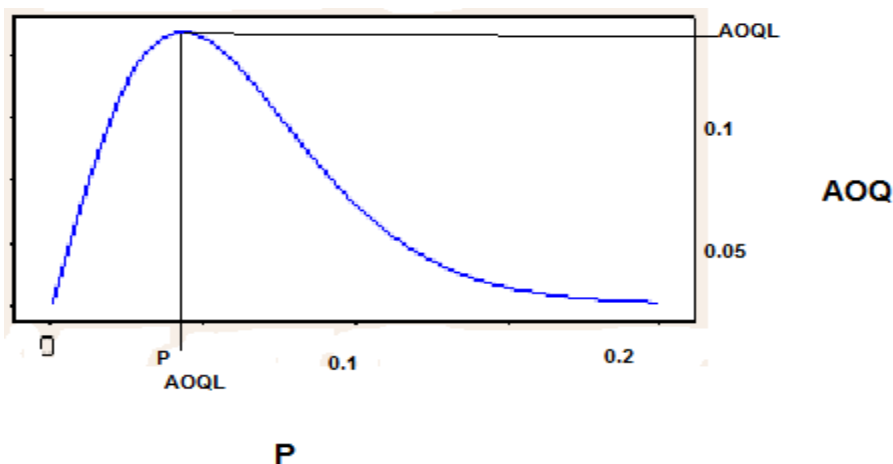
$$P_a = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i! (n-i)!} p^i (1 - p)^{n-i}$$

$$P_r = 1 - P_a$$

حال پس از اینکه طرح را ایجاد کردیم قبل از اینکه نمونه گیری کنیم بررسی میکنیم که با چنین طرحی به طور متوسط چه تعداد کالا را مصرف کننده و تولید کننده با توجه به نسبت اقلام معیوب بحر و طرح ایجاد شده ، بازرسی می کنند و یا اینکه متوسط نسبت اقلام معیوبی که پس از ایجاد چنین طرحی ، برای مصرف کننده باقی می ماند ، چه قدر است؟ هم چنین از چنین تعاریفی برای مقایسه چند طرح نیز استفاده می شود تا بهترین طرح انتخاب شود . حال برای به دست آوردن تعاریف فوق از شاخص های زیر استفاده می کنیم .

(Average Outgoing Quality Limit) AOQL

متوسط نسبت اقلام معیوبی که در نهایت بعد از نمونه گیری برای مصرف کننده باقی می ماند.



نمودار فوق منحنی AOQ (متوسط نسبت اقلام معیوبی که بعد از بازرسی برای مصرف کننده برای بحری با نسبت اقلام معیوب P ، باقی می ماند) می باشد که در آن محور افقی نسبت اقلام معیوب بحر و محور عمودی AOQ می باشد همان طور که از شکل پیداست با افزایش نسبت اقلام معیوب ، متوسط اقلام معیوبی هم که برای مصرف کننده باقی می ماند بیشتر می شود تا نقطه AOQL که همان نقطه حداکثر اقلام معیوبی می باشد که برای مصرف کننده باقی می ماند و از آن پس هر چه قدر نسبت اقلام معیوب بحر بیشتر می شود مصرف کننده بحر ها را باز میگرداند و تولید کننده با جایگزینی اقلام سالم با اقلام معیوب باعث می شود AOQ کاهش یابد.

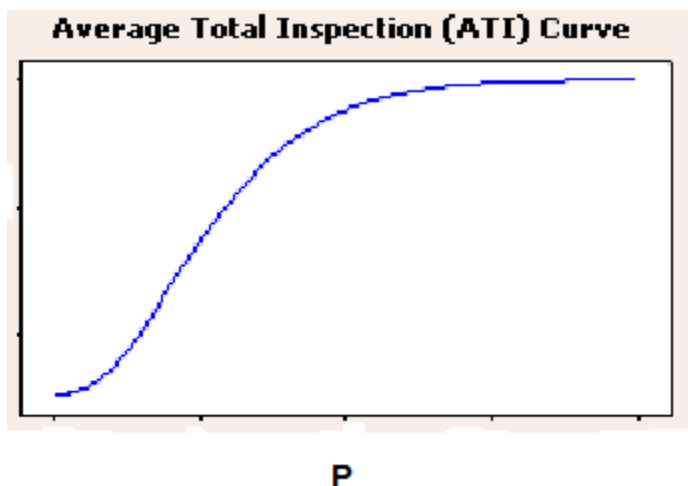
همچنین مقدار AOQ برای یک بحر به حجم N با نسبت اقلام معیوب معین P برای یک طرح یکبار نمونه گیری با اندازه نمونه n و عدد پذیرش C برابر است با:

$$AOQ = \frac{P_a P(N - n)}{N}$$

ATI (Average Total Inspection) :

متوسط تعداد نمونه هایی که هم مصرف کننده و هم تولید کننده بازرسی می کنند

در نظر داشته باشید وقتی مصرف کننده شروع به بازرسی میکند بهرهایی که نسبت اقلام معیوب در آن زیاد باشد را به تولید کننده بر میگرداند و تولید کننده پس از اقدام اصلاحی چه با جایگذاری و چه بی جایگذاری ، دوباره بهر ها را به مصرف کننده می دهد. لذا باید تعدادی از نمونه ها را نیز بازرسی کند.



نمودار فوق منحنی ATI می باشد همانطور که از شکل پیداست محور افقی نسبت اقلام معیوب بحر می باشد که هر چه قدر افزایش پیدا می کند ATI نیز افزایش پیدا می کند . محور ATI از n (اندازه نمونه) شروع شده و تا N (اندازه بحر) ادامه دارد به طوریکه اگر نسبت اقلام معیوب بحر تا حد قابل قبولی باشد فقط مصرف کننده n نمونه را مورد بازرسی قرار می دهد و در صورت افزایش نسبت اقلام معیوب ، بحر به تولید کننده مرجوع می شود و آن ها با بازرسی 100% بحر ، اقلام معیوب را جدا کرده و با اقلام سالم جایگذاری می کنند ، در نتیجه محور ATI تا N ادامه پیدا می کند.

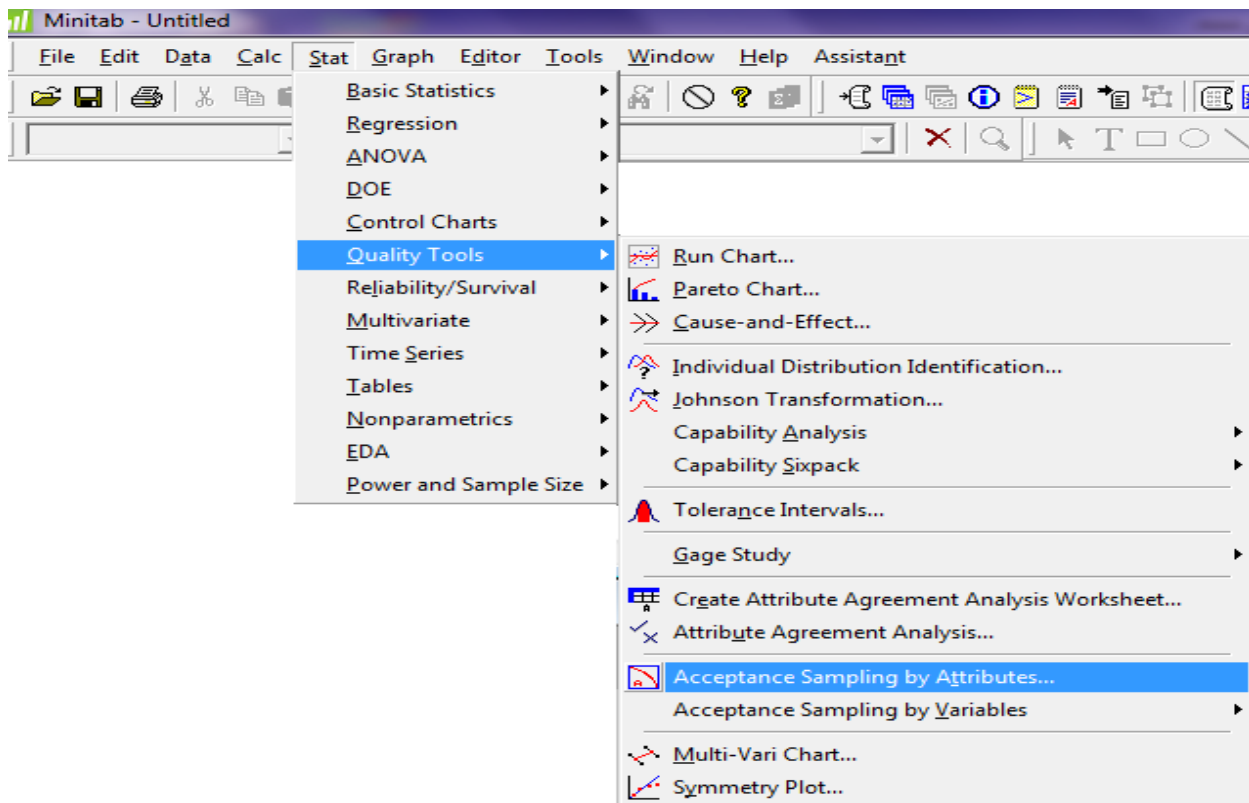
همچنین مقدار ATI برای یک بحر به حجم N با نسبت اقلام معیوب معین P برای یک طرح یکبار نمونه گیری با اندازه نمونه n و عدد پذیرش C برابر است با:

$$ATI = n + (1 - P_a)(N - n)$$

ایجاد و مقایسه ی یک طرح یکبار نمونه گیری برای پذیرش مشخصات وصفی در Minitab:

مثال : فرض کنید یک تامین کننده تجهیزات خودکار ها میخواهد از لوگوی کمپانی شما استفاده کند و با شما معامله می کند. شما خودکار ها را در بسته های 5000 تایی دریافت می کنید و به خاطر اینکه بسیاری از آنها به درستی کار نمی کند ، بیهوده کنار می ماند. شما یک طرح یکبار نمونه گیری ایجاد می کنید تا در مورد هر بحر تصمیم گیری کنید . شما بسیار امیدوارید که به تامین کننده پیغام بفرستید و بگویید همه ی بهر ها ضعیف را قبول نمیکنید. همچنین شما و تامین کننده در AQL برابر 1.5% و LTPD برابر 10% توافق کرده اید.

قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم دوم: در صورتی که می خواهید یک طرح را ایجاد کنید Create a sampling plan انتخاب کنید و در صورتیکه می خواهید چند طرح را باهم مقایسه کرده قسمت Compare user

defined sampling plans را انتخاب کنید. (توجه کنید که اگر قصد مقایسه چند طرح را دارید وارد کردن AQL و LTPD ضروری نیست). گزینه ی Create a sampling plan را انتخاب کنید.

قسمت Measurement type:

:Go/No go (defective)

در صورتیکه شما قطعه ای را بازرسی کردید یا آن را قبول کردید و یا آن را رد کردید یا این کالا در صورت رد شدن يك کالاي معيوب مي باشد Go/No go را انتخاب کنید و یا به عبارتی هنگامیکه مشخصه کیفی وصفی مورد بازرسی یک عیب به حساب می آید از این گزینه استفاده کنید.

:Number of defects

در صورتیکه شما قطعه ای را بازرسی کردید و تعداد نقص در آن قطعه را وارد کردید اما قطعه را دور نینداختید یا وقتیکه شما تعداد نقص را در يك قطعه ثبت مي کنید و معیار شما برای ارزیابی قطعه تعداد نقص هاي يك قطعه مي باشد و آن را دور نمی اندازید ، از گزینه Number of defects استفاده کنید و یا به عبارتی هنگامیکه مشخصه کیفی وصفی مورد بازرسی یک نقص به حساب می آید از این گزینه استفاده کنید.

در این مثال Go/no go را انتخاب کنید.

قسمت Units for quality levels:

در این قسمت شما می توانید واحدي پایه برای تعریف نسبت اقلام معيوب و تعداد نقص در هر واحد استفاده کنید.

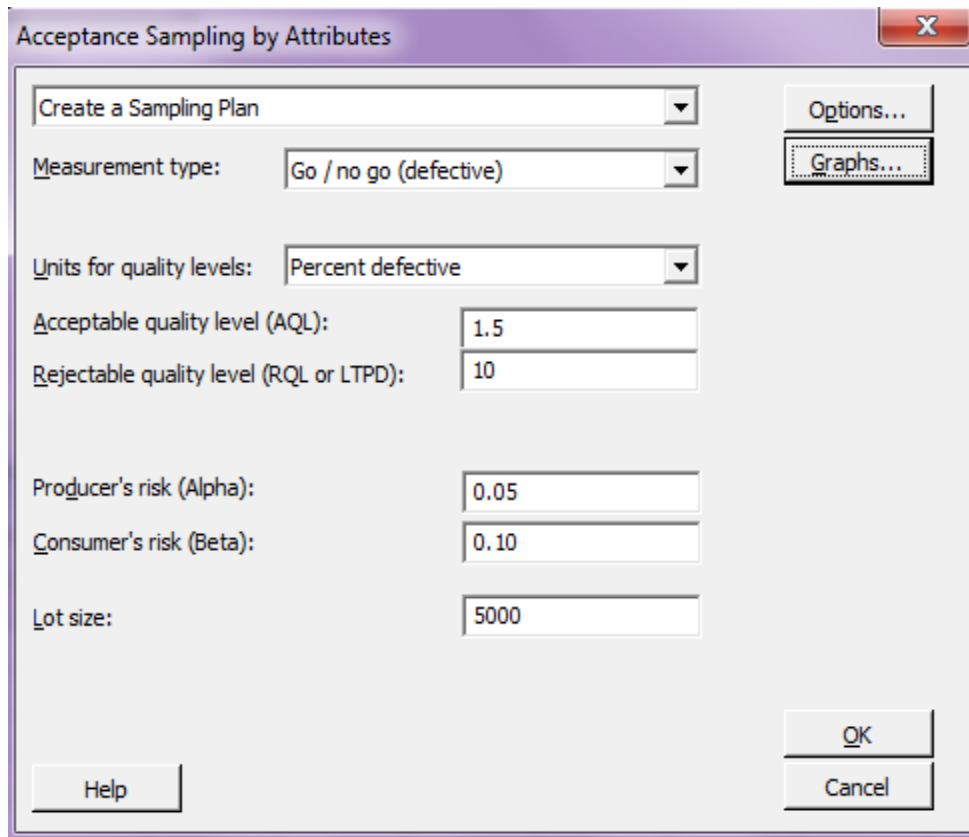
در صورتیکه از Go/no go استفاده کرده باشید اگر Percent defective را انتخاب کنید ، نسبت اقلام معيوب را بر حسب درصد و اگر Proportion defective را انتخاب کنید ، بر حسب نسبت اقلام معيوب و اگر Defectives per million را انتخاب کنید ، تعداد قطعات معيوب را در يك ميليون بیان میکند.

در این مثال Percent defective را انتخاب کنید.

در صورتیکه Number of defects را انتخاب کرده باشید اگر Defects per unit را انتخاب کنید ، تعداد نقص در هر واحد، اگر Defects per hundred را انتخاب کنید تعداد نقص در 100 واحد و اگر Defects per million را انتخاب کنید ، تعداد نقص در يك ميليون را نشان مي دهد.

قدم دوم : در قسمت Alpha و Beta به ترتیب مقادیر آنها را وارد کنید که در این مثال برابر 0.05 و 0.10 می باشد و چون در قسمت Percent defective , Units for quality levels انتخاب کردید پس در قسمت AQL و LTPD مقادیر آن ها را به صورت 1.5 و 10 وارد کنید که به معنای 10% و 1.5% می باشد.

قدم سوم: در قسمت Lot size اندازه هر بحر را وارد کنید که در این مثال برابر 5000 میباشد.



Acceptance Sampling by Attributes

Create a Sampling Plan

Measurement type: Go / no go (defective)

Units for quality levels: Percent defective

Acceptable quality level (AQL): 1.5

Rejectable quality level (RQL or LTPD): 10

Producer's risk (Alpha): 0.05

Consumer's risk (Beta): 0.10

Lot size: 5000

Options... Graphs...

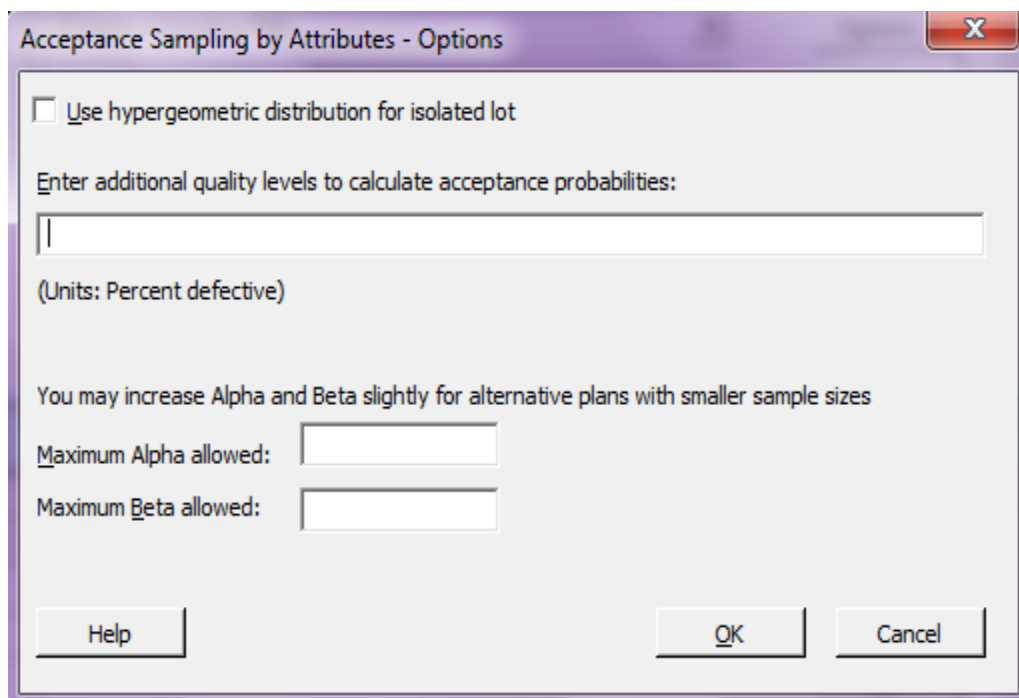
OK Cancel Help

قسمت Options :

در صورتیکه شما نمونه های خود را از دسته ای از بحرهای محدود می گیرید , گزینه Use hypergeometric distribution for isolated lot را انتخاب کنید در این صورت Minitab احتمال پذیرش هر بحر را با استفاده از توزیع فوق هندسی محاسبه می کند. به طور مثال محموله ی خاصی برای شما از یک شرکت خاص می رسد در این صورت شما تعداد محدودی بحر خواهید داشت . اما اگر شما نمونه های خود را از تعداد نا محدودی بحر و به طور پیوسته تهیه می کنید این گزینه را غیر فعال کنید تا احتمال پذیرش از توزیع دو جمله ای محاسبه شود هر چند می دانید که اگر اندازه نمونه افزایش پیدا کند و نسبت اقلام معیوب کاهش پیدا کند , احتمال پذیرش از تقریب پواسون محاسبه می شود. در نظر داشته باشید گزینه فوق در تنها در صورتی فعال است که شما گزینه ی Go/No go را انتخاب کرده باشید.

در صورتیکه تخمینی از نسبت اقلام معیوب تولید کننده دارید یا می خواهید احتمال پذیرش , AOQ و ATI را Minitab در نسبت اقلام معیوب خاصی که شما تعریف کردید , نیز محاسبه کند , می توانید در قسمت Enter additional quality levels to calculate acceptance probabilities برحسب درصد اقلام معیوب وارد کنید . همچنین اگر Number of defects را انتخاب کردید , اگر تخمینی از متوسط تعداد نقص دارید , در قسمت فوق برحسب تعداد نقص در هر واحد وارد کنید .

همچنین شما می توانید در قسمت Maximum Alpha allowed و Maximum Beta allowed , حداکثر مقدار مجاز برای ریسک تولید کننده (α) و ریسک مصرف کننده (β) را تعیین کنید .



قسمت Graphs :

در این قسمت می توانید گراف هایی که قصد دارید Minitab برای شما رسم کند , انتخاب کنید .
قدم چهارم : OK را بزنید .

Acceptance Sampling by Attributes

Measurement type: Go/no go

Lot quality in percent defective

Lot size: 5000

Use binomial distribution to calculate probability of acceptance

Acceptable Quality Level (AQL)	1.5
Producer's Risk (Alpha)	0.05

Rejectable Quality Level (RQL or LTPD)	10
Consumer's Risk (Beta)	0.1

Generated Plan(s)

Sample Size 52

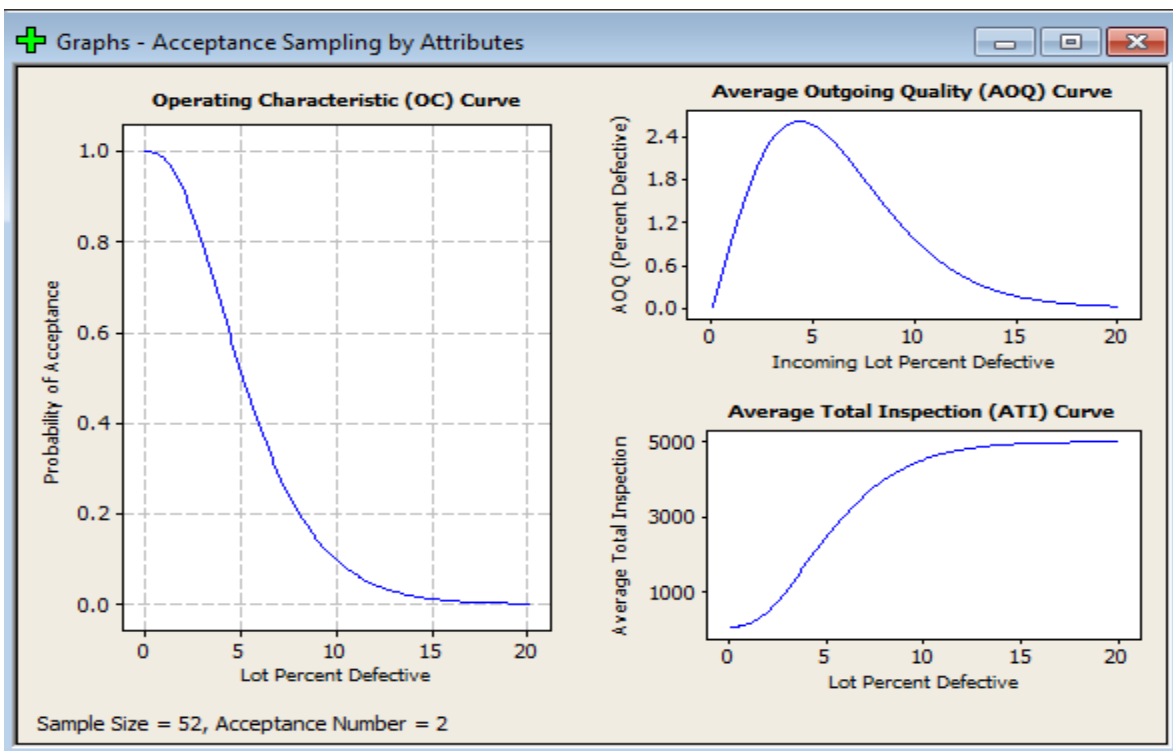
Acceptance Number 2

Accept lot if defective items in 52 sampled ≤ 2 ; Otherwise reject.

Percent Defective	Probability Accepting	Probability Rejecting	AOQ	ATI
1.5	0.957	0.043	1.420	266.2
10.0	0.097	0.903	0.956	4521.9

Average outgoing quality limit (AOQL) = 2.603 at 4.300 percent defective.

Graphs - Acceptance Sampling by Attributes

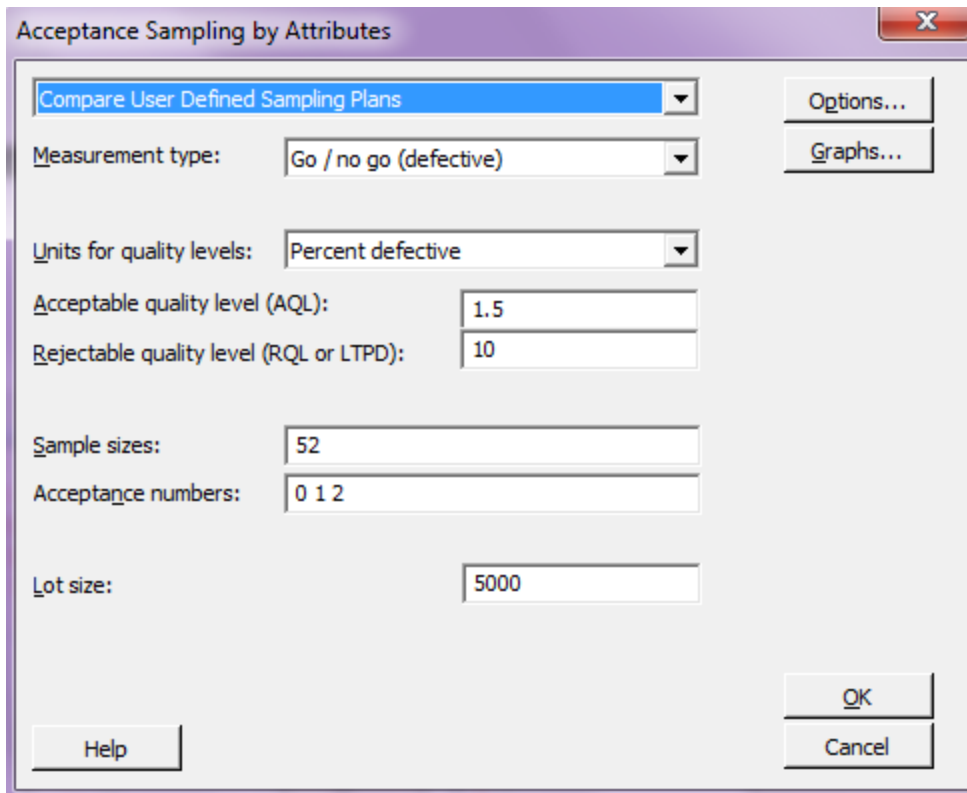


تحليل: طرح نمونه گيري که Minitab ايجاد کرده ، اندازه نمونه آن برابر 52 و عدد پذيرش 2 و عدد رد برابر 3 مي باشد . يعني از يك بهر 5000 تايي 52 نمونه گرفته . اگر 2 يا کمتر معيوب ديديم بهر را قبول کرده و اگر 3 يا بيشتر معيوب ديديم بهر را رد مي کنيم.

با اين طرحي که ايجاد کرديم AOQL در نهايت وقتي نسبت اقلام معيوب بحر ، برابر 4.3 درصد است برابر با 2.603% مي باشد يعني به طور متوسط از هر 100 نمونه اي که بازرسي کرديم، 2.6 نمونه معيوب براي مصرف کننده باقي مي ماند.

همچنين نرم افزار نمودار هاي مشخصه عملکرد OC ، منحنی AOQ و منحنی ATI را نيز رسم کرده است که معمولاً از اين نمودار ها براي مقايسه طرح ها استفاده مي کنيم.

حال Edit last dialog يا Ctrl+E را زده و اينبار به جاي Create sampling plan ، گزینه Compare user defined sampling plan را انتخاب کنيد. دو گزینه ي Sample sizes و Acceptance number ظاهر مي شود که با توجه به اطلاعات گذشته عدد 52 را در Sample sizes و 2 (فاصله) 1 (فاصله) 0 را در Acceptance number وارد کنيد تا سه طرح $\left| \begin{smallmatrix} 52 \\ 2 \end{smallmatrix} \right|$ و $\left| \begin{smallmatrix} 52 \\ 1 \end{smallmatrix} \right|$ و $\left| \begin{smallmatrix} 52 \\ 0 \end{smallmatrix} \right|$ با هم مقايسه شود .



The image shows a software dialog box titled "Acceptance Sampling by Attributes". It contains several input fields and buttons. The "Compare User Defined Sampling Plans" dropdown is highlighted in blue. The "Measurement type" is set to "Go / no go (defective)". The "Units for quality levels" is set to "Percent defective". The "Acceptable quality level (AQL)" is 1.5, and the "Rejectable quality level (RQL or LTPD)" is 10. The "Sample sizes" is 52, and the "Acceptance numbers" are 0 1 2. The "Lot size" is 5000. Buttons for "Options...", "Graphs...", "OK", "Cancel", and "Help" are also present.

Compare User Defined Sampling Plans	Options...
Measurement type: Go / no go (defective)	Graphs...
Units for quality levels: Percent defective	
Acceptable quality level (AQL): 1.5	
Rejectable quality level (RQL or LTPD): 10	
Sample sizes: 52	
Acceptance numbers: 0 1 2	
Lot size: 5000	
Help	OK
	Cancel

وقتي از Compare user defined sampling plan استفاده مي كنيد وارد كردن AQL و LTPD الزامي نيست.

OK را بزنيد.

Acceptance Sampling by Attributes

Measurement type: Go/no go

Lot quality in percent defective

Lot size: 5000

Use binomial distribution to calculate probability of acceptance

Acceptable Quality Level (AQL) 1.5

Rejectable Quality Level (RQL or LTPD) 10

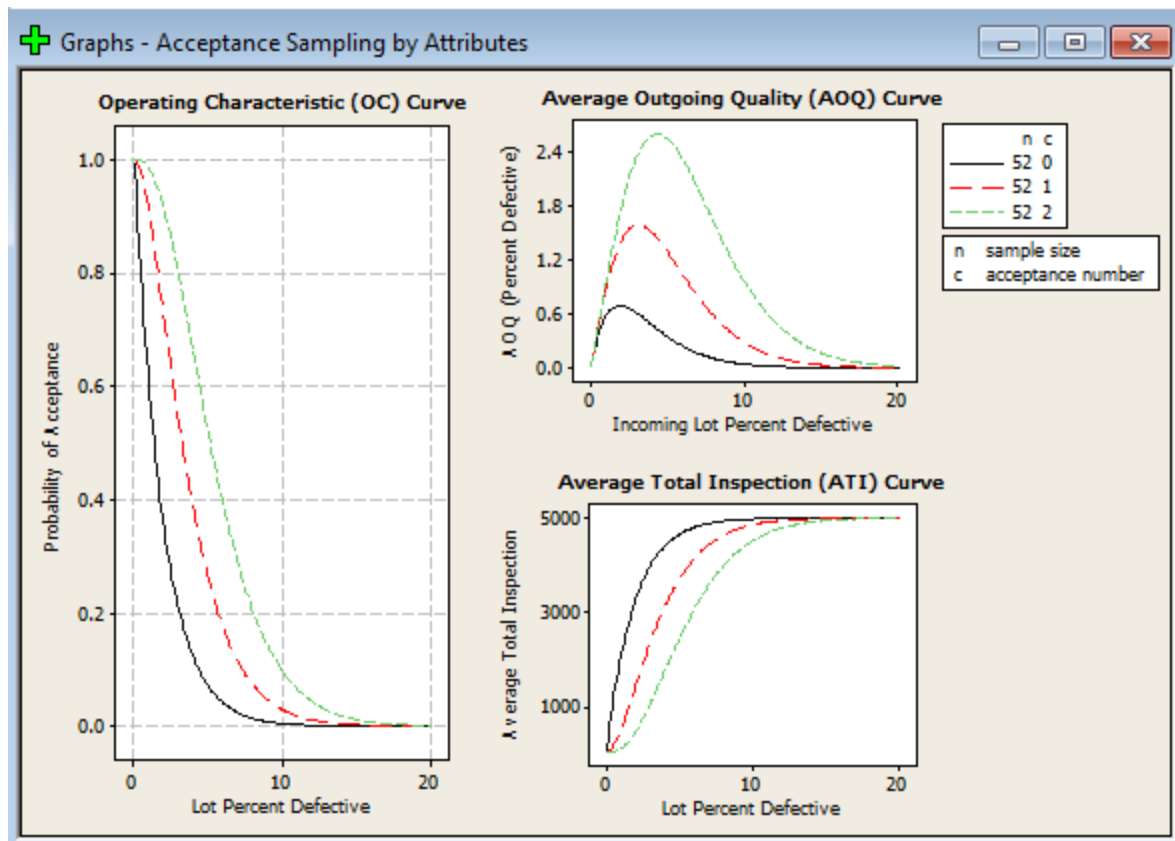
Compare User Defined Plan(s)

Sample Size (n)	Acceptance Number (c)	Percent Defective	Probability Accepting	Probability Rejecting	AOQ
ATI					
52	0	1.5	0.456	0.544	0.676
2745.2					
52	0	10.0	0.004	0.996	0.041
4979.3					
52	1	1.5	0.817	0.183	1.212
959.6					
52	1	10.0	0.028	0.972	0.280
4860.0					
52	2	1.5	0.957	0.043	1.420
266.2					
52	2	10.0	0.097	0.903	0.956
4521.9					

Sample Size (n)	Acceptance Number (c)	At AOQL	Percent Defective
52	0	0.693	1.887
52	1	1.589	3.059
52	2	2.603	4.300

Accept lot if defective items in n sampled $\leq c$; Otherwise reject.

Graphs - Acceptance Sampling by Attributes



تحليل: AOQL در سه طرح $|_{0}^{52}$ و $|_{1}^{52}$ و $|_{2}^{52}$ به ترتیب برابر 0.69% ، 1.58% و 2.6% می باشد که از این لحاظ طرح اول بهتر می باشد.

منحنی OC عملکرد نشان می دهد که مثلاً وقتی درصد اقلام معیوب بحر برابر 10% (LTPD) می باشد ، احتمال قبول بهر در طرح $|_{0}^{52}$ کمتر می باشد پس طرح بهتری نسبت به طرح های دیگر است.

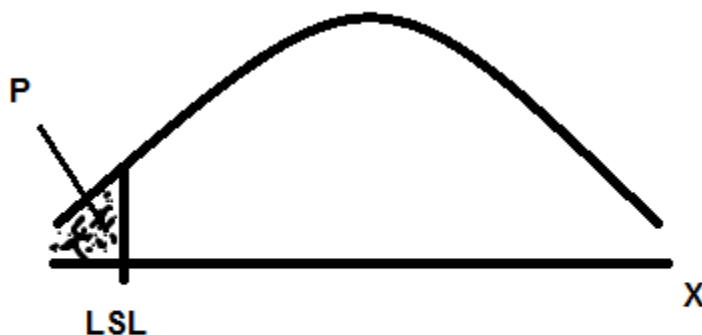
هم چنین در منحنی AOQ طرح $|_{0}^{52}$ AOQL کمتری نسبت به بقیه طرحها دارد اما همین طرح در منحنی ATI در درصد اقلام معیوب مثلاً 10% ، ATI بیشتری نسبت به طرح های دیگر دارد.

حال شرایط است که تعیین کننده می باشد شما از کدام طرح استفاده کنید؟ اگر ملاک شما هزینه می باشد چون طرح $|_{0}^{52}$ در کلیه ی درصدهای اقلام معیوب ، ATI کمتری دارد ، پس این طرح پیشنهاد می شود اما اگر ملاک شما دقت بیشتر می باشد طرح $|_{0}^{52}$ مناسب تر می باشد.

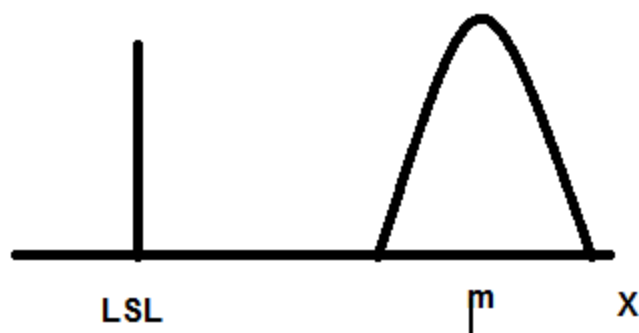
فلسفه نمونه گیری جهت پذیرش برای مشخصه های کیفی متغیر

هدف از ایجاد طرح های نمونه گیری برای مشخصه های متغیر , تعیین اندازه نمونه و تعیین معیار ارزیابی طرح ها می باشد. دو نوع روش کلی برای طرح های نمونه گیری برای متغیرها وجود دارد , طرح هایی که نسبت اقلام معیوب بحر یا فرآیند را کنترل می کند و طرح هایی که پارامترهای بحر یا فرآیند مثل میانگین و انحراف معیار را کنترل می کند. در این بخش به دلیل اینکه Minitab فقط قابلیت بررسی طرح های نوع اول را دارد ما نیز فقط به توضیح همین روش می پردازیم.

یک طرح نمونه گیری برای متغیرها را در نظر بگیرید که نسبت اقلام فاقد انطباق بحر یا فرآیند را کنترل می کند. چون مشخصه ی کیفی , یک متغیر پیوسته است مقادیر قابل قبول برای مشخصه کیفی مورد نظر به وسیله ی حد پایین مشخصه کیفی (LSL) , حد بالای مشخصه کیفی (USL) و یا هر دو تعیین می گردند. شکل زیر حالتی را نشان می دهد که مشخصه ی کیفی متغیر X دارای توزیع نرمال است و یک حد پایین برای مشخصه کیفی (LSL) برای این متغیر وجود دارد . در این نمودار , P نسبت اقلام معیوب بحر یا فرآیند را نشان می دهد که تابعی از میانگین و انحراف معیار بحر و یا فرآیند می باشد.



در شکل فوق LSL یک مقدار ثابت میباشد , اگر میانگین فرآیند از LSL فاصله بگیرد در نتیجه P کاهش پیدا می کند . فاصله ی میانگین فرآیند با LSL را به صورت Z_{LSL} تعریف می کنند که Z_{LSL} برابر با $\frac{\bar{X}-LSL}{\sigma}$ می باشد در نتیجه هر چه قدر Z_{LSL} بیشتر باشد مقدار P کمتر می باشد. پس اگر قرار باشد نسبت اقلام معیوب از حد خاصی تجاوز نکند آن گاه می توان این مقدار بحرانی را برای Z_{LSL} به یک فاصله ی بحرانی مثل K تبدیل کرد. در نتیجه یک نمونه ی n تایی تهیه کرده و اگر $Z_{LSL} \geq K$ بود , بحر پذیرفته می شود. پس هر چه قدر انحراف معیار متغیر تصادفی کمتر و فاصله ی بین میانگین و LSL بیشتر باشد , احتمال پذیرش بحر بیشتر می شود مانند شکل زیر:



همچنین اگر به جای LSL , USL را داشتیم آنگاه اگر $Z_{USL} \geq K$ بود , بحر را میپذیریم که در این رابطه $Z_{USL} = \frac{USL - \bar{X}}{\sigma}$ می باشد. پس یک نمونه ی n تایی تهیه کرده اگر شرایط فوق برقرار بود , بحر را می پذیریم. همچنین به ندرت پیش می آید که σ معلوم باشد که بهترین تخمین برای آن, انحراف معیار نمونه (S) می باشد.

پس با تعاریف فوق نتیجه می گیریم با معلوم بودن شرایط شما n (اندازه نمونه) و K (فاصله بحرانی) را به دست آورده و سپس نمونه گیری را انجام می دهید , اگر نمونه های به دست آمده شرایط پذیرش را داشتند , بحر را می پذیرید حال نحوه ی به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و معیارهای پذیرش را در شرایط مختلف توضیح می دهیم.

توجه داشته باشید که برای به دست آوردن n و K حتما باید AQL و LTPD هر دو معلوم باشند و از بین LSL و USL حداقل یکی از آن ها مشخص باشد و توزیع مشخصه کیفی متغیر حتما نرمال باشد.

طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی یک طرفه وقتی انحراف معیار معلوم است

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}{Z_{1-AQL} - Z_{1-LTPD}} \right)^2$$

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$k_1 = Z_{1-AQL} - \frac{Z_{1-\alpha}}{\sqrt{n}}$$

$$k_2 = Z_{1-LTPD} - \frac{Z_{1-\beta}}{\sqrt{n}}$$

با استفاده از روابط فوق اندازه نمونه و فاصله بحرانی را به دست آورده و نمونه گیری میکنید و اگر شرایط زیر برقرار بود، بحر را می پذیریم

- اگر LSL مشخص بود، بحر را می پذیریم اگر $Z_{LSL} \geq K$ که در آن $Z_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{\sigma}$
- اگر USL مشخص بود، بحر را می پذیریم اگر $Z_{USL} \geq K$ که در آن $Z_{USL} = \frac{USL - \bar{X}}{\sigma}$

طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی یک طرفه وقتی انحراف معیار نامعلوم است

$$k = \frac{Z_{1-LTPD}Z_{1-\alpha} + Z_{1-AQL}Z_{1-\beta}}{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}$$

$$n = \left(1 + \frac{k^2}{2}\right) \left(\frac{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}{Z_{1-AQL} - Z_{1-LTPD}}\right)^2$$

با استفاده از روابط فوق اندازه نمونه و فاصله بحرانی را به دست آورده و نمونه گیری میکنید و اگر شرایط زیر برقرار بود، بحر را می پذیریم

- اگر LSL مشخص بود، بحر را می پذیریم اگر $Z_{LSL} \geq K$ که در آن $Z_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{\hat{\sigma}}$
- اگر USL مشخص بود، بحر را می پذیریم اگر $Z_{USL} \geq K$ که در آن $Z_{USL} = \frac{USL - \bar{X}}{\hat{\sigma}}$

که در روابط فوق (انحراف معیار نمونه) $\hat{\sigma} = S$ می باشد.

طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی دوطرفه وقتی انحراف معیار معلوم است

ابتدا Minitab، Z را از رابطه ی زیر به دست می آورد:

$$Z = \frac{USL - LSL}{2\sigma}$$

سپس احتمال ناحیه ی بالاتر از Z را به دست آورده و آن را P^* می نامیم که P^* مینیمم ترین احتمال و نسبت اقلام معیوب می باشد که اگر

آنگاه محاسبه اندازه نمونه و فاصله بحرانی براساس حدود مشخصات فنی یکطرفه انجام می شود. $2P^* \leq AQL/2$

آنگاه مطمئن ترین مقدار برای مینیمم نسبت اقلام معیوب به صورت زیر محاسبه می شود $AQL/2 < 2P^* \leq AQL$

ابتدا μ_0 را از رابطه زیر به دست آورده:

$$\mu_0 = \frac{USL + LSL}{2}$$

آنگاه مقدار متوسط از رابطه زیر به دست می آید:

$$\mu = \mu_0 + mh \quad m = 1, 2, \dots, 300$$

$$h = \frac{\sigma}{100}$$

آن گاه به ازای هر m یک μ به دست می آید ، این کار را تا جایی ادامه می دهیم که مجموع احتمال زیر به AQL نزدیک شود

$$P_{LSL} + P_{USL}$$

$$P_{LSL} = p\left(z < \frac{LSL - \mu}{\sigma}\right)$$

$$P_{USL} = p\left(z > \frac{USL - \mu}{\sigma}\right) = 1 - p\left(z < \frac{USL - \mu}{\sigma}\right)$$

در نتیجه داریم:

$$p\left(z < \frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) + 1 - p\left(z < \frac{USL - \mu}{\sigma}\right)$$

وقتی مجموع احتمال فوق به AQL نزدیک شد آنگاه Minitab از ماکسیمم ترین احتمال بین P_{LSL} و P_{USL} برای به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی استفاده می کند . فرض کنید P_{LSL} بزرگ تر از P_{USL} می باشد آن گاه داریم:

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}}{z_{1-p_{LSL}} - z_{1-LTPD}} \right)^2$$

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$k_1 = z_{1-p_{LSL}} - \frac{z_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} \quad k_2 = z_{1-LTPD} - \frac{z_{1-\beta}}{\sqrt{n}}$$

با استفاده از روابط فوق اندازه نمونه و فاصله بحرانی را به دست آورده و نمونه گیری میکنید و بحر را می پذیریم اگر:

$$Z_{USL} \geq K \text{ و } Z_{LSL} \geq K$$

همچنین در صورتیکه $2P^* \geq LTPD$ شد نیازی به نمونه گیری نمی باشد بهتر است بحر را رد کنید.

طریقه به دست آوردن اندازه نمونه و فاصله بحرانی و شرایط پذیرش برای حدود مشخصات فنی دوطرفه وقتی انحراف معیار نامعلوم است

ابتدا فاصله بحرانی و اندازه نمونه را از رابطه های زیر به دست می آوریم:

$$k = \frac{Z_{1-LTPD}Z_{1-\alpha} + Z_{1-AQL}Z_{1-\beta}}{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}$$

$$n = \left(1 + \frac{k^2}{2}\right) \left(\frac{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}{Z_{1-AQL} - Z_{1-LTPD}}\right)^2$$

هم چنین باید ماکسیمم مقدار مجاز برای انحراف معیار را در شرایط فوق محاسبه کنیم , که MSD(Maximum Standard Deviation) از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$MSD = \frac{USL - LSL}{2 * Z_P^{**}}$$

که در رابطه ی فوق ابتدا P^* را برای K به دست می آورند , توجه داشته باشید اگر K را یک Z (مقدار استاندارد شده) در نظر بگیرید آن گاه P^* ناحیه ی احتمال بالاتر از K می باشد و Z_P^{**} مقدار استاندارد شده برای ناحیه ی بالاتر از $\frac{P^*}{2}$ می باشد.

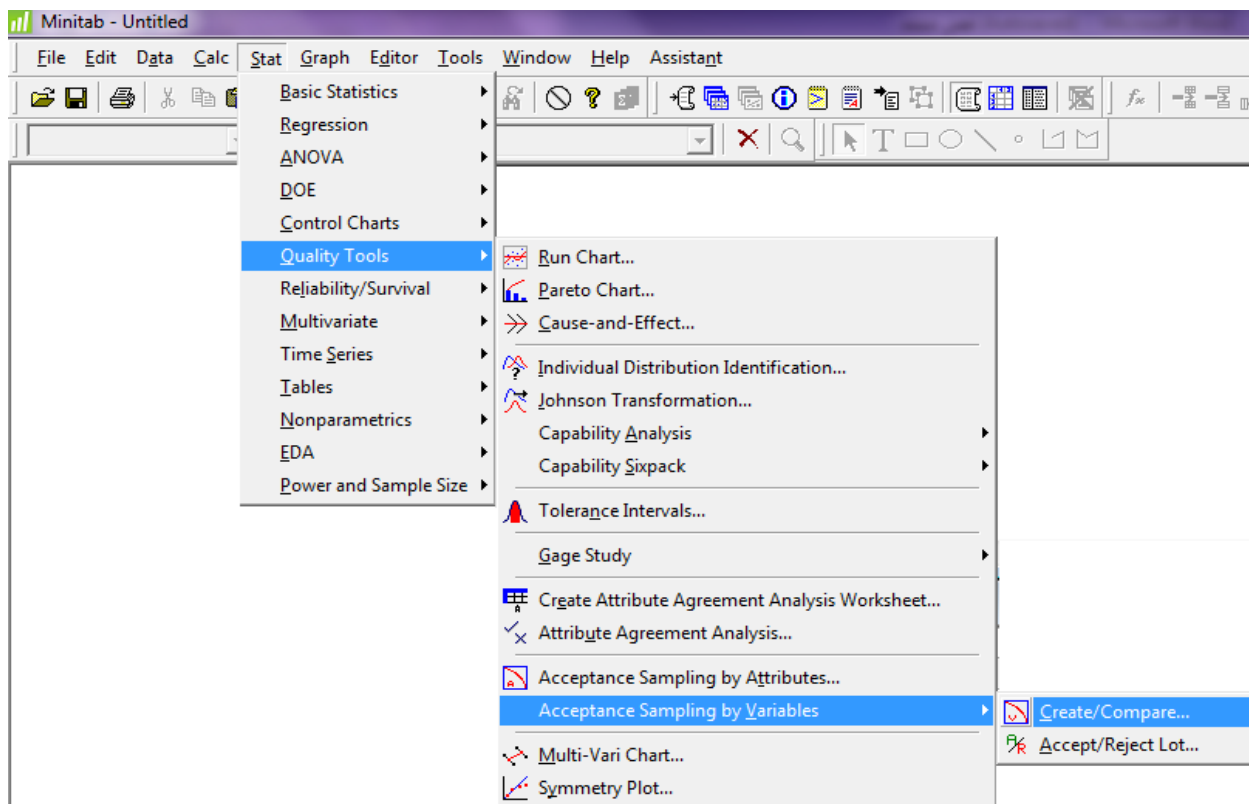
با استفاده از روابط فوق اندازه نمونه و فاصله بحرانی را به دست آورده و نمونه گیری میکنید و بحر را می پذیریم اگر:

$$\hat{\sigma} = S \leq MSD \text{ و } Z_{USL} \geq K \text{ و } Z_{LSL} \geq K$$

ایجاد و مقایسه یک طرح نمونه گیری برای پذیرش مشخصات متغیر در Minitab

مثال: فرض کنید هفته ای 2 محموله از حلقه های لوله های پلاستیکی برای یک عملیات مونتاژ به شما می رسد. اندازه هر بحر 2500 حلقه می باشد. شما تصمیم میگیرید یک طرح نمونه گیری جهت مقایسه ضخامت دیواره ها ایجاد کنید. حد پایین برای ضخامت دیواره ها برای لوله کشی 0.09 می باشد. شما و تامین کننده بر AQL برابر 100 معیوب در میلیون و LTPD برابر 300 معیوب در میلیون توافق کرده اید. حال می خواهیم یک طرح نمونه گیری برای شرایط فوق ایجاد کنیم

قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم دوم: در قسمت Units for quality level گزینه ی Defectives per million را انتخاب کنید و حتماً گزینه Create sampling plan را انتخاب کنید.

قدم سوم: در قسمت AQL و LTPD به ترتیب اعداد 100 و 300 را وارد کنید.

قدم چهارم: در قسمت Lower spec عدد 0.09 را وارد کنید.

قدم پنجم: در قسمت Historical standard deviation اگر تخمینی از انحراف معیار فرآیند دارید عدد آنرا وارد کنید یا اگر داده هایی در یکی از ستون های Worksheet شما وجود دارد و

شما قصد دارید انحراف معیار فرآیند را نرم افزار از روی آن تخمین بزنند ، ستون مورد نظر را وارد کنید.

قدم ششم : در قسمت Lot size عدد 2500 را وارد کنید.

در قسمت Options اگر می خواهید احتمال پذیرش بحر را در نسبت اقلام معیوب خاصی مشاهده کنید می توانید این نسبت را برحسب تعداد اقلام معیوب در یک میلیون در قسمت Enter additional quality levels to calculate acceptance probabilities وارد کنید.

Acceptance Sampling by Variables (Create/Compare)

Create a Sampling Plan

Options...

Graphs...

Units for quality levels: Defectives per million

Acceptable quality level (AQL): 100

Rejectable quality level (RQL or LTPD): 300

Producer's risk (Alpha): 0.05

Consumer's risk (Beta): 0.10

Lower spec: 0.09

Upper spec:

Historical standard deviation: (Optional)

Lot size: 2500

Help OK Cancel

قدم هفتم : Ok را بزنید.

Acceptance Sampling by Variables - Create/Compare

Lot quality in defectives per million

Lower Specification Limit (LSL)	0.09
Lot Size	2500
Acceptable Quality Level (AQL)	100
Producer's Risk (Alpha)	0.05
Rejectable Quality Level (RQL or LTPD)	300
Consumer's Risk (Beta)	0.1

Generated Plan(s)

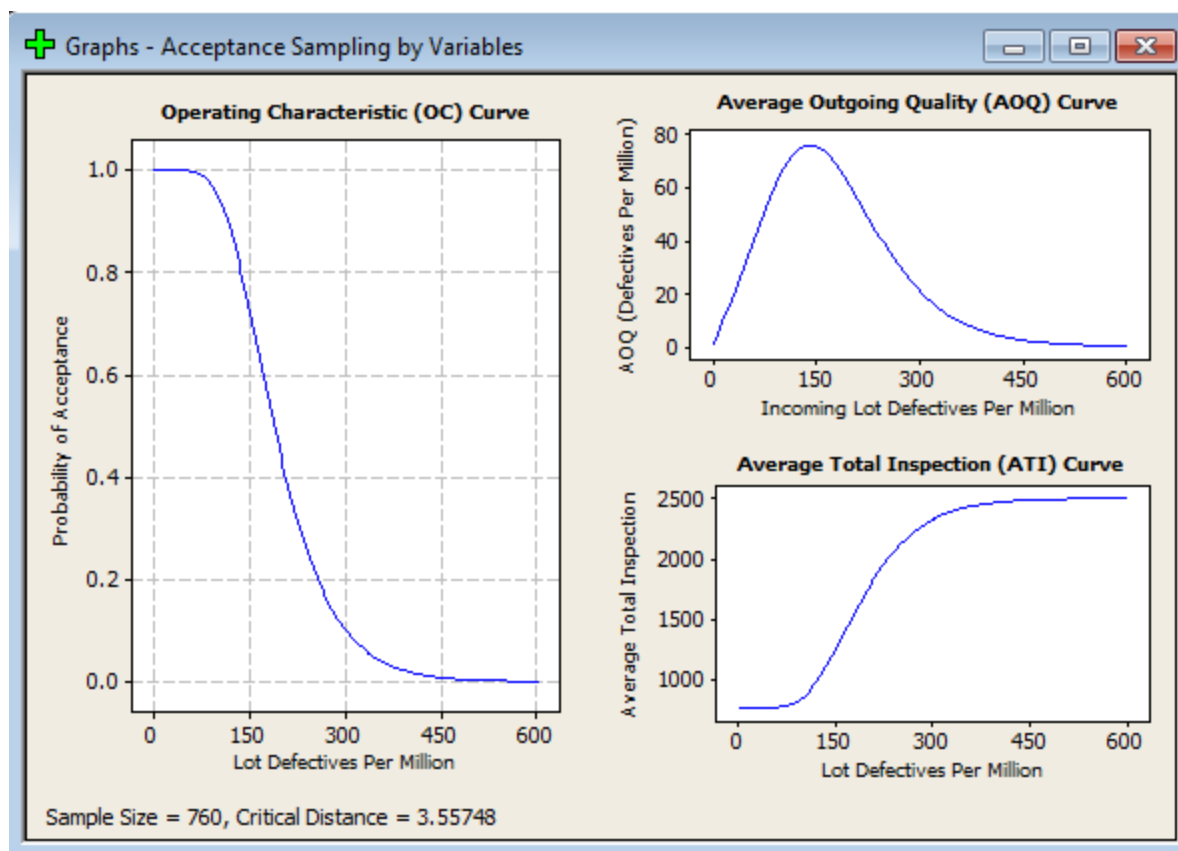
Sample Size	760
Critical Distance (k Value)	3.55748

$Z.LSL = (\text{mean} - \text{lower spec}) / \text{standard deviation}$
Accept lot if $Z.LSL \geq k$; otherwise reject.

Defectives Per Million	Probability Accepting	Probability Rejecting	AOQ	ATI
100	0.951	0.049	66.2	846.0
300	0.102	0.898	21.3	2322.9

Average outgoing quality limit (AOQL) = 76.3 at 141.0 defectives per million.

Graphs - Acceptance Sampling by Variables



تحليل : اندازه نمونه 760 مي باشد و شما بايد 760 نمونه گرفته و اندازه آنها را يادداشت کرده و Z.LSL را از رابطه $Z.LSL = \frac{\bar{X} - LSL}{\hat{\sigma}}$ محاسبه کرده و اگر Z.LSL بزرگ تر مساوي مقدار بحراني K که برابر 3.55 مي باشد شد، آن بحر را بپذيريد.

همچنين اگر تعداد قطعات معيوب در يك ميليون برابر 141 قطعه باشد ، آنگاه متوسط قطعات معيوب خروجي (AOQL) در نهايت برابر 73.6 در ميليون مي باشد .

نمودار AOQ نيز ، متوسط تعداد قطعات نامنطبق را در يك ميليون در نسبت هاي اقلام معيوب مختلف نشان مي دهد . توجه داشته باشيد AOQ به صورت زير محاسبه مي شود:

$$AOQ = \frac{P_a P(N - n)}{N}$$

که P_a براي نسبت اقلام معيوب خاصي (P) براي مشخصه هاي کيفي متغير وقتي انحراف معيار نامعلوم و حد مشخصه کيفي يکطرفه مي باشد به صورت زير محاسبه مي شود:

$$P_a = (t_{(n-1)} > \sqrt{n}z_{1-p})$$

توجه داشته باشید نحوه ی به دست آوردن احتمال پذیرش با توجه به شرایط مختلف , متفاوت است.

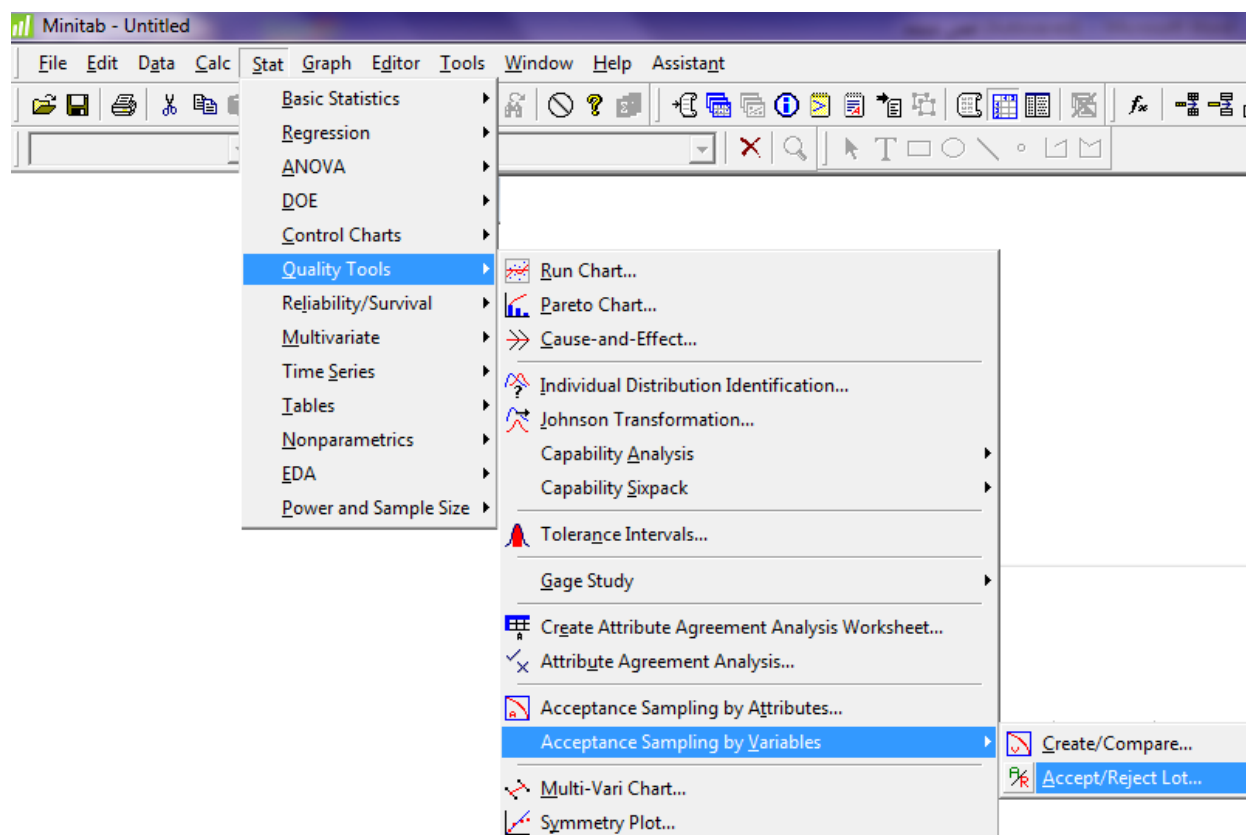
همچنین می توان با انتخاب گزینه Compare user defined sampling plans و تعریف اندازه نمونه و مقادیر بحرانی مختلف , چندین طرح را با هم بررسی کنید و بهترین طرح را انتخاب کنید.

رد یا قبول يك بحر در نمونه گيري جهت پذیرش براي مشخصات کیفی متغیر در Minitab

مثال : فرض کنید به این نتیجه رسیدید که يك طرح با اندازه نمونه 104 و ضریب پذیرش یا K value برابر 8.55 تهیه کنید. لذا شما 104 داده تهیه کرده و اندازه ی آنها را ثبت می کنید . حال می خواهید ببینید که آیا بحر های رسیده را قبول کنید یا رد کنید ؟

قدم اول : کاربرگ PIPE SAMPLE.MTW را باز کنید.

قدم دوم :مسیر زیر را دنبال کنید .

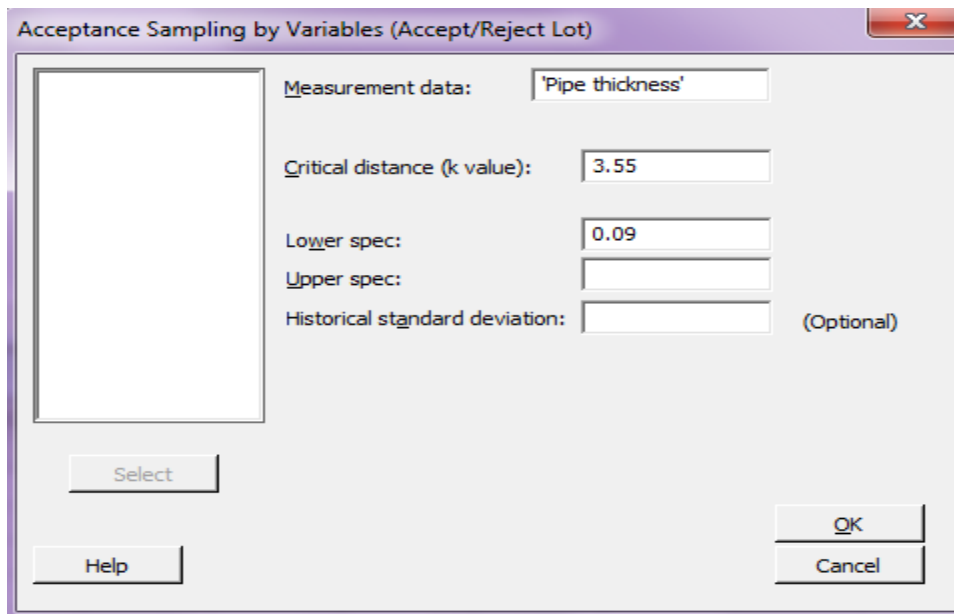


قدم سوم : در قسمت Measurement data ستونی را که اندازه ی داده ها را ثبت کردید وارد کنید . در این مثال Pipe thickness را وارد کنید.

قدم چهارم: در قسمت k-values عدد 3.55 را وارد کنید.

قدم پنجم: در قسمت Lowe spec عدد 0.09 را وارد کنید.

همچنین اگر تخمینی از انحراف معیار فرایند یا بحر دارید , در قسمت Historical standard deviation وارد کنید.



قدم ششم: OK را وارد کنید.

Acceptance Sampling by Variables - Accept/Reject Lot

Make Accept or Reject Decision Using Pipe thickness

Sample Size	104
Mean	0.199739
Standard Deviation	0.0257164
Lower Specification Limit (LSL)	0.09

Z.LSL	4.26730
Critical Distance (k Value)	3.33

Decision: **Accept lot.**

تحليل : خروجي در صفحه ي Session نمايش داده ميشود. از آنجاايكه مقدار Z.LSL بزرگتر از ضريب پذيرش k شده است ، بهر را مي پذيريم. همانطور كه مي بينيد در قسمت Decision نرم افزار با خروجي Accept lot ، بهر را قبول کرده است .

1- یک نوع ترموستات رادیاتور خودروی سواری موقعی سالم است که درجه حرارت وصل آن بین 88 تا 90 درجه ی سانتی گراد و درجه حرارت قطع آن بین 74 تا 76 سانتی گراد باشد. تولید کننده این ترموستات ها را در بسته های 500 تایی به مصرف کننده عرضه می نماید. همچنین تولید کننده اعلام کرده است که نسبت اقلام معیوب آن 0.2 می باشد و مصرف کننده نیز با توجه به شناختی که از فرآیند تولید خود دارد، به تولید کننده این هشدار را داده است که نسبت اقلام معیوب آن بیش از 0.3 نشود.

(a) یک طرح نمونه گیری ایجاد کنید به طوریکه ریسک تولید کننده و مصرف کننده به ترتیب برابر 0.04 و 0.08 باشد

(b) حداکثر نسبت اقلام معیوبی که برای مصرف کننده با طرح فوق می ماند، چه قدر است؟

(c) در صورتیکه نسبت اقلام معیوب بحر 0.15 باشد، متوسط نسبت اقلام معیوبی که برای مصرف کننده باقی می ماند چه قدر است؟

(d) در صورتیکه نسبت اقلام معیوب بحر برابر 0.18 باشد، متوسط تعداد اقلامی که مصرف کننده و تولید کننده بازرسی می کنند، چه قدر است؟

(e) در صورتیکه ملاک مصرف کننده این باشد که نسبت اقلام معیوبی که برایش باقی می ماند حداقل باشد، سه طرح 50 ، 100 و 184 را با هم مقایسه کنید.

50	100	184
0	1	46

2- بسته های 5000 تایی یک محصول پس از هر بار خروج از فرآیند نقاشی به ایستگاه بازرسی رفته و تعداد نقص های زدگی در هر واحد محصول بازرسی می شود. واحد برنامه ریزی تولید اعلام کرده است، متوسط تعداد نقص در هر واحد یکی می باشد. همچنین واحد بازرگانی و فروش این هشدار را به واحد تولید داده که اگر متوسط تعداد نقص در هر واحد بیش از 5 تا شود خسارات زیادی از لحاظ اعتباری به سازمان وارد خواهد شد. در صورتیکه ریسک واحد تولید و واحد فروش به ترتیب برابر 0.05 و 0.1 باشد، یک طرح نمونه گیری ایجاد کنید و آن را تحلیل کنید

3- در یک فرآیند تولید شیمیایی، محصول در بسته های 500 تایی پس از تولید بازرسی می شود در صورتیکه مقدار PH محصول بین 2 الی 4 واحد باشد، محصول در بازرسی قبول می شود. تولید کننده می خواهد نسبت اقلام معیوب آن حداقل بین 0.1 تا 0.2 باشد. در صورتیکه مقدار α و β به ترتیب برابر 0.05 و 0.1 باشد،

(a) یک طرح نمونه گیری ایجاد کرده و آن را تحلیل کنید.

(b) شرایط پذیرش را بررسی کنید.

(C) حداکثر انحراف معیار قابل مجاز چه قدر می باشد؟

4- در صورتیکه برای مثال فوق 68 نمونه از یک بحر گرفته و PH هر یک را در جدول زیر ثبت کردید، آیا این بحر را قبول می کنید؟

	PH		PH		
1	0.7	26	4.1	51	3.6
2	2.5	27	3.6	52	3.9
3	3.8	28	2.1	53	2.5
4	3.3	29	2.3	54	3.3
5	2.2	30	3.6	55	4.3
6	3.9	31	3.5	56	2.6
7	3.7	32	2.6	57	2.8
8	2.1	33	2.8	58	3.2
9	1.4	34	2.5	59	2.0
10	3.0	35	1.7	60	4.4
11	3.0	36	1.4	61	3.2
12	2.8	37	3.5	62	3.4
13	4.0	38	2.2	63	2.8
14	2.7	39	2.2	64	3.7
15	2.4	40	3.5	65	5.9
16	4.3	41	3.6	66	3.9
17	3.7	42	2.9	67	1.7
18	4.5	43	1.7	68	1.6
19	3.4	44	4.6		
20	4.3	45	2.9		
21	2.5	46	1.6		
22	3.5	47	3.2		
23	4.9	48	2.6		
24	5.0	49	2.7		
25	0.2	50	1.2		



بخش دوم

تحليل آماری



فصل نهم

بررسی گراف ها

در این فصل می آموزید:

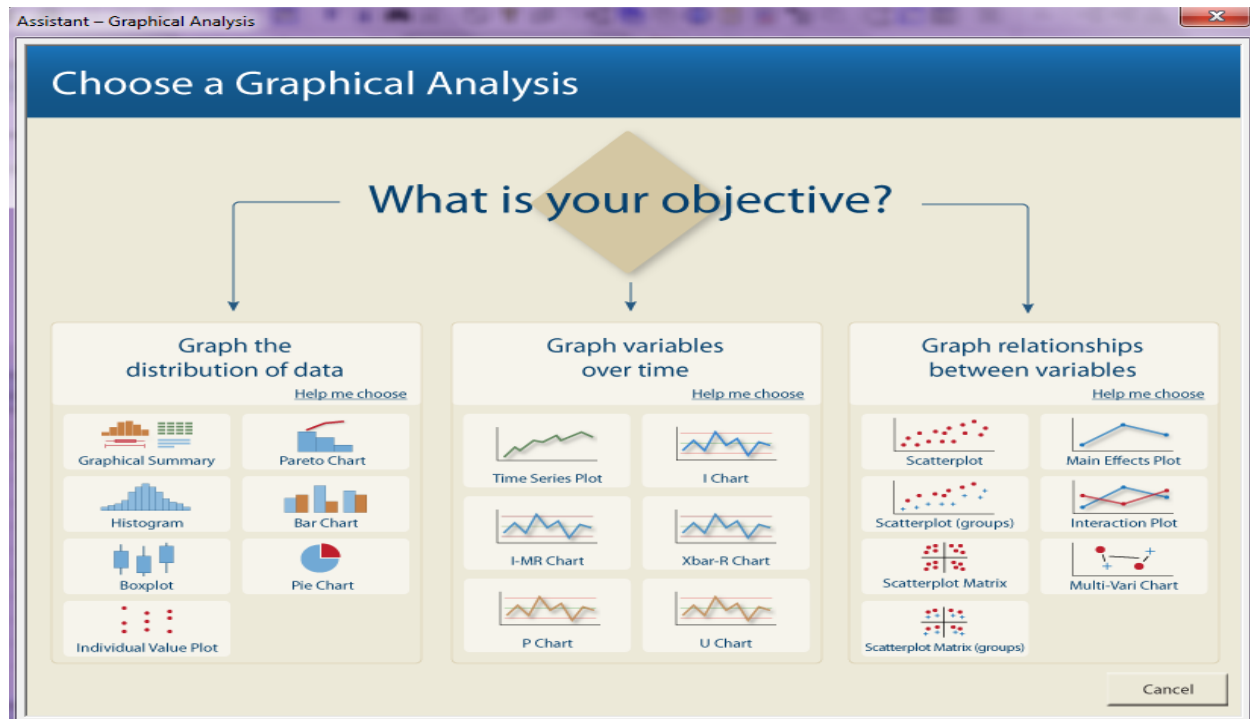
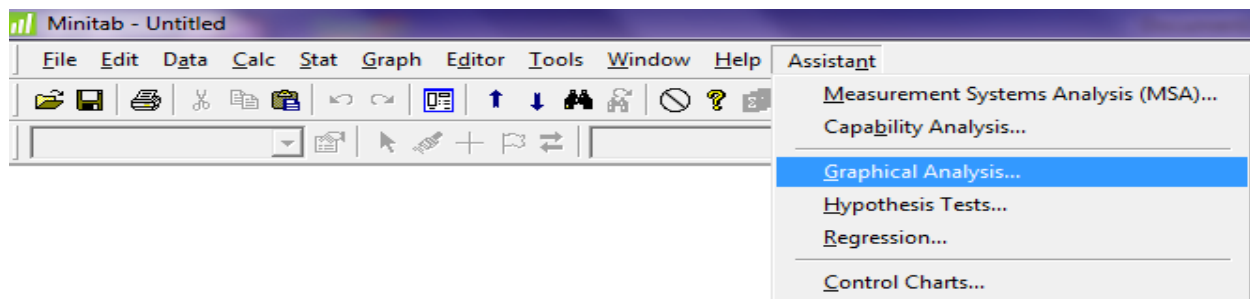
- انتخاب نوع گراف به کمک Minitab
- فلسفه استفاده از Graph the distribution of data
 - نحوه ی استفاده از Graphical summary در Minitab
 - طریقه ی رسم Box Plot در Minitab
 - طریقه رسم نمودار Individual value plot در Minitab
 - طریقه ی رسم Pie chart در Minitab
 - طریقه ی رسم Bar chart در Minitab
- فلسفه استفاده از Graph variables over time
 - طریقه رسم نمودار Time series در Minitab
- فلسفه استفاده از Graph relationships between variables
 - طریقه رسم نمودار Scatter plot (groups) در Minitab
 - طریقه رسم نمودار Scatter plot Matrix در Minitab
 - طریقه رسم نمودار Scatter Plot Matrix(groups) با Minitab
 - طریقه رسم نمودار اثرات اصلی (Main effects) در Minitab
 - طریقه رسم نمودار اثرات متقابل (Interactions) در Minitab
 - طریقه رسم نمودار Multi-Vari Chart در Minitab

فلسفه استفاده از گراف ها

گراف ها معمولاً اطلاعات مفیدی، به صورتی ترسیمی در مورد مشاهدات جمع آوری شده به ما می دهند. معمولاً هر تحلیل آماری بدون گراف، یک تحلیل ناقص می باشد. گراف ها به ما کمک می کنند که رابطه ی چند متغیر را پیدا کنیم، هم چنین می توانیم تابع توزیع مشاهداتمان را به دست بیاوریم و خیلی کاربردهای دیگر. در این فصل به بررسی چند گراف می پردازیم تا بیشتر با مفاهیم گراف ها و کاربرد هر یک آشنا شوید.

انتخاب نوع گراف به کمک Minitab

حال برای انتخاب مناسب ترین نوع گرافی که می خواهیم داده های خود را در آن به تصویر بکشیم از ابزار Assistant استفاده کنیم. این ابزار به ما کمک می کند تا با توجه به نوع تحلیلی که می خواهیم انجام دهیم و نوع متغیری که می خواهیم بررسی کنیم، بهترین گراف را انتخاب کنیم. مسیر زیر را دنبال کنید



ابتدا هدف بررسی را مشخص کنید, در صورتیکه می خواهید نحوه ی توزیع مشاهداتتان را بررسی کنید Graph the distribution of data را انتخاب کنید, اگر می خواهید روند یک متغیر تصادفی را در یک بازه ی زمانی بررسی کنید, Graph variables over time را انتخاب کنید و اگر می خواهید روابط بین چند متغیر تصادفی را بررسی کنید, Graph relationships between variables را برگزینید.

فلسفه استفاده از Graph the distribution of data

همواره یک متغیر تصادفی را با استفاده از شاخص های مرکزی از قبیل میانگین, میانه, مد و... و شاخص هایی که بیانگر پراکندگی مشاهدات می باشند مانند انحراف معیار نمونه, دامنه ی تغییرات و... و شاخص های دیگر که به تشریح آن خواهیم پرداخت, توصیف می کنند. از آنجاییکه به ندرت پیش می آید مینگین واقعی (μ) و انحراف معیار (σ) برای یک جامعه ی مورد بررسی معلوم باشد, پس شاخص های فوق کمک شایانی می کند که با استفاده از آن ها در مورد پارامترهای واقعی جامعه, استنباط آماری بکنیم.

شاخص های گرایش مرکزی

فرض کنید شما عمر لامپ ها را در یک فرآیند تولید لامپ اندازه گیری می کنید, حال ممکن است این سوال پیش بیاید که عمر لامپ ها واقعن چه قدر است؟ قطعاً سوال کننده از پاسخ کاملاً به شرایط بستگی دارد یا بعضی از لامپ ها بیشتر از لامپ های دیگر عمر می کنند, راضی نباشد. اما آماردان هرچند با بی میلی باید بپذیرد که می توان برخی از پرسش ها تنها با یک عدد پاسخ گفت.

رایج ترین و مفید ترین معیار توصیفی برای شاخص مرکزی, میانگین نمونه یا معدل حسابی داده هاست. اگر مشاهدات زیر جمع آوری شده باشند

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

آنگاه:

$$\text{Mean} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

یک شاخص دیگر, میانه ی داده ها (Median) است. وقتی که داده ها به ترتیب صعودی مرتب می شوند, میانه دقیقن وسط داده ها می باشد به طوریکه نصف داده ها از آن بزرگ تر و نصف داده ها از آن کوچکتر می باشند.

سومین شاخص مرکزی مد (Mode) می باشد. مد مشاهده ای می باشد که بیشترین فراوانی را دارد.

به شکل زیر دقت کنید، میانه، میانگین و مد داده ها در وسط مشاهدات می باشد و دقیقاً بر روی هم منطبق شدند.



شکل تابع توزیع نرمال که در آن میانه، میانگین و مد بر هم منطبق هستند.

و شکل های زیر که برای توزیع های نامتقارن می باشند و میانگین، مد و میانه با هم تفاوت دارند.



شکل یک توزیع نامتقارن

$$Mode \leq Median \leq Mean$$



شکل یک توزیع نامتقارن

$$Mode \geq Median \geq Mean$$

شاخص های پراکندگی

این شاخص ها بیانگر میزان تغییر و پراکندگی داده ها از شاخص های مرکزی می باشد.

یکی از این شاخص ها دامنه ی تغییرات می باشد که در آن بزرگ ترین مشاهده را از کوچک ترین مشاهده کم می کنیم. اگر مشاهدات زیر جمع آوری شده باشند

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

آنگاه:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

شاخص دیگر که شاخصی دقیق تر و بهتر می باشد، انحراف معیار نمونه است. این شاخص با شرکت دادن همه ی مشاهدات، تخمین بهتری نسبت به R برای انحراف معیار جامعه می باشد. اگر مشاهدات زیر جمع آوری شده باشند می توان انحراف معیار نمونه را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

آنگاه:

$$\text{Standard deviation} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

شاخص های موقعیت

شاخص هایی می باشند که موقعیت و جایگاه داده ها را مشخص می کنند.

یکی از این شاخص ها چارک اول می باشد. چارک اول مقداری است که 0.25 مشاهدات کمتر از آن مقدار هستند. اگر مشاهدات زیر جمع آوری شده باشد، چارک اول را می توان به صورت زیر به دست آورد

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

آنگاه:

$$w = \frac{n+1}{4} \quad \text{شماره مشاهده } w \text{ ام که } 0.25 \text{ مشاهدات کمتر از آن هستند}$$

اگر y مقدار عدد صحیح روند به پایین شده برای w و z مقدار اعشاری اختلاف بین x_{y+1} و x_y باشد پس چارک اول برابر است با:

$$Q_1 = x_y + z(x_{y+1} - x_y)$$

اگر w عدد صحیح باشد:

$$Q_1 = x_w$$

شاخص دیگر، چارک سوم می باشد. چارک سوم مقداری است که 0.25 مشاهدات بیشتر از آن هستند. اگر مشاهدات زیر جمع آوری شده باشد، چارک سوم را می توان به صورت زیر به دست آورد

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

آنگاه:

$$w = \frac{3(n+1)}{4} \quad \text{شماره مشاهده } w \text{ ام که } 0.25 \text{ مشاهدات بیشتر از آن هستند}$$

اگر y مقدار عدد صحیح روند به پایین شده برای w و z مقدار اعشاری اختلاف بین x_{y+1} و x_y باشد پس چارک اول برابر است با:

$$Q_3 = x_y + z(x_{y+1} - x_y)$$

اگر w عدد صحیح باشد:

$$Q_3 = x_w$$

شاخص های شکل توزیع

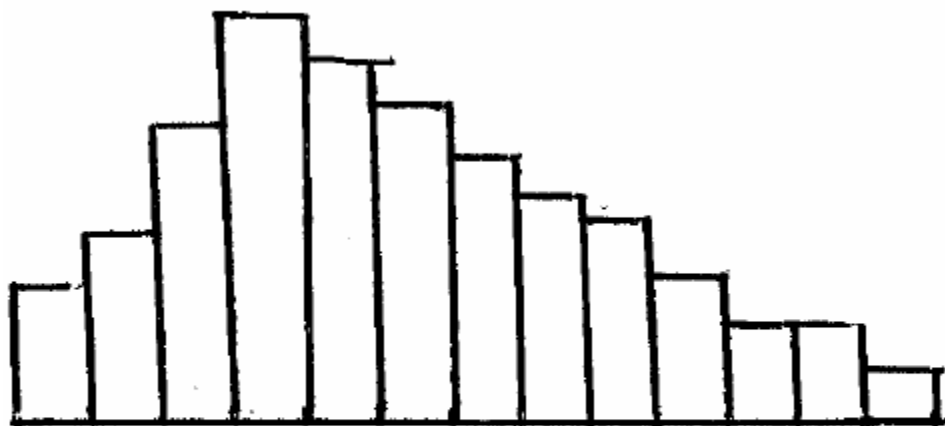
شاخص هایی می باشند که بیانگر شکل خاصی در تابع توزیع داده ها نسبت توزیع نرمال می باشند.

یک از این شکل ها، چولگی به راست (کشیدگی به راست) یا چولگی به چپ (کشیدگی به چپ) می باشد. در صورتیکه مشاهدات زیر جمع آوری شده باشند، آن گاه می توان مقدار چولگی را از رابطه ی زیر به دست آورد:

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

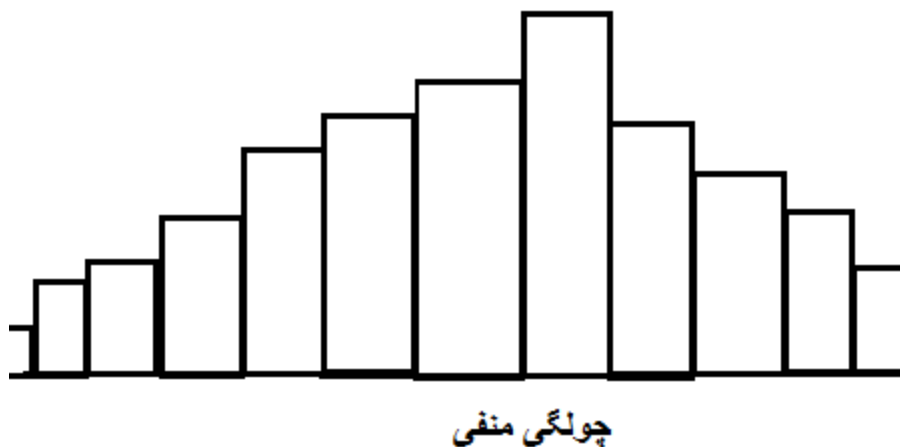
$$Skewness = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{(x_i - \bar{x})}{s} \right)^3$$

در صورتیکه حاصل رابطه فوق مثبت بود، مشاهدات چولگی به راست و در صورتیکه حاصل رابطه فوق منفی بود، مشاهدات چولگی به چپ دارند. در شکل 1 می توانید مشاهداتی که چولگی به راست دارند و در شکل 2 مشاهداتی که چولگی به چپ دارند را مشاهده کنید



چولگی مثبت

شکل 1



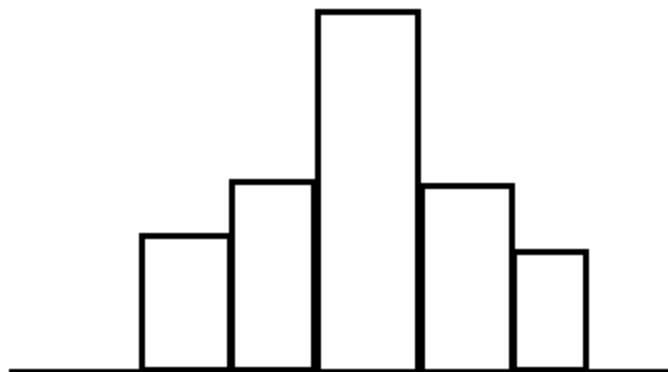
شکل 2

یکی دیگر از این شکل های خاص کشیدگی در میانگین برای توزیع نرمال می باشد، در صورتیکه مشاهدات زیر جمع آوری شده باشند، آن گاه می توان مقدار کشیدگی را از رابطه ی زیر به دست آورد:

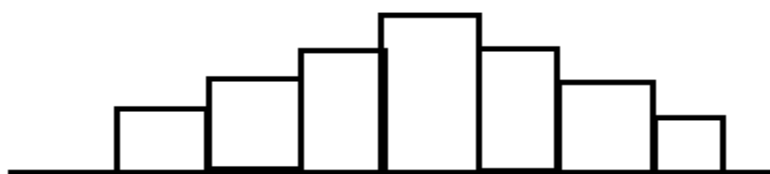
$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$Kurtosis = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{(x_i - \bar{x})}{s} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

در صورتیکه حاصل رابطه فوق مثبت بود، یعنی کشیدگی به سمت بالا در میانگین داده ها مشاهده می شود و در صورتیکه حاصل رابطه فوق منفی بود، یعنی کشیدگی به سمت پایین در میانگین داده ها مشاهده می شود. در شکل 1 می توانید مشاهداتی که کشیدگی تیز دارند و در شکل 2 مشاهداتی که کشیدگی صاف دارند را مشاهده کنید

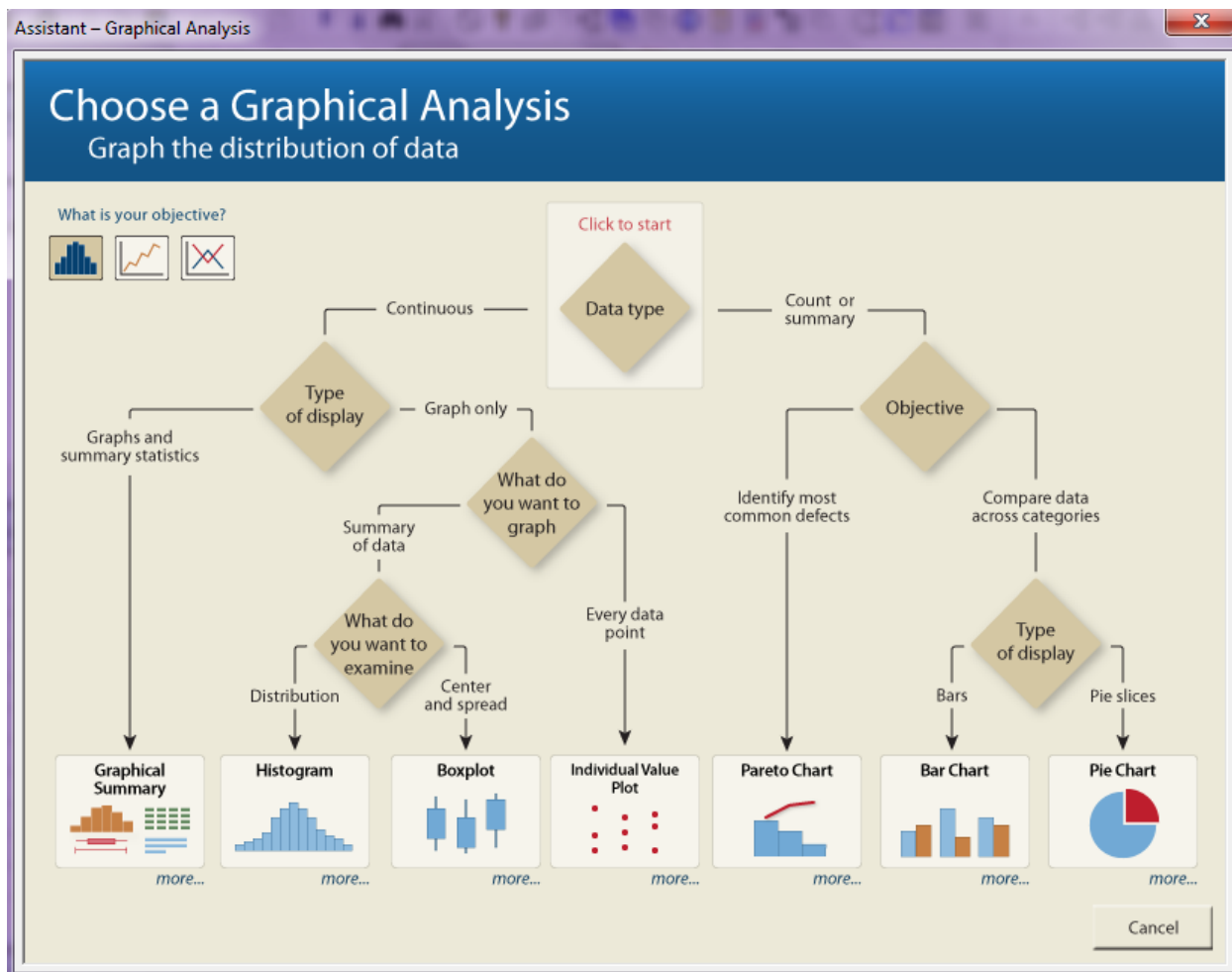


کشی‌دگی مثبت
شکل 1

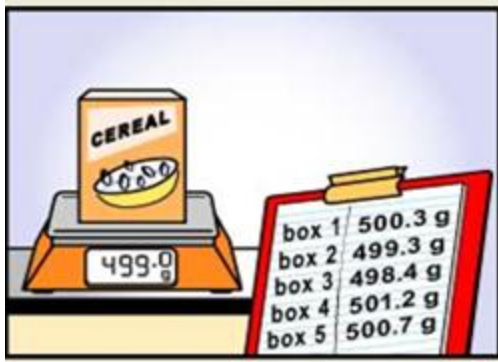


کشی‌دگی منفی
شکل 2

حال Graph the distribution of data را انتخاب کنید تا به بررسی گراف های موجود در آن بپردازیم.



در صورتیکه نوع متغیر تصادفی شما پیوسته می باشد شاخه ی Continuous را بر گزینید در غیر این صورت Count or summary را انتخاب کنید. شکل زیر بیانگر تفاوت دو متغیر تصادفی پیوسته و وصفی یا گسسته می باشد.



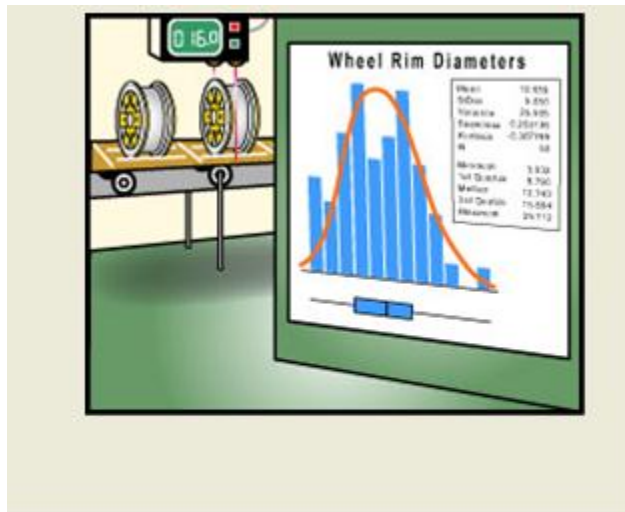
متغیر تصادفی پیوسته برای وزن حبوبات



متغیر تصادفی گسسته برای تعداد لامپ های غیر سالم

Graphical summary

در شاخه ی Continuous اگر می خواهید علاوه بر گراف هایی مانند هیستوگرام و نمودار جعبه ای ، اطلاعاتی از قبیل میانگین نمونه، انحراف معیار نمونه ، چارک اول ، چارک سوم، فاصله اطمینان برای میانگین و آزمون اندرسون دارلینگ برای مطمئن شدن از نرمال بودن داده ها را به طور هم زمان بررسی نمایید ، Graphical summary را انتخاب کنید. برای مثال یک تولید کننده قطعات اتومبیل قصد دارد ضخامت حاشیه ای چرخ های طایر را ثبت کند تا خلاصه ای از وضعیت تولید خود به دست بیاورد. لذا یک مهندس کیفیت گرافی را ایجاد می کند تا بتواند تا شاخص های مرکزی، شاخص های پراکندگی و شاخص های شکل توزیع همراه با فرض نرمال بودن داده ها را بررسی نماید.



اطلاعات گرافیکی و آماری برای ضخامت حاشیه ای چرخ های طایر

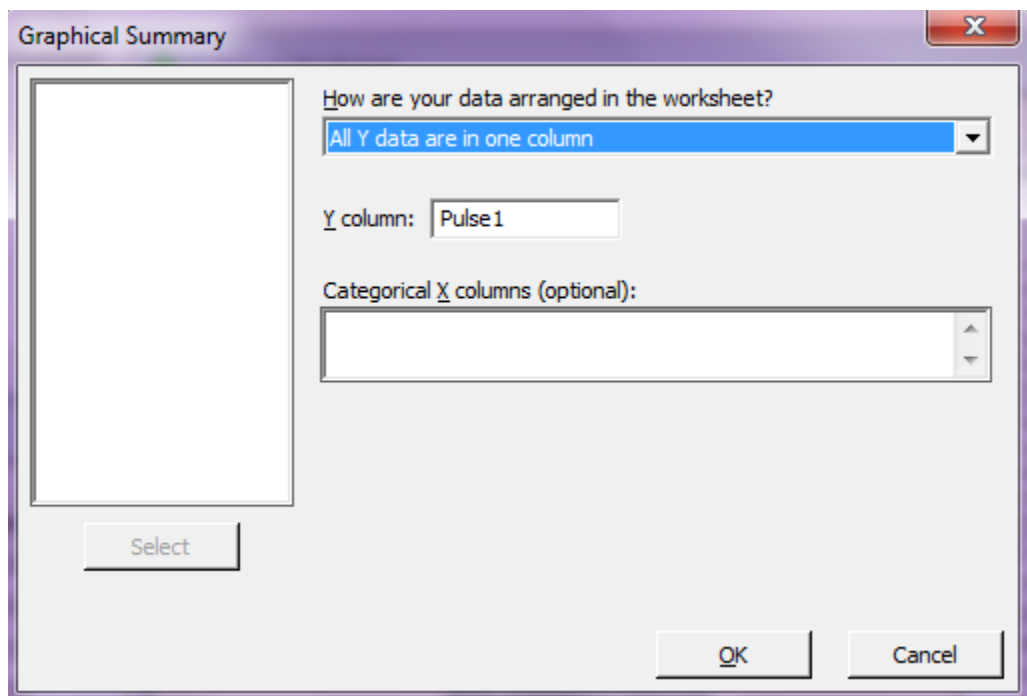
نحوه ی استفاده از Graphical summary در Minitab

مثال: دانشجویان برای آموزش یک دوره مقدماتی آمار شرکت کردند. آن ها ضربان نبض خود را در یک دقیقه ثبت کردند. حال می خواهیم به بررسی آماری ضربان نبض کل دانشجویان بپردازیم.

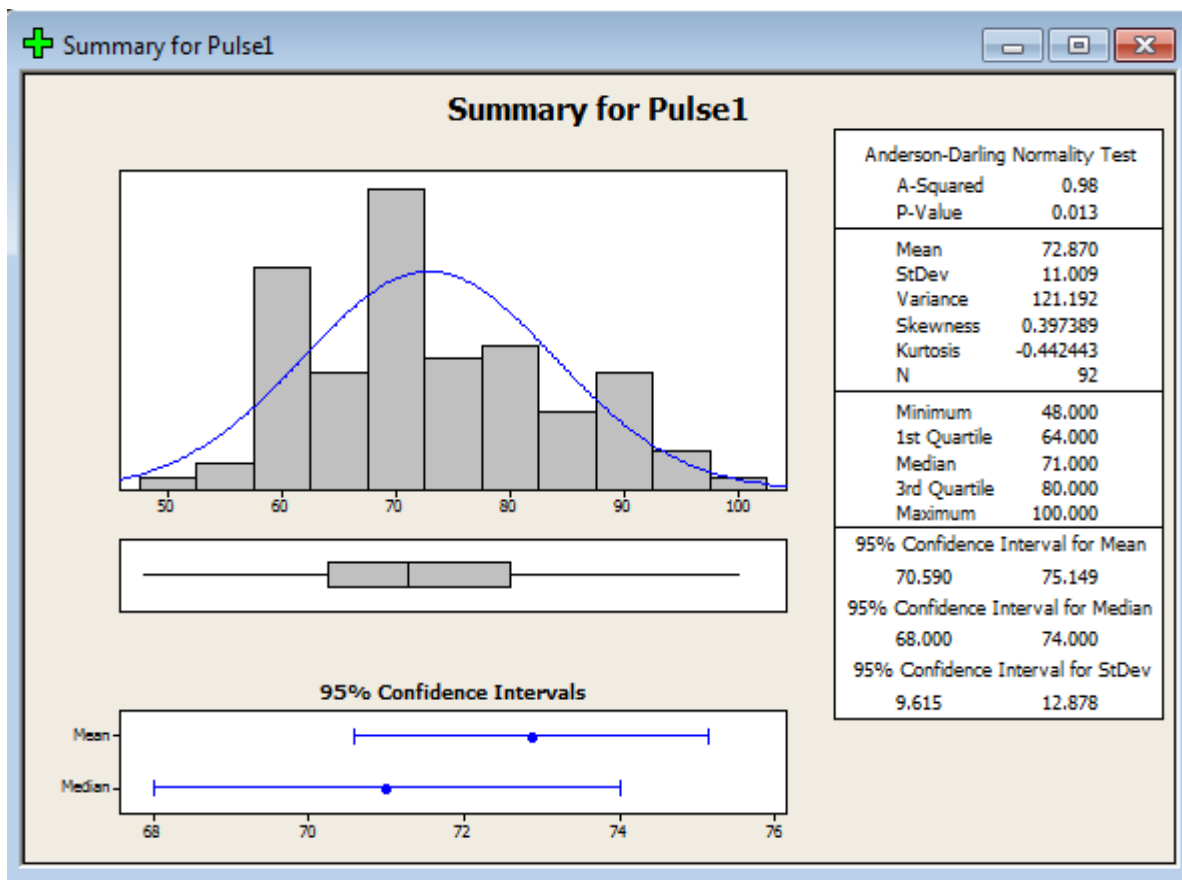
قدم اول : کاربرگ Pulse.MTW را از منوی فایل باز کنید.

قدم دوم : بر روی Graphical summary کلیک کنید.

قدم سوم: در صورتیکه می خواهید تنها مشاهدات یک ستون را بررسی نمایید, All Y data are in one column را انتخاب کنید در غیر این صورت, یعنی اگر می خواهید مشاهدات چندین ستون را بررسی نمایید, Y data are in more than one column را انتخاب کنید. در این مثال All Y data are in one column را انتخاب کرده و در قسمت Categorical X columns (optional): هم چنین اگر طبقه بندی از مشاهدات خود دارید, ستون آن را در Categorical X columns وارد کنید.



حال OK را بزنید.



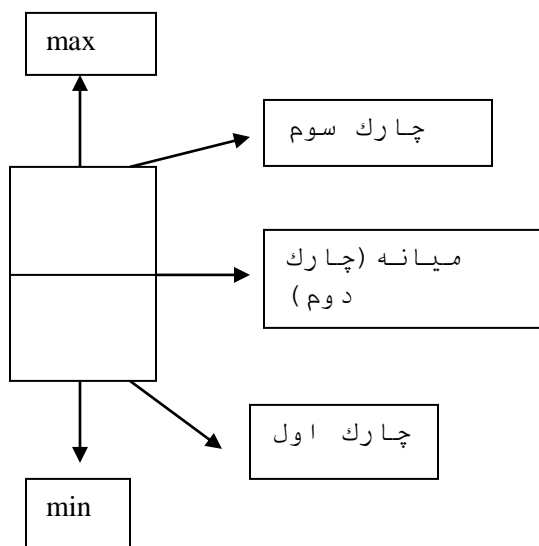
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید هیستوگرام مشاهدات همراه با منحنی نرمال رسم شده که این منحنی به خوبی داده ها را پوشش نداده است. که فرض نرمال بودن داده ها با توجه به آزمون اندرسون دارلینگ نیز رد شده است زیرا مقدار **P-Value** برابر 0.013 شده و کمتر از 0.05 می باشد. همچنین گراف **Box Plot** به صورت افقی برای مشاهدات رسم گردیده است و مقدار فاصله اطمینان برای میانه و میانگین نمونه ها به صورت خطی رسم گردیده. همانطور که مشاهده می کنید میانگین و میانه ی مشاهدات ثبت شده فاصله ی زیادی از هم دارند. میانگین داده ها برابر 72.87 و حد پایین و بالا برای میانگین داده ها به ترتیب برابر 70.59 و 75.149 می باشد و انحراف معیار مشاهدات و حدپایین و بالا برای آن به ترتیب برابر 11.009 ، 9.615 و 12.875 می باشد. مینیمم و ماکسیمم مشاهدات برابر 48 و 100 ، چارک اول ، سوم و میانه ی داده ها به ترتیب برابر 64 ، 80 و 71 می باشد. کمی چولگی به راست در مشاهدات دیده می شود زیرا **Skewness** مثبت شده و همچنین مقدار کشیدگی (**Kurtosis**) منفی شده و بیانگر صاف بودن سطح هستوگرام می باشد (یعنی تقریباً فراوانی اکثر مشاهدات برابر است)

در شاخه ی **Continuous** اگر فقط قصد دارید به صورت گرافیکی داده های خود را بررسی نمایید زیر شاخه ی **Graph only** را دنبال کنید، اگر می خواهید تابع توزیع داده های تصادفی خود را حدس بزنید **Histogram** را انتخاب کنید اما اگر می خواهید اطلاعاتی از قبیل میانه داده ها ، ماکسیمم، مینیمم

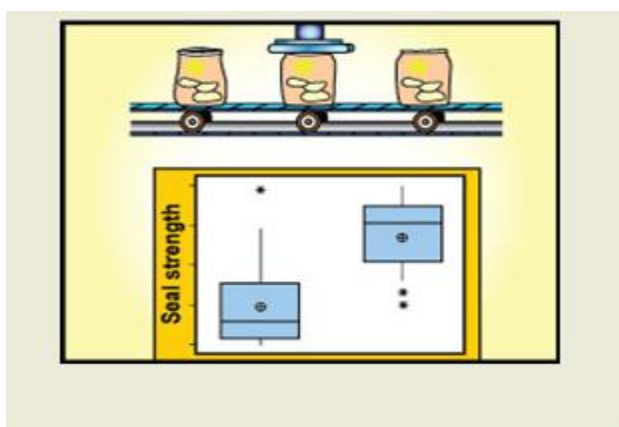
و ... را به صورت گرافیکی نمایش دهید, Box Plot را انتخاب کنید. از آنجاییکه هیستوگرام را در فصل دوم توضیح دادیم, به بررسی Box Plot می پردازیم.

نمودار Box Plot

این نمودار اطلاعاتی از قبیل ماکسیمم و مینیمم , میانه , چارک اول و سوم مشاهدات جمع آوری شده مانند شکل زیر به نمایش می گذارد.



برای مثال یک بازرس مواد غذایی به طور تصادفی بسته های غذاهای آماده ی تولید شده در کارخانه را از دو خط تولید برداشته و قدرت بسته شدن آن ها را بازرسی کرده و مقادیر آن ها را ثبت می کند. حال می خواهد وسعت مقادیر اندازه گیری شده و میانه را برای هر دو خط تولید, با هم مقایسه کند.



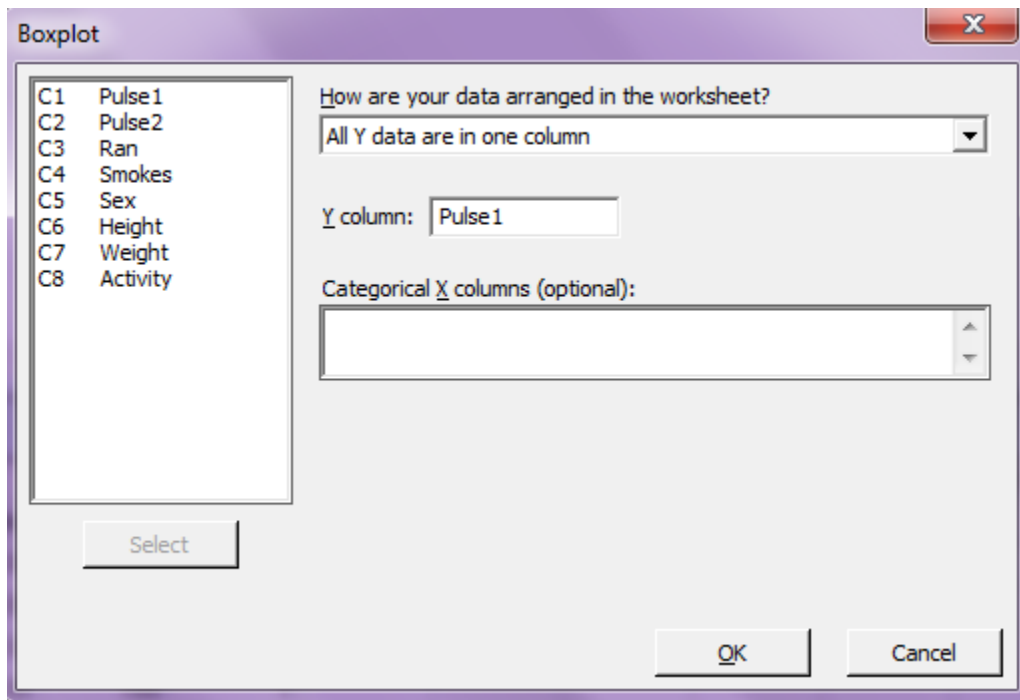
نمودار های جعبه ای از مقادیر اندازه گیری شده قدرت بسته شدن درب غذاهای آماده از دو خط تولید در یک کارخانه

طریقه ی رسم Box Plot در Minitab

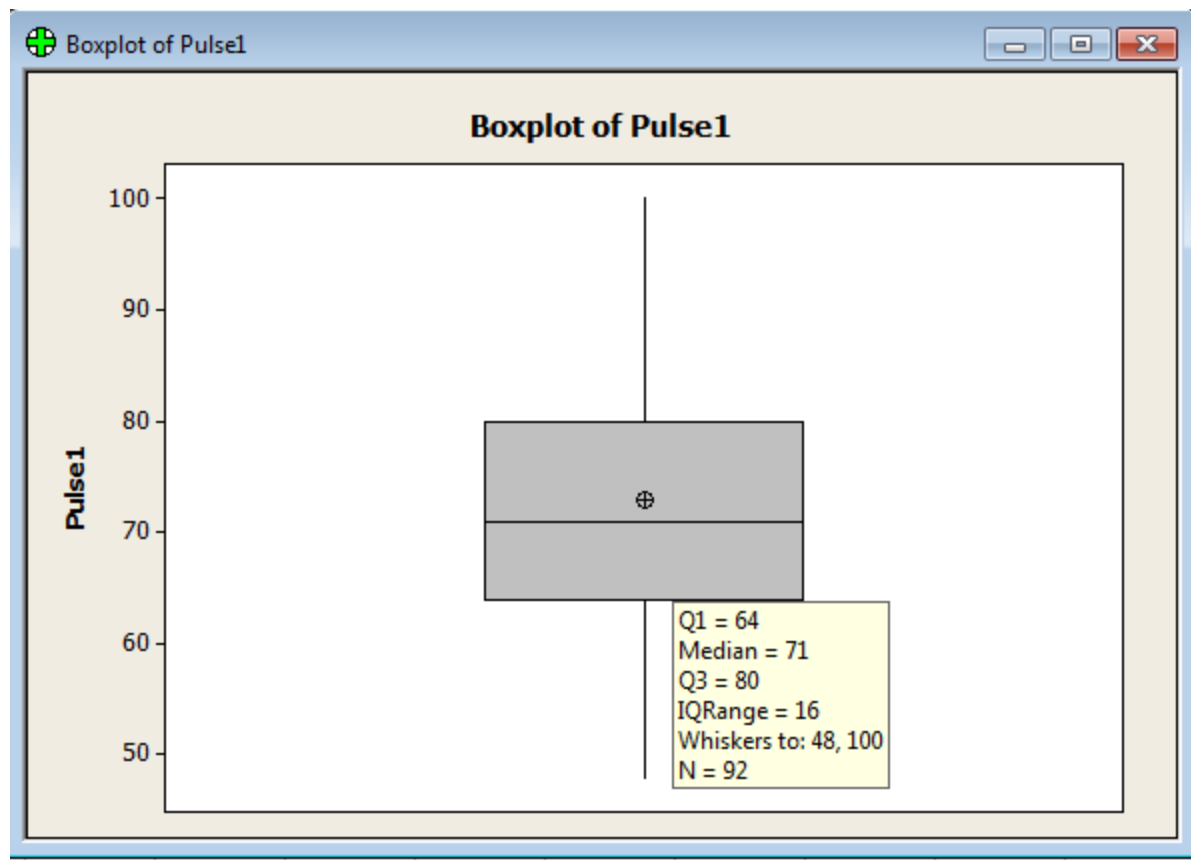
مثال: گراف Box Plot را برای تعداد ضربان نبض دانشجویان در مثال قبل رسم کنید.

قدم اول: گراف Box Plot را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph the distribution of data انتخاب کنید.

قدم دوم در صورتیکه می خواهید تنها مشاهدات یک ستون را بررسی نمایید، All Y data are in one column را انتخاب کنید در غیر این صورت، یعنی اگر می خواهید مشاهدات چندین ستون را بررسی نمایید، Y data are in more than one column را انتخاب کنید. در این مثال All Y data are in one column را انتخاب کرده و در قسمت Y column ستون Pulse1 را انتخاب کنید. هم چنین اگر طبقه بندی از مشاهدات خود دارید، ستون آن را در Categorical X columns وارد کنید.



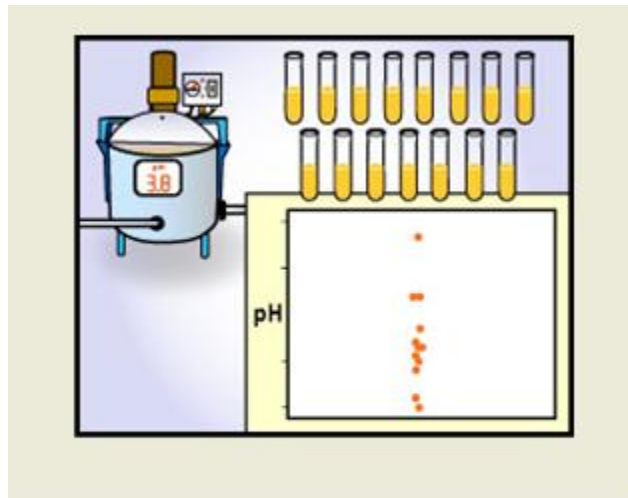
حال OK را بزنید.



تحلیل: نشانگر خود را بروی Box Plot برده تا شاخص های موجود در گراف به صورت عددی نیز نمایش داده شود. همانطور که مشاهده می کنید چارک اول (Q_1) و سوم (Q_3) به ترتیب برابر 64 و 80 می باشد و اختلاف این چارک ها (IQR) برابر 16 می باشد. میانه ی داده ها (Median) برابر 71 و ماکسیمم و مینیمم داده ها به ترتیب برابر 100 و 48 می باشد. همچنین مقدار میانگین داده ها با علامت \oplus در گراف مشخص است و همانطور که می بینید میانگین داده ها بالاتر از میانه ی داده ها می باشد.

نمودار Individual value plot

حال در صورتیکه می خواهید کلیه ی مشاهداتی که جمع آوری کردید و قصد توصیف آن ها را دارید، در نمودار مشخص باشد از نمودار Individual value plot استفاده کنید. معمولاً از این نمودار وقتی استفاده می شود که تعداد داده ها کم باشد. مثلاً یک محقق شیمیایی قصد دارد PH پانزده محلول اسیدی را بازرسی کند، چون تعداد نمونه ها کم می باشد این محقق مایل است کلیه ی مشاهدات ثبت شده در نمودار نمایان باشد تا بهتر اثر آن ها را بر فرآیند بررسی کند.



نمودار مقادیر انفرادی برای اثر محلول های اسیدی

طریقه رسم نمودار Individual value plot در Minitab

مثال: فرض کنید در یک کارخانه تولید توپ های بلیارد هستید. برای ارزیابی پلاستیک به کار رفته در این توپ ها، شما 30 توپ را به طور تصادفی انتخاب کرده و خاصیت الاستیسیته را در این توپ ها از 0 تا 100 در هر توپ بیان می کنید. در نظر داشته باشید هر چه قدر خاصیت الاستیسیته در این توپ ها بیشتر باشد بهتر است. حال نمودار مقادیر انفرادی را برای خاصیت الاستیسیته در این توپ ها رسم کنید. قدم اول: کاربرگ BILLIARD.MTW را از منوی فایل باز کنید.

قدم دوم: گراف Individual value plot را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph the distribution of data انتخاب کنید.

قدم سوم : در قسمت All Y data are in one column ستون Elastic را وارد کنید و OK را بزنید.

Individual Value Plot

C1	Elastic
C2	Batch
C3	Additive

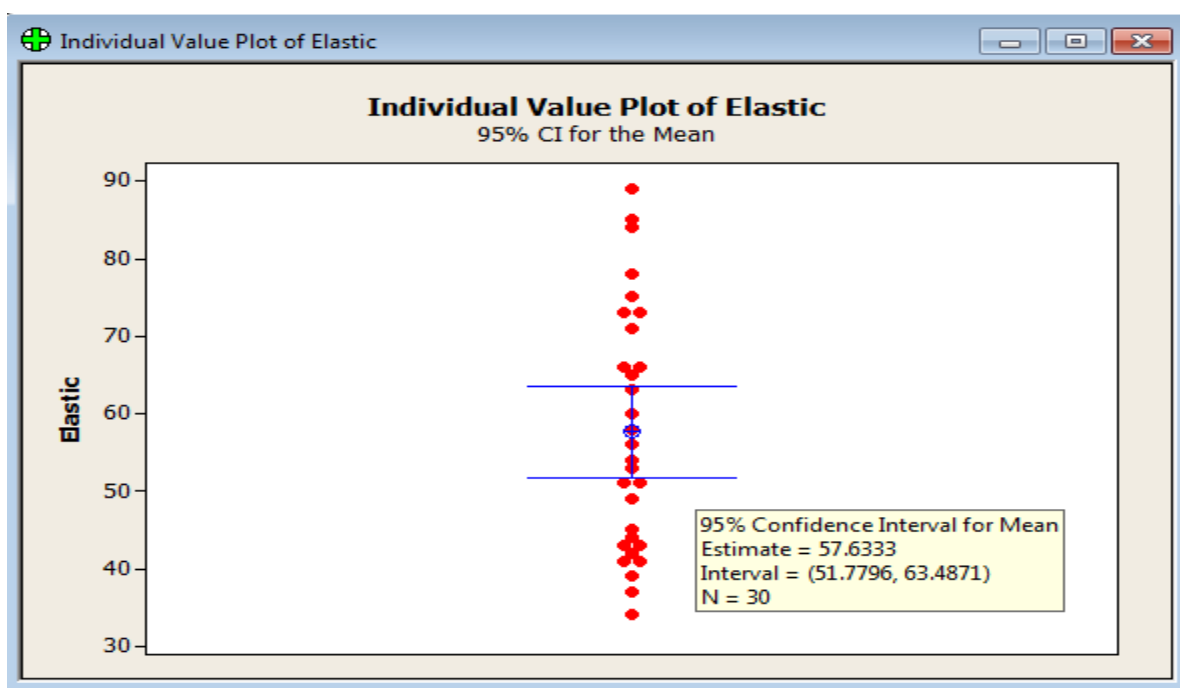
How are your data arranged in the worksheet?
All Y data are in one column

Y column: Elastic

Categorical X columns (optional):

Select

OK Cancel

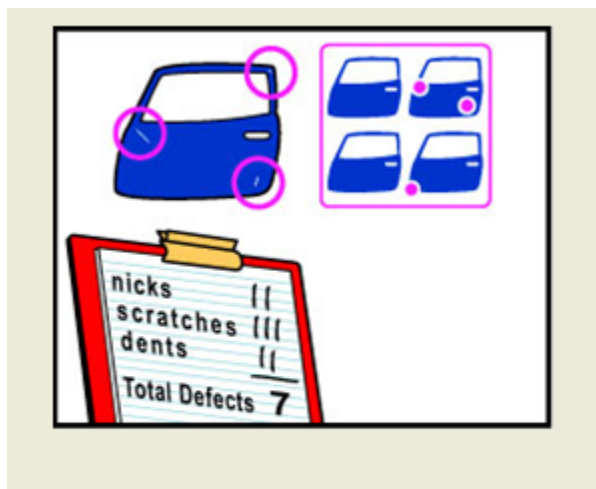


تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید کوچکترین و بزرگ ترین مشاهده به ترتیب برابر 34 و 89 می باشد و میانگین مشاهدات برابر 57.33 است. هم چنین یک فاصله اطمینان در سطح 0.95 برای میانگین داده ها برابر 51.77 الی 63.48 می باشد یعنی به طور متوسط 0.95 مشاهدات باید در این بازه باشند. با چنین شرایطی نیاز به یک بهبود جدی در فرآیند دیده می شود.

تا به اینجا نمودارها و گراف هایی که متغیرهای تصادفی پیوسته را توصیف می کردند شرح دادیم، حال می خواهیم به توصیف گرافیکی متغیرهای تصادفی وصفی یا گسسته بپردازیم.

نمودار پارتو

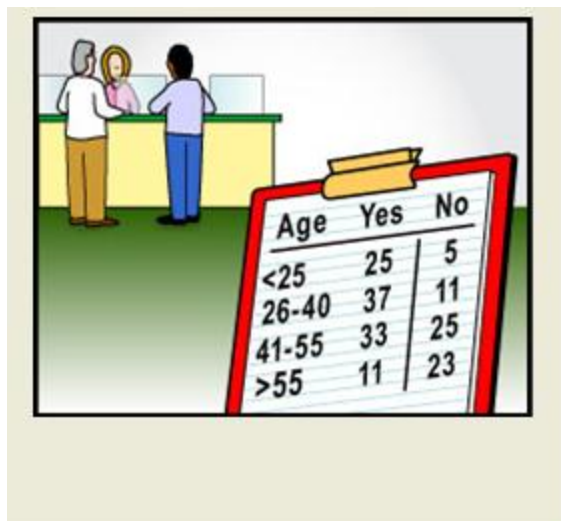
در صورتیکه شما می خواهید مشکلی از مشکلات موجود در فرآیند خود را انتخاب کنید که بیشترین فراوانی را دارد از نمودار پارتو استفاده کنید. برای مثال بازرس ها برای یک کارخانه تولید کننده اتومبیل، درهای ماشین را بازرسی می کنند و تعداد نقص های از نوع بریدگی، خراش و فرورفتگی را ثبت می کنند حال می خواهند بررسی نمایند کدام یک از این نقص ها بیشترین فراوانی را دارد، در نتیجه از نمودار پارتو استفاده می کنند.



بررسی تعداد نقص های بریدگی، خراش و فرورفتگی در درب های اتومبیل

نمودار پارتو در فصل دوم به طور کامل شرح داده شده است.

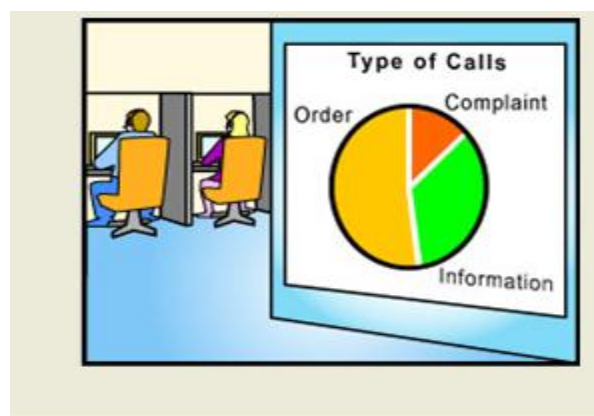
در صورتیکه می خواهید چندین متغیر تصادفی وصفی یا گسسته را با هم مقایسه کنید از Pie chart یا Bar chart استفاده کنید. برای مثال یک آنالیز گر بانک قصد دارد درباره ی علاقه ی مشتریان در رده های سنی مختلف به دریافت سرویس آنلاین، تحقیق کند. حال او می خواهد علاقه ی مشتریان به دریافت سرویس آنلاین را در رده های سنی مختلف بررسی کند.



تعداد مشتریان مختلف علاقه مند به دریافت سرویس آنلاین در رده های سنی متفاوت

نمودار Pie chart

در صورتیکه شما می خواهید نسبت یا درصد چندین متغیر تصادفی گسسته یا وصفی را به صورت نمودار دایره ای بررسی کنید، از نمودار Pie chart استفاده کنید. برای مثال یک مدیر در یک مرکز خدمت دهی به مشتری قصد دارد نوع تلفن هایی که به مرکز می شود از قبیل تلفن شکایات، تلفن های سفارش و تلفن هایی که صرفاً برای گرفتن اطلاعات می باشد، را ثبت و به صورت نمودار دایره ای بررسی کند.



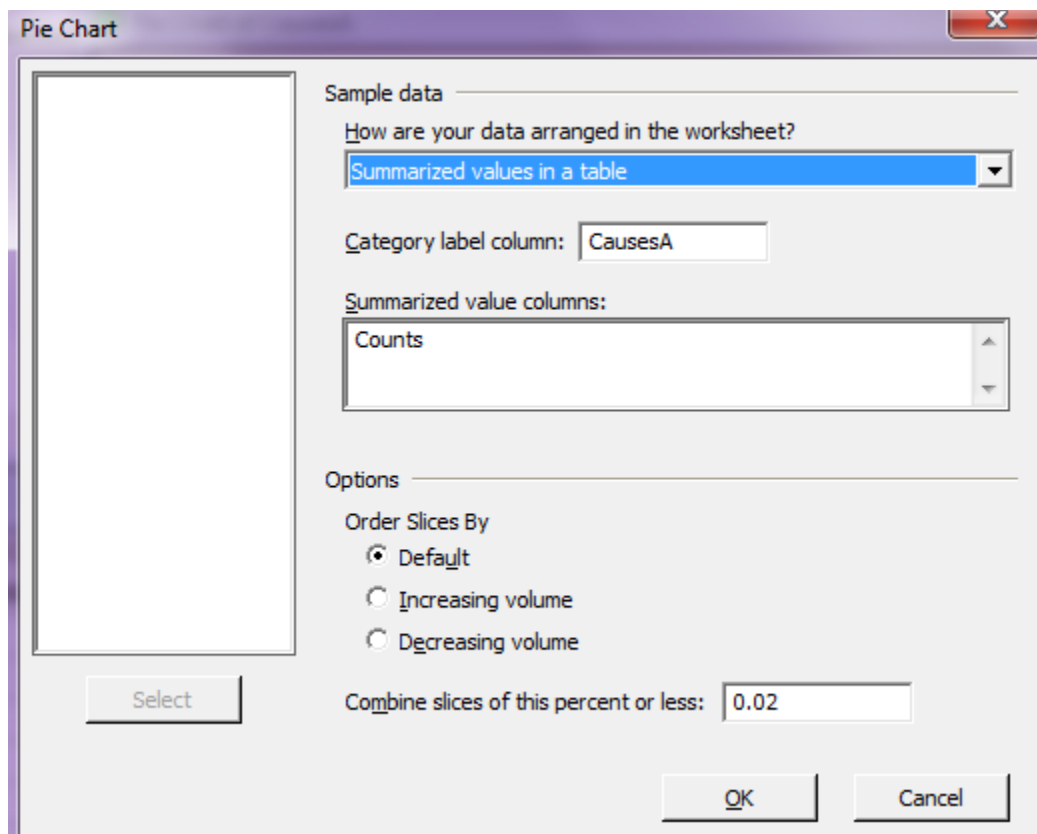
نمودار دایره ای برای انواع تلفن ها

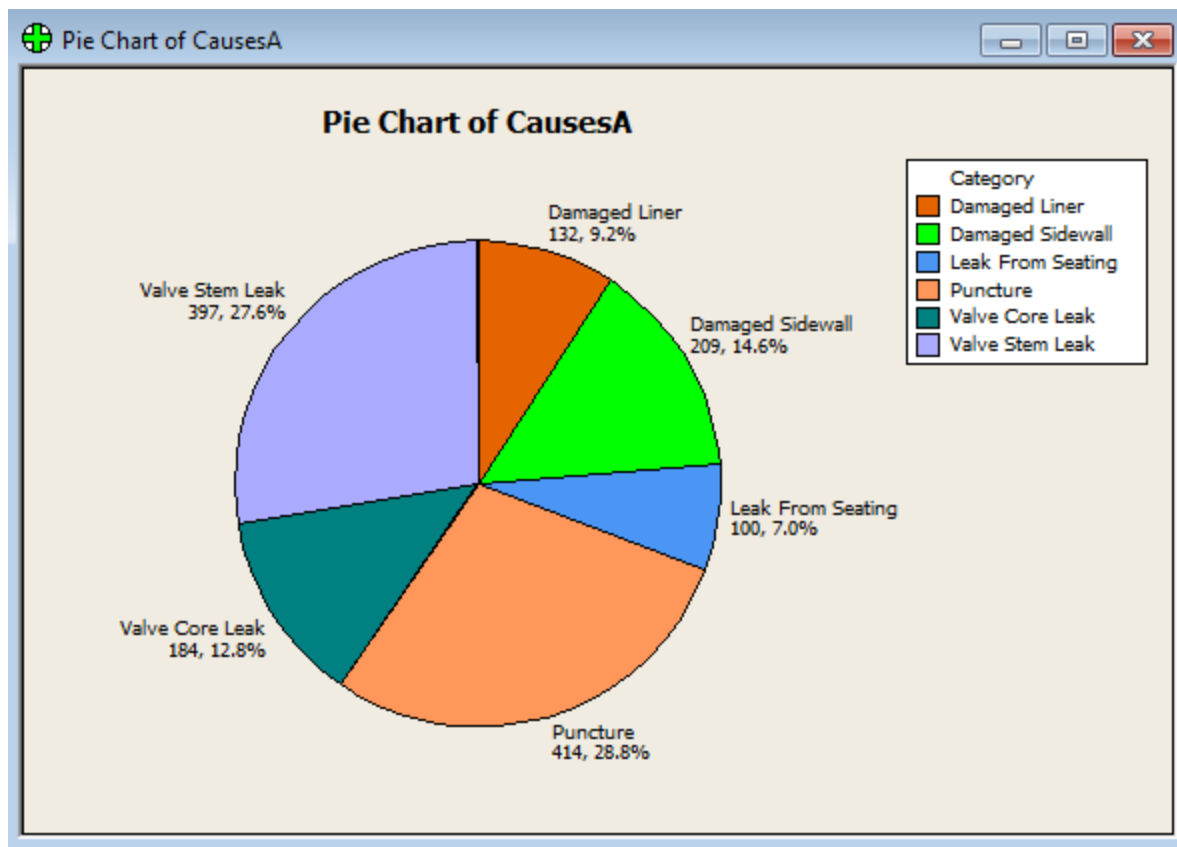
طریقه ی رسم Pie chart در Minitab

مثال: فرض کنید شما مهندس یک کارخانه تایر هستید. شما قصد دارید رایج ترین عواملی که بر کم بادی تایرها اثر دارد را مقایسه کنید و شما داده هایی را در طی سه ماه جمع آوری می کنید، حال می خواهید با رسم Pie chart بررسی کنید کدام مشکل بیشترین تاثیر را روی کم بادی تایرها دارد.

قدم اول: کاربرگ Tires.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: در قسمت How are your data arranged in the work sheet نحوه ی وارد کردن اعداد به صفحه ی worksheet را مشخص کنید، در این مثال چون در یک ستون انواع مشکلات (Causes A) و در ستون دیگر فراوانی آن ها را ثبت کردیم، پس Summarized value column را انتخاب کرده و در قسمت Category label columns ستونی را که انواع مشکلات را در آن ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون Causes A و در قسمت Summarized value columns ستونی را که فراوانی هر یک مشکلات را ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون Counts را وارد کنید و OK را بزنید.

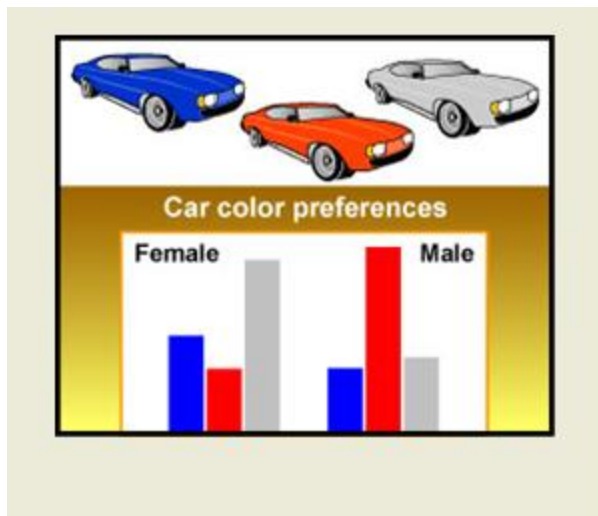




تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید بیشترین مشکلات مربوط به Puncture و Valve stem leak می باشد.

نمودار Bar chart

نموداری می باشد که فراوانی داده های گسسته را به صورت میله ای نمایش می دهد و این اجازه را به شما می دهد که به راحتی چندین متغیر تصادفی گسسته را با هم مقایسه کنید. برای مثال یک آنالیزور بازاریابی را در نظر بگیرید که برای یک کارخانه تولید اتومبیل کار می کند و درباره ی مقایسه فروش ماشین با رنگ های مختلف بین زنان و مردان تحقیق می کند، نمودار میله ای این امکان را به او می دهد که به راحتی فروش ماشین با رنگ های مختلف را بین زنان و مردان مقایسه کند.



نمودار میله ای برای فروش ماشین با رنگ های مختلف بین زنان و مردان

طریقه ی رسم Bar chart در Minitab

مثال: برای مشاهدات مثال قبل که نمودار Pie chart را برای آن رسم کردیم، این بار نمودار Bar chart را رسم کنید.

قدم اول : نمودار Bar chart را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph the distribution of data انتخاب کنید.

قدم دوم: در قسمت How are your data arranged in the work sheet نحوه ی وارد کردن اعداد به صفحه ی worksheet را مشخص کنید، در این مثال چون در یک ستون انواع مشکلات (Causes A) و در ستون دیگر فراوانی آن ها را ثبت کردیم، پس Summarized value column را انتخاب کرده و در قسمت Category label columns ستونی را که انواع مشکلات را در آن ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون Causes A و در قسمت Summarized value columns ستونی را که فراوانی هر یک مشکلات را ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون Counts را وارد کنید و OK را بزنید.

Bar Chart

Sample data

How are your data arranged in the worksheet?

Summarized values in a table

Category label column: CausesA

Summarized value columns:

Counts

Options

Order Bars By

☒ Default

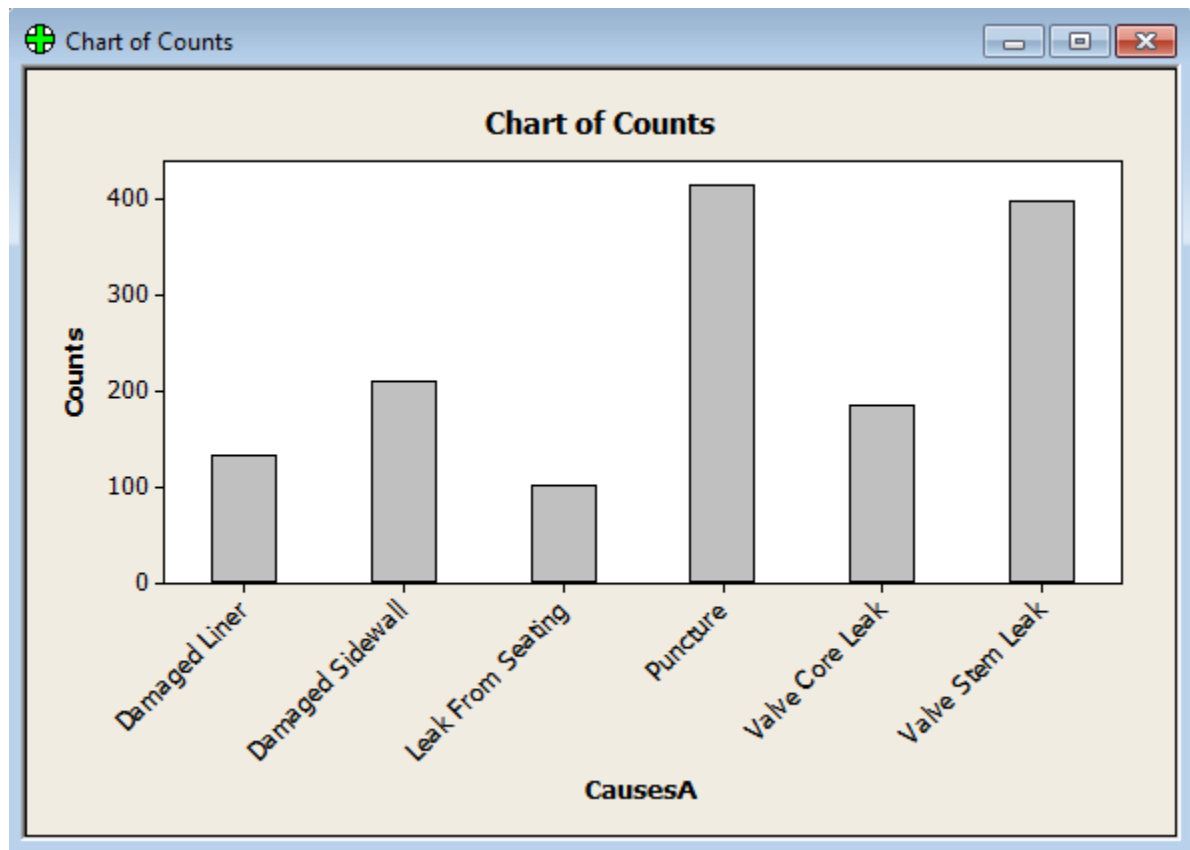
☐ Increasing Y

☐ Decreasing Y

☐ Show Y as Percent

Select

OK Cancel



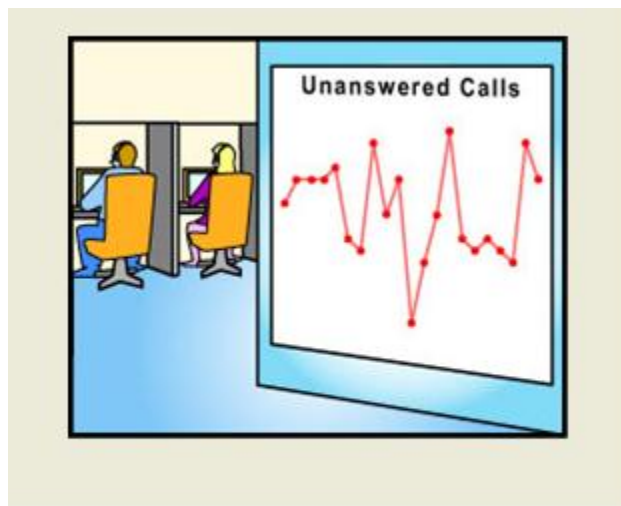
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید بیشترین مشکلات مربوط به Valve stem leak و Puncture می باشد.

فلسفه استفاده از Graph variables over time

نمودارهایی که در این مجموعه قرار دارند، به بررسی روندهای غیر تصادفی و تصادفی نمونه ها می پردازند. با استفاده از این نمودارها می توان دلایلی که به طور غیر تصادفی در فرآیند تاثیر دارد را شناسایی کرد و در صورت خوب بودن ثبت و در غیر این صورت حذف کردند و فرآیند تولید را تحت کنترل درآورد. درباره ی نمودارهای کنترل به طور کامل در فصل سوم به تشریح هریک پرداختیم، حال می خواهیم نمودار Time series را که در واقع مانند نمودارهای کنترل می باشد با این تفاوت که هیچ حدودی بر روی آن رسم نمی شود، را بیان کنیم.

نمودار Time series

این نمودار الگو و روند مشاهدات را در طی زمان نشان می دهد. از این نمودار بیشتر برای تعیین الگوهای تقاضا برای یک محصول در یک بازه ی زمانی مشخص، الگوهای فروش و ... استفاده می شود. برای مثال یک مرکز تلفنی در یک ماه هر روز تلفن هایی که به آن ها پاسخ نمی دهد ثبت می کند و قصد دارد ببیند چه الگویی در این پاسخ ندادن به تلفن ها در این ماه وجود دارد.



نمودار سری زمانی برای تلفن های پاسخ داده نشده در یک مرکز تلفن

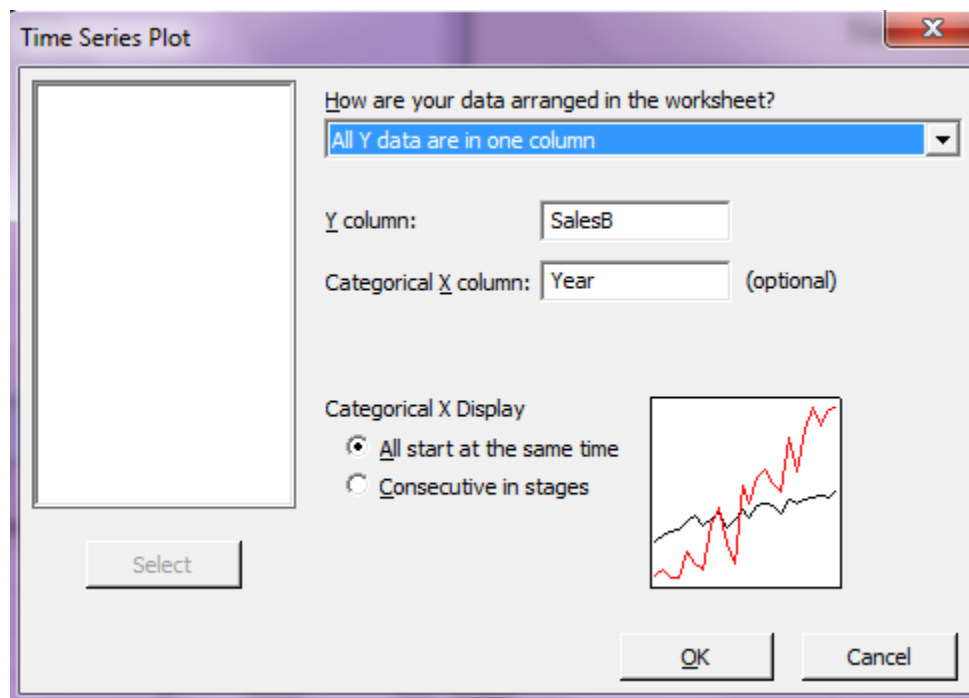
طریقه رسم نمودار Time series در Minitab

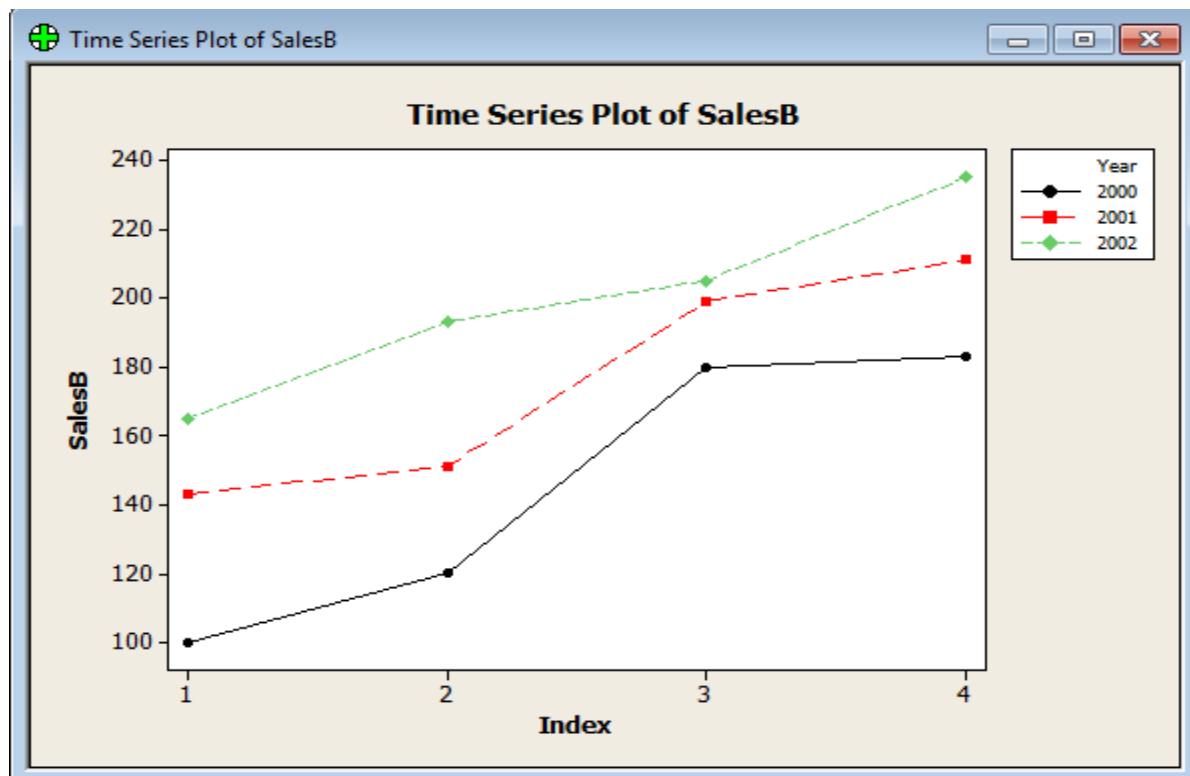
مثال: فرض کنید شما یک فروشنده هستید و قصد دارید روند فروش خود را از سال 2000 الی 2002 بررسی نمایید.

قدم اول : کاربرگ Newmarket.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: نمودار Time series را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph variables over time انتخاب کنید.

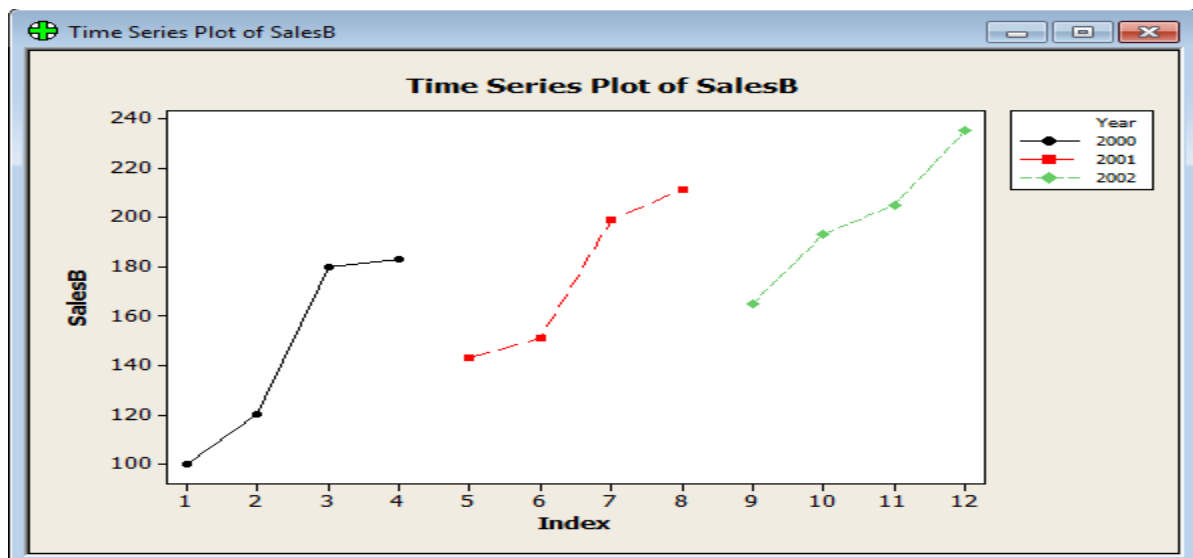
قدم سوم: در قسمت How are your data arranged in the worksheet , چون همه ی مشاهدات در یک ستون می باشد, All y data are in one column را انتخاب کرده و در قسمت y column ستون SalesB را وارد کنید و در قسمت Categorical X column ستون year را وارد کنید و OK را بزنید.





تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید یک روند صعودی در هر سال از فصل ابتدای سال تا انتهای سال وجود دارد یا به عبارتی در هر سال یک الگوی افزایشی در فروش دیده می شود. همچنین میزان فروش در سال 2002 به مراتب بالاتر از سال های 2000 و 2001 بوده است.

برای اینکه موضوع افزایش فروش در سال های اخیر را بیشتر درک کنید، مجدداً پنجره ی Time series plot را از مسیری که در گذشته طی کردید، باز کنید و در قسمت Categorical X display ، گزینه ی Consecutive in stages را انتخاب کنید و OK را بزنید.

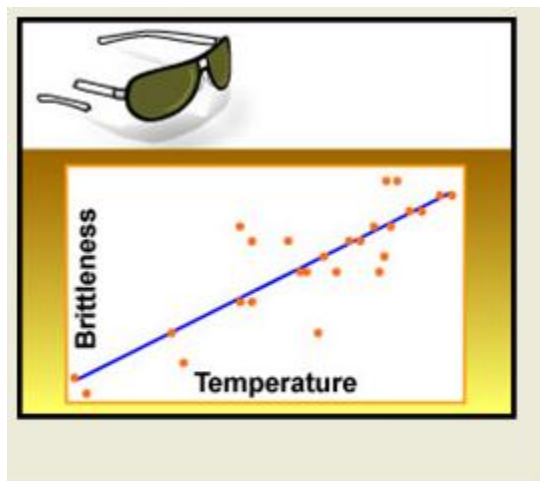


تحلیل: نمودار سری زمانی در سال 2002 بالاتر از سالهای دیگر می باشد که بیانگر افزایش میزان فروش می باشد.

فلسفه استفاده از Graph relationships between variables

اگر شما می خواهید روابط بین چندین متغیر تصادفی را بررسی کنید از گراف ها و نمودارهای موجود در Graph relationships between variables استفاده کنید. برای مثال شما می خواهید ببینید بین قد و وزن انسان ها رابطه ای وجود دارد یا خیر؟ گراف هایی که در این مجموعه قرار دارند کمک شایانی می کنند تا شما عواملی که بر روی مشخصه کیفی که مورد بازرسی قرار دادید، شناسایی کرده و به بهبود فرآیند خود بپردازید. در نظر داشته باشید موقع استفاده از این گراف ها حتما باید متغیر یا متغیرهای وابسته و مستقل را از قبل مشخص کنید.

در صورتیکه می خواهید رابطه ی بین متغیر مستقل و متغیر وابسته را به صورت مقادیر انفرادی از هر یک بررسی کنید، شاخه ی Association between variables را انتخاب کنید. برای مثال یک سازنده عینک های آفتابی پلاستیکی، می خواهد بداند آیا رابطه ای بین افزایش دما و میزان شکنندگی دسته ی عینک ها مانند شکل زیر وجود دارد یا خیر؟

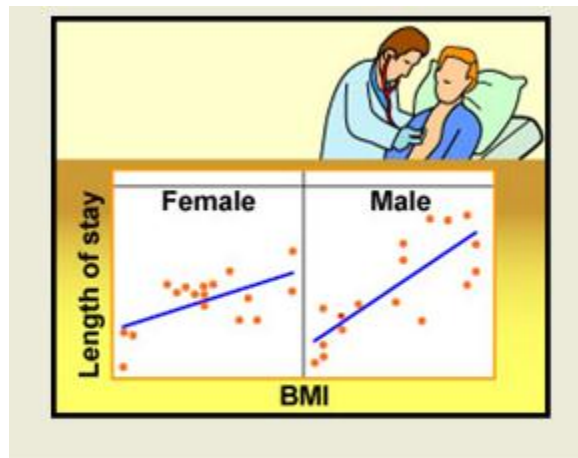


نمودار پراکنش برای بررسی رابطه ی بین افزایش دما و شکنندگی دسته ی عینک

نمودار Scatter plot (groups)

در صورتیکه می خواهید رابطه ی بین یک متغیر وابسته و یک متغیر مستقل را فقط برای یک گروه از مشاهدات بررسی کنید از نمودار Scatter plot استفاده کنید که آن را در فصل دوم شرح دادیم. اما اگر می خواهید در چند گروه رابطه ی بین متغیر وابسته و متغیر مستقل را بررسی کنید از Scatter plot(with groups) استفاده کنید. برای مثال رییس یک بیمارستان می خواهد بررسی کند که شاخص BMI تا چه حد به میزان صبور ی و حضور یک بیمار در بیمارستان بستگی دارد. او قصد دارد میزان

وابستگی این شاخص را نسبت به مدت حضور بیماران در بیمارستان به صورت جداگانه برای زنان و مردان بررسی نماید.



میزان وابستگی شاخص BMI برای مدت حضور زنان و مردان در بیمارستان

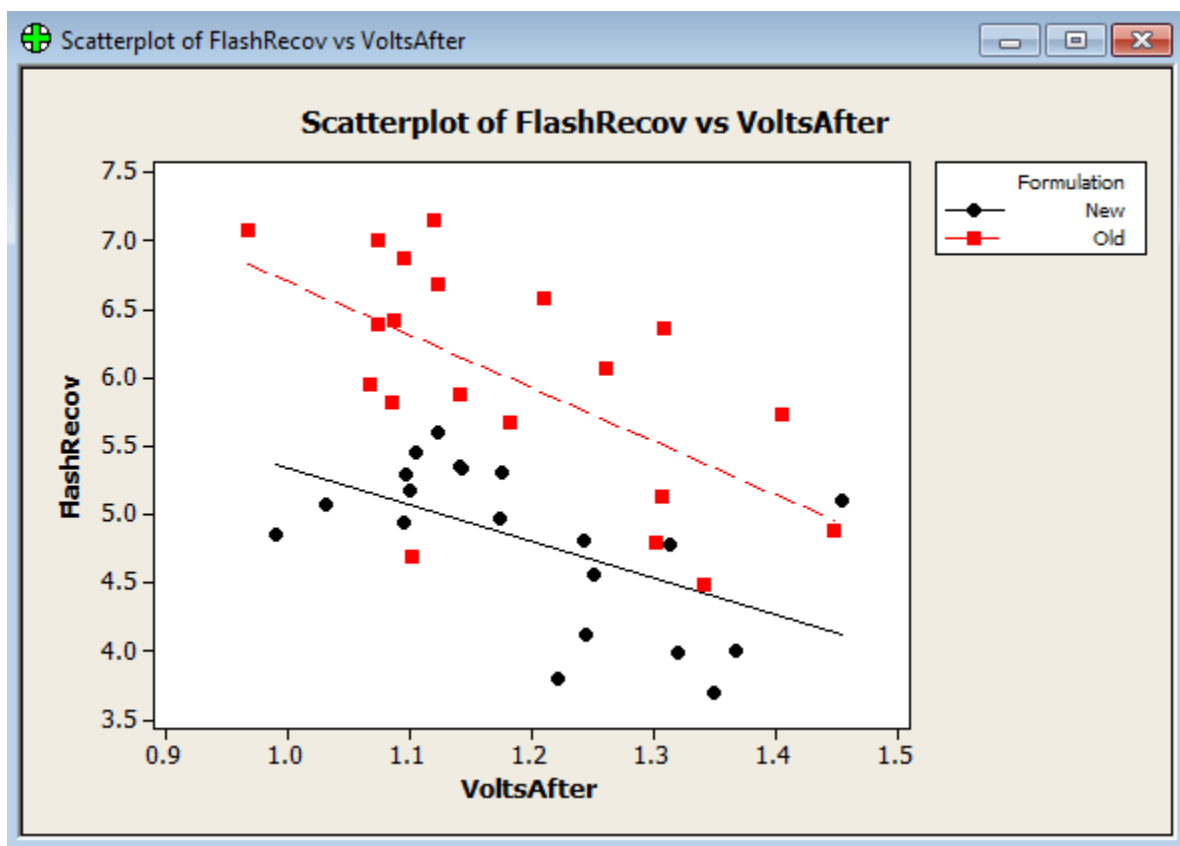
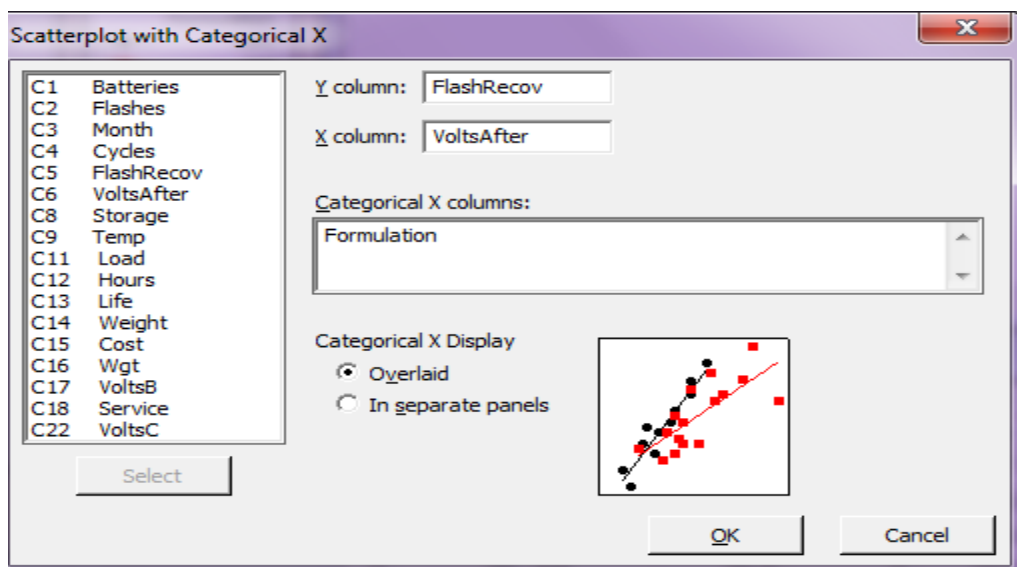
طریقه رسم نمودار Scatter plot (groups) در Minitab

فرض کنید شما علاقه مند هستید بررسی کنید که آیا ایجاد یک فرمول جدید در باطری دوربین های کارخانه شما باعث رفع مشکل مشتریان می شود یا خیر؟ تحقیقات بخش بازاریابی نشان داده است که مشتریان از فاصله 5.25 ثانیه بین هر فلش دوربین ناراحت هستند. حال شما نمونه هایی از باطری های گذشته و باطری های فرمول جدید تهیه کرده و سپس ولتاژ باقیمانده در هر نوع باطری را بعد از هر فلش اندازه گیری می کنید و سپس بلافاصله زمان مورد نیاز برای بازگشت باطری برای ایجاد فلش را نیز اندازه گیری می کنید. آیا با استفاده از باطری های فرمول جدید بهبودی در زمان بین فلش ها ایجاد شده است؟

قدم اول: کاربرگ Batteries.MTW را از منوی File باز کنید.

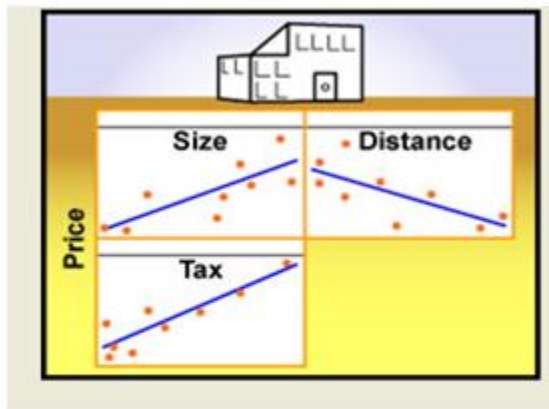
قدم دوم: نمودار Scatter plot (groups) را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph relationships between variables انتخاب کنید.

قدم سوم: در قسمت y column ستونی را که مقادیر متغیر وابسته را در آن ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون FlashRecov را انتخاب کنید و در قسمت x column ستونی را که مقادیر متغیر مستقل را ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون voltsAfter را انتخاب کنید. همچنین در قسمت Categorical X column ستونی را که داده ها را در آن طبقه بندی کردید وارد کنید در این مثال ستون Formulation را انتخاب کرده و OK را بزنید.



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید با افزایش ولتاژ درون باطری ها زمان بین دو فلش کاهش داشته است. حال فرض کنید ولتاژ باقیمانده در هر دو نوع باطری جدید و قدیمی برابر یک باشد، همانطور که مشاهده می کنید زمان بین دو فلش در باطری جدید کمتر از باطری قدیمی است، پس استفاده از فرمول جدید در ساخت باطری های دوربین باید در دستور کار واحد برنامه ریزی و تولید قرار گیرد.

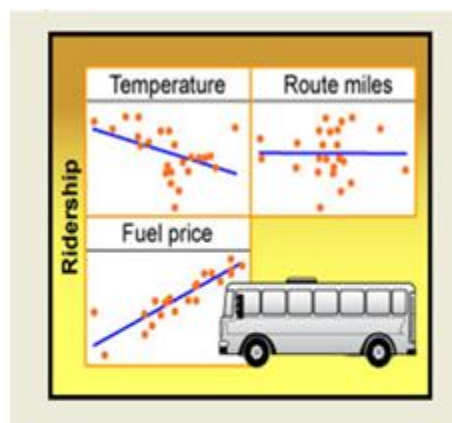
در صورتیکه شما می خواهید هم زمان تاثیر چندین متغیر مستقل را بر روی یک متغیر وابسته بررسی کنید می توانید از شاخه ی Two or more continuous Xs استفاده کنید. برای مثال یک مالک خانه می خواهد سه عامل اندازه خانه، فاصله از مرکز شهر و مقدار مالیات را بر قیمت فروش خانه بررسی کند.



نمودار پراکنش برای تاثیر عواملی چون اندازه، فاصله از مرکز شهر و مالیات بر قیمت فروش یک خانه

نمودار Scatter Plot Matrix

از این نمودار وقتی استفاده می شود که رابطه ی بین چندین متغیر مستقل که هر کدام در یک گروه هستند را بررسی وابسته بررسی کنیم. برای مثال یک آنالیز گر سیستم های حمل و نقل عمومی تمایل دارد بررسی کند که سه عامل قیمت سوخت، میزان راه و دمای بیرون تا چه حد بر نرخ مسافران بستگی دارد.



نمودار Scatter plot matrix برای تاثیر عواملی چون قیمت سوخت، دمای محیط بیرون و میزان راه بر نرخ مشتریان

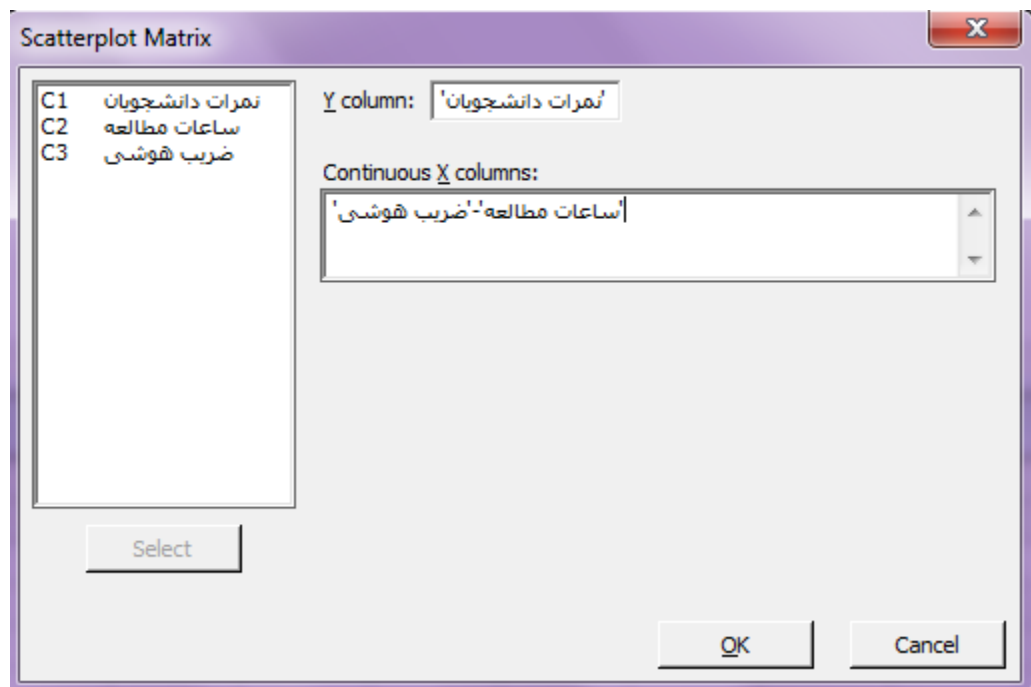
طریقه رسم نمودار Scatter plot Matrix در Minitab

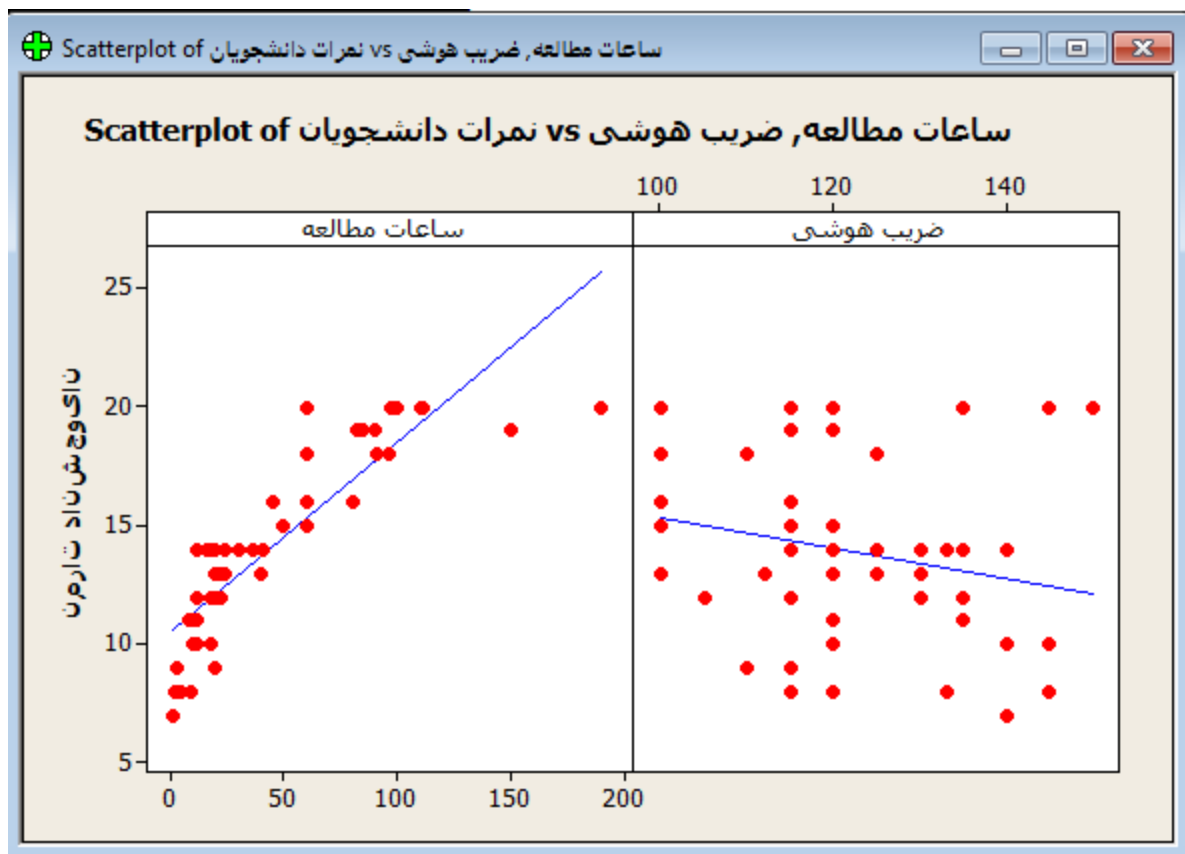
مثال: فرض کنید یک استاد درس کنترل کیفیت آماری قصد دارد تاثیر دو عامل میزان مطالعه و ضریب هوشی را بر نمرات پایان ترم دانشجویان خود بررسی کند. لذا او از 60 دانشجو تست هوش گرفته و مقدار مطالعه ی آن ها را در طی ترم سوال می کند و مقادیر آن ها را ثبت میکند، آیا بین این دو عامل و نمرات دانشجویان رابطه ای وجود دارد یا خیر؟

قدم اول : کاربرگ SQC.MTW را از منوی فایل باز کنید.

قدم دوم: نمودار Scatter plot Matrix را از صفحه Choose a graphical analysis قسمت Graph relationships between variables انتخاب کنید.

قدم سوم : در قسمت Y column ستونی را که مقادیر متغیر وابسته را در آن ثبت کردید، وارد کنید. در این مثال ستون " نمرات دانشجویان" را انتخاب کنید و در قسمت Continuous X column ستون هایی را که مقادیر متغیرهای مستقل را ثبت کردید، وارد کنید. در این مثال ستون های "ضریب هوشی" و "ساعت مطالعه" را وارد کنید و OK را بزنید.

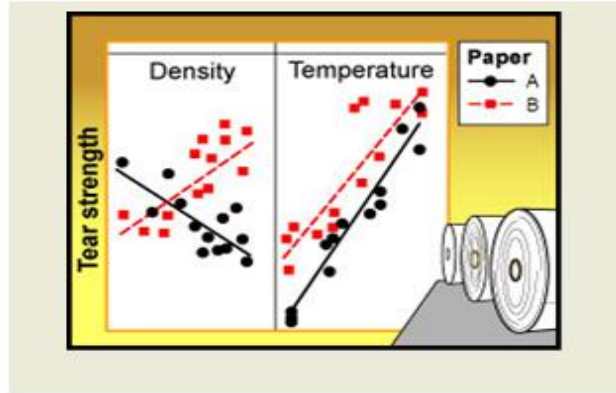




تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید با افزایش ساعات مطالعه نمرات دانشجویان افزایش پیدا می کند و یک رابطه مثبت قوی بین ساعات مطالعه و نمرات دانشجویان وجود دارد اما بین ضریب هوشی و نمرات دانشجویان یک رابطه منفی ضعیف وجود دارد. پس می توان نتیجه گرفت باهوش بودن دلیل محکمی برای گرفتن نمره بالا نمی باشد و این تلاش دانشجویان است که نمرات خوب برای آن ها ارمغان میآورد.

نمودار Scatter plot Matrix(groups)

این نمودار مانند نمودار بالاست با این تفاوت که می توان همزمان تاثیر هرگروه از متغیرهای مستقل را بر متغیر وابسته بررسی کرد. مانند شکل زیر که نمودار پراکنش را برای تاثیر دو عامل غلظت خمیر کاغذ و دما بر دو نوع کاغذ ترسیم کرده است.



نمودار پراکنش برای تاثیر دو عامل غلظت خمیر کاغذ و دما بر کاغذ نوع A و B

طریقه رسم نمودار Scatter Plot Matrix(groups) با Minitab

مثال: فرض کنید در مثال قبل استاد درس کنترل کیفیت, در دو دانشگاه صنعتی شریف و دانشگاه آزاد تدریس می کند, حال او می خواهد تاثیر دو عامل ضریب هوشی و ساعات مطالعه را بر نمرات دانشجویان در هر دانشگاه بررسی کند.

قدم اول : نمودار Scatter plot Matrix (groups) را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph relationships between variables انتخاب کنید.

قدم دوم : در قسمت Y column ستونی را که مقادیر متغیر وابسته را در آن ثبت کردید, وارد کنید. در این مثال ستون " نمرات دانشجویان" را انتخاب کنید و در قسمت Continuous X column ستون هایی را که مقادیر متغیرهای مستقل را ثبت کردید, وارد کنید. در این مثال ستون های "ضریب هوشی" و "ساعات مطالعه" را وارد کنید و در قسمت Categorical X columns ستون " دانشگاه " را وارد کنید و OK را بزنید.

Scatterplot Matrix with Categorical X

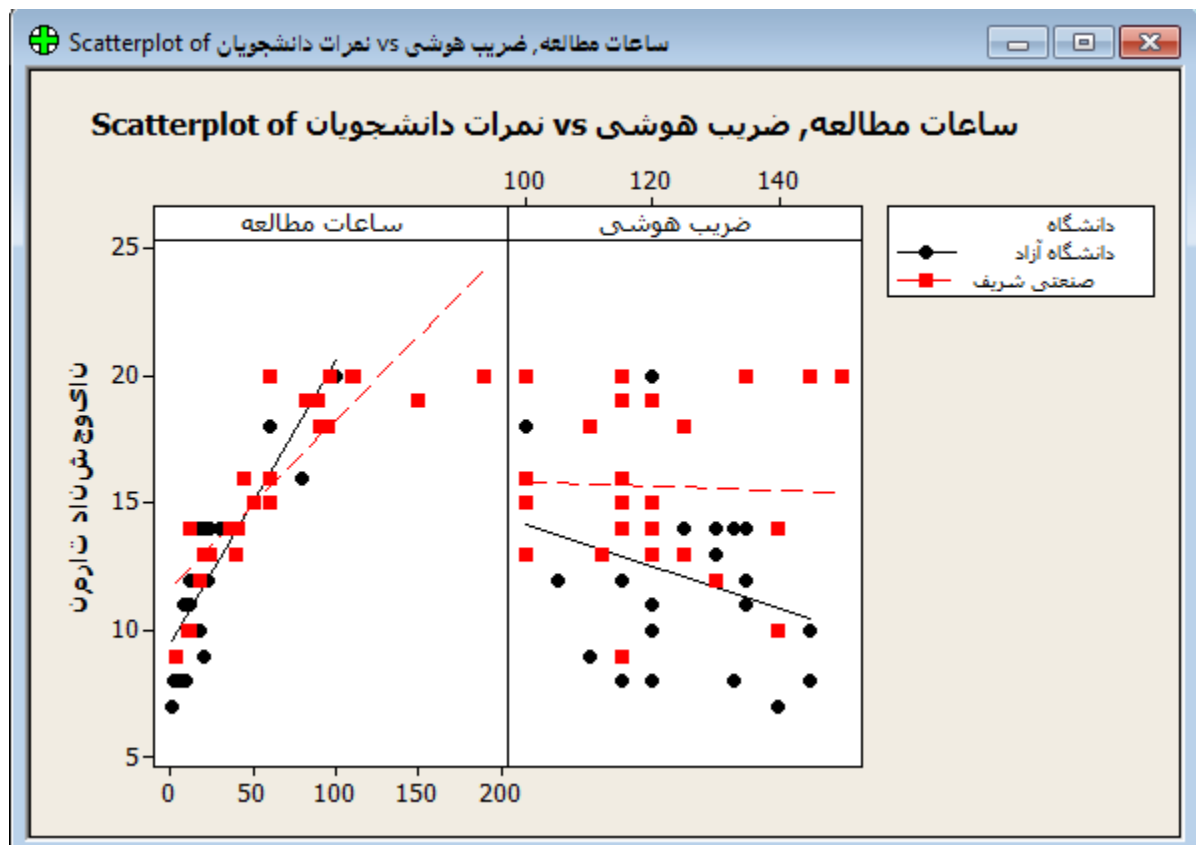
Y column: 'نمرات دانشجویان'

Continuous X columns: 'ساعات مطالعه', 'ضریب هوشی'

Categorical X columns: 'دانشگاه'

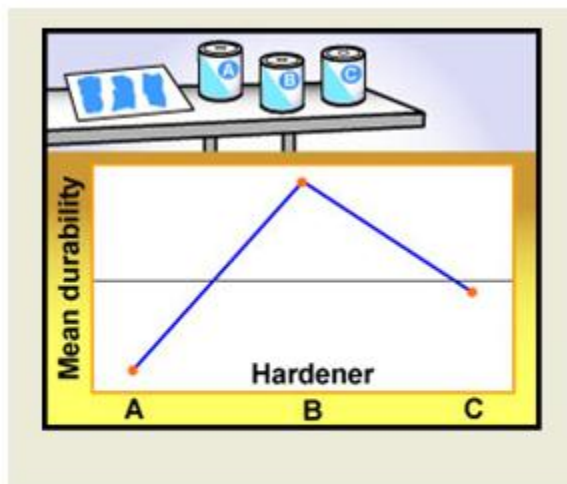
Select

OK Cancel



تحلیل: همانطور که از نمودار پیداست در هر دو دانشگاه بین ساعت مطالعه و نمره یک رابطه مثبت قوی وجود دارد و بین ضریب هوشی و نمره یک رابطه منفی ضعیف وجود دارد، هر چند این نکته در دانشگاه آزاد بیشتر دیده می شود پس می توان نتیجه گرفت که عدم قبولی دانشجویان دانشگاه آزاد به خاطر پایین تر بودن توانایی آن ها در هوش نمی باشد بلکه میزان تلاش آن ها کمتر است.

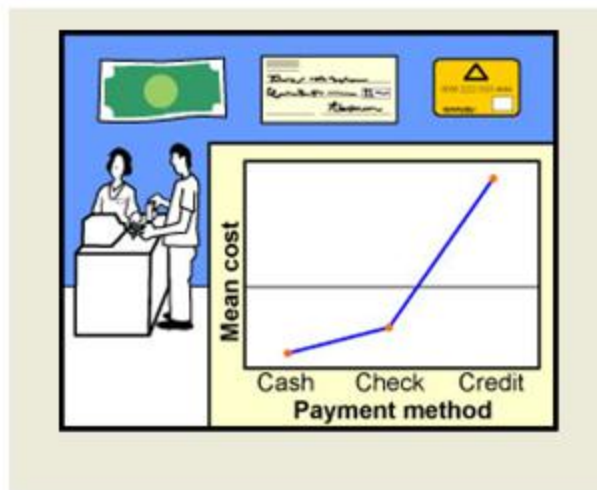
حال اگر شما می خواهید تاثیر برخی فاکتورها یا متغیرهای مستقل را بر متوسط یک متغیر وابسته بررسی کنید از نمودارهای اثرات اصلی (Main effects) و نمودارهای اثرات متقابل (Interactions) استفاده کنید. معمولاً از این نمودارها در بحث طراحی آزمایش ها استفاده می شود. شکل زیر بیانگر تاثیر استفاده از سفت کننده نوع A, B و C بر دوام رنگ می باشد، همانطور که مشاهده می کنید وقتی از سفت کننده نوع B استفاده می شود، متوسط دوام رنگ بیشتر است.



تأثیر سه نوع سفت کننده A , B و C بر دوام رنگ

نمودار اثرات اصلی (Main effects)

از این نمودار برای بررسی تاثیر فاکتورهای مختلف بر میانگین متغیر وابسته استفاده می شود. مانند شکل زیر که بیانگر متوسط هزینه ی مبادله و فروش به سه صورت نقدی، چک و استفاده از کارت اعتباری در یک فروشگاه بزرگ خرده فروشی می باشد.



متوسط هزینه ی مبادله و فروش به سه صورت نقدی، چک و استفاده از کارت اعتباری

طریقه رسم نمودار اثرات اصلی (Main effects) در Minitab

مثال: فرض کنید شما شش نوع یونجه را در چهار زمین مختلف میکارید و علاقه مند هستید که وزن محصولتان را بعد از برش اندازه گیری کنید. حال می خواهید بررسی کنید کدام نوع یونجه در وزن محصول موثرتر بوده است؟

قدم اول : کاربرگ Alfalfa.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: نمودار Main effects را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph relationships between variables انتخاب کنید.

قدم سوم: در قسمت y column ستونی را که مقادیر متغیر وابسته در آن ثبت شده است را وارد کنید. در این مثال ستون Yield را وارد کنید و در قسمت Categorical X columns ستون یا ستون هایی را که فاکتورها را در آن مشخص کردید وارد کنید. در این مثال یک بار فقط ستون Variety و بار دیگر هم ستون Variety و هم ستون Field را وارد کنید و OK را بزنید.

Main Effects Plot

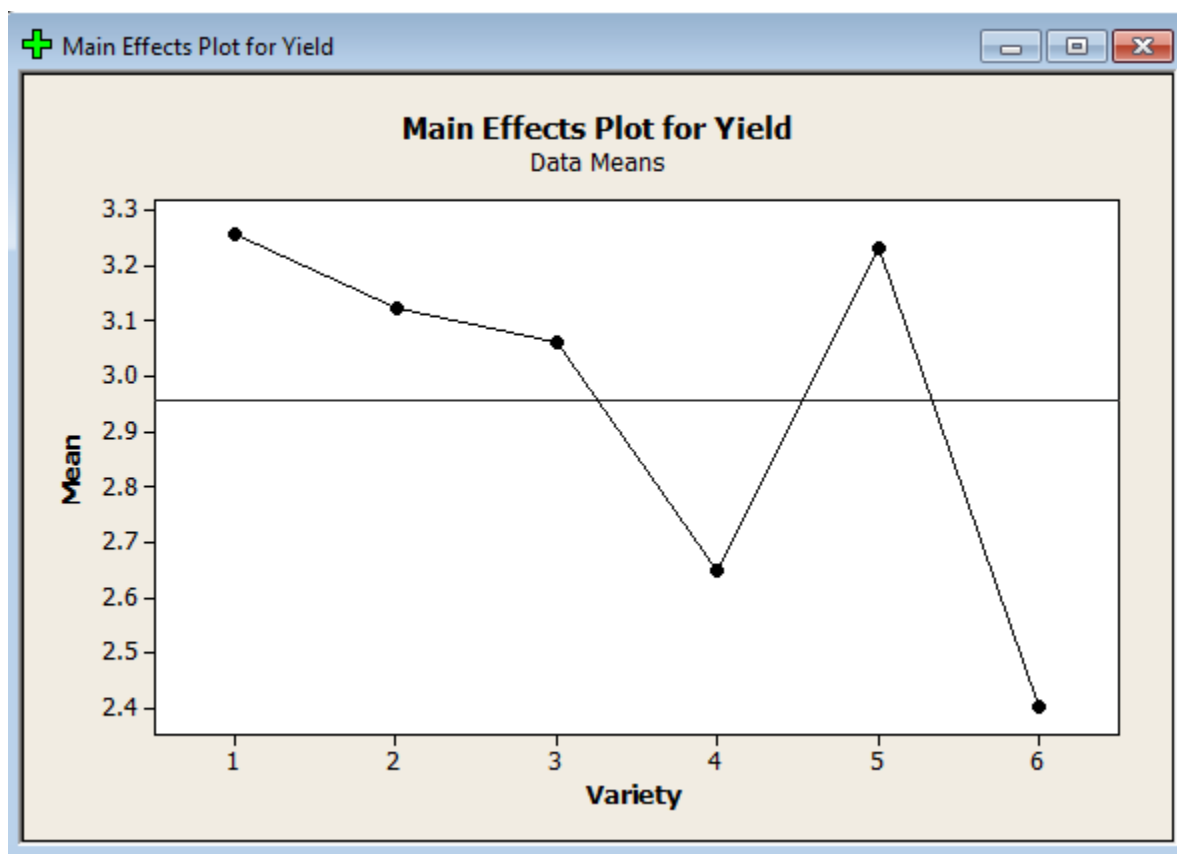
C1	Yield
C2	Variety
C3	Field

Y column:

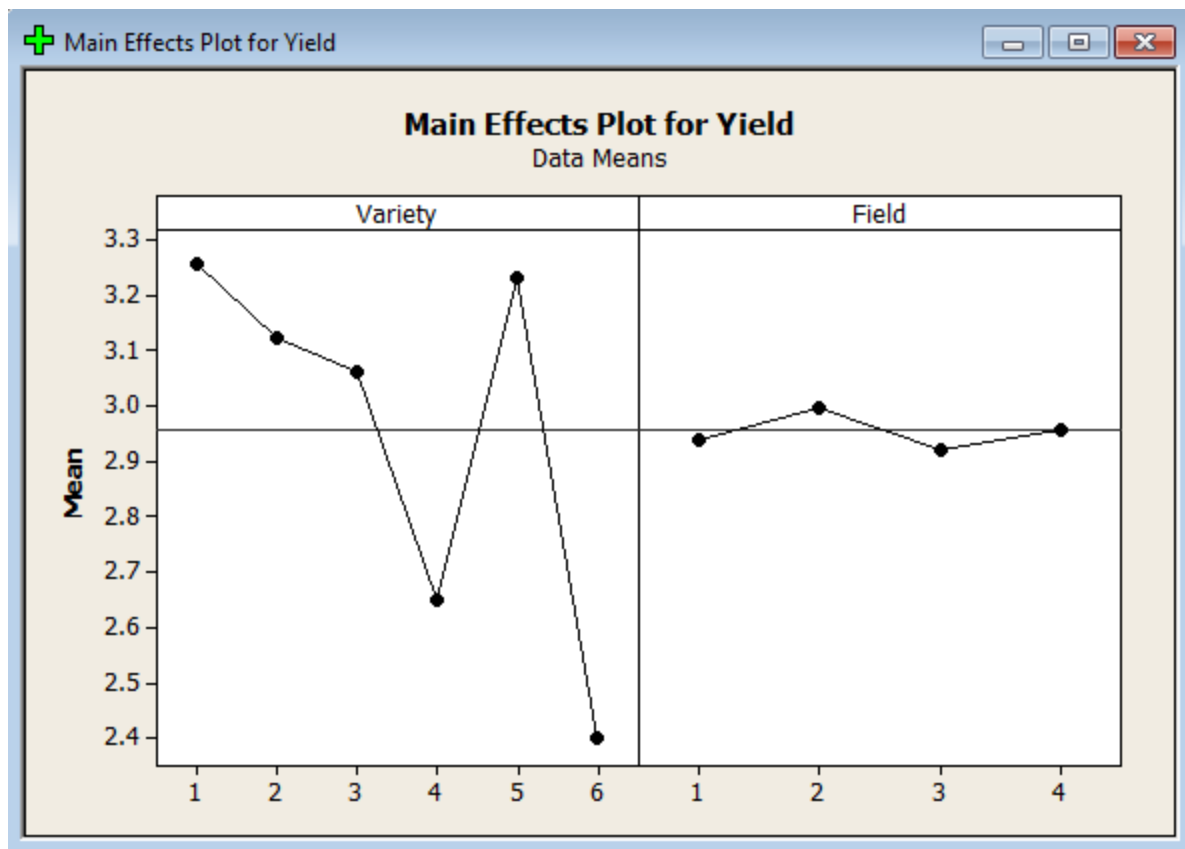
Categorical X columns:

Select

OK Cancel



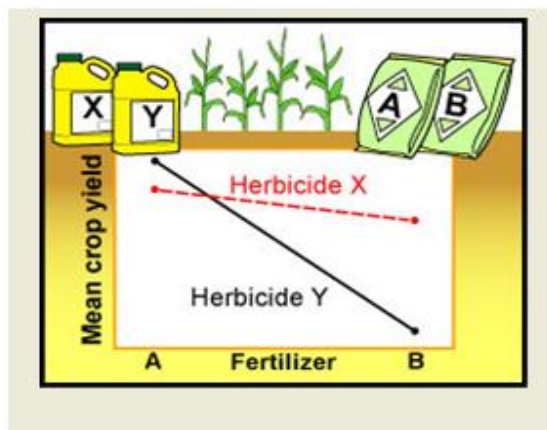
تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید یونجه نوع چهار و شش برای کاشت محصول مناسب نمی باشد زیرا متوسط وزن محصول برداشت شده را کاهش داده است.



تحلیل: زمین ها تاثیر چندانی بر متوسط وزن محصول نداشتند.

نمودار اثرات متقابل (Interactions)

نموداری می باشد که به کمک آن می توان متوسط متغیر وابسته را در ترکیبی از سطح های مختلف فاکتورها یا متغیرهای مستقل مقایسه کرد. در این نمودار می توان نشان داد که تغییر در متوسط متغیر وابسته ممکن است به اثرات متقابل فاکتورها وابسته باشد. در نظر داشته باشید این نمودار اثر متقابل فقط دو فاکتور را بررسی میکند. شکل زیر بیانگر اثر متقابل دو نوع کود A و B و دو نوع علف کش X و Y بر متوسط بازدهی در یک گیاه می باشد. همانطور که از شکل پیداست استفاده از کود نوع A و علف کش Y بیشترین بازده را بر متوسط بازدهی محصول دارد.



نمودار اثر متقابل دو نوع کود Y و X و دو نوع علف کش A و B بر متوسط بازدهی در یک گیاه

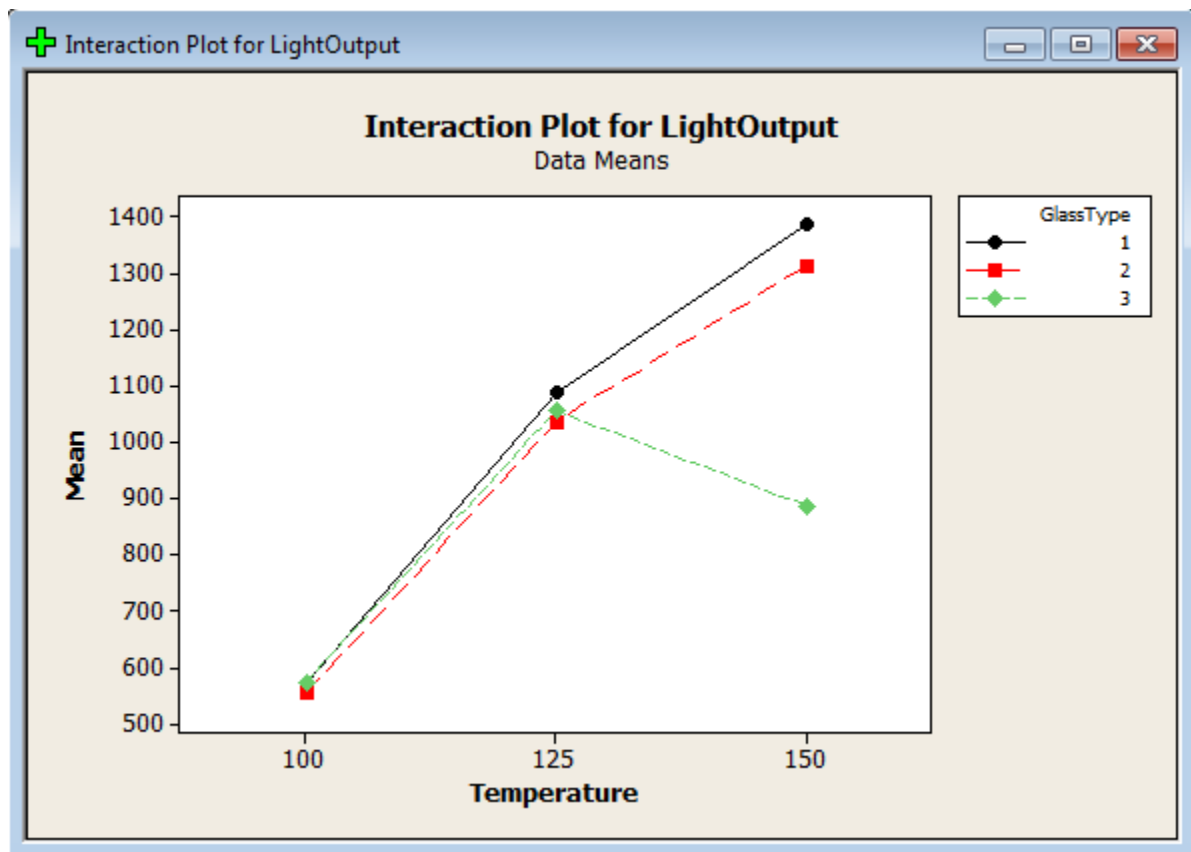
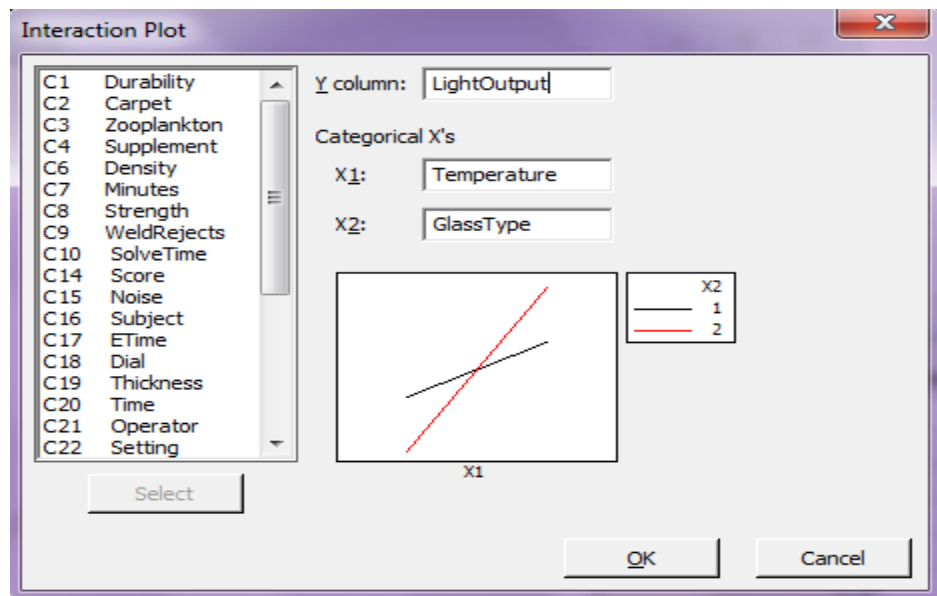
طریقه رسم نمودار اثرات متقابل (Interactions) در Minitab

مثال: شما یک آزمایش برای بررسی اثر دما و نوع شیشه به منظور بررسی نور خروجی از یک اسیلوسکوپ انجام می‌دهید. شما میزان نور خروجی را در سه نوع شیشه و در سه دمای 100, 125 و 150 درجه ی فارنهایت بررسی می‌کنید. حال می‌خواهید به بررسی اثر متقابل شیشه و دما بر نورخروجی از اسیلوسکوپ بپردازید.

قدم اول: کاربرگ Exh_Aov.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: نمودار Interaction Plot را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph relationships between variables انتخاب کنید.

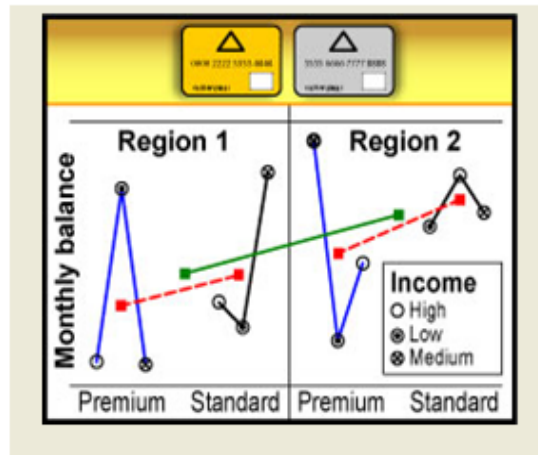
قدم سوم: در قسمت y column ستون LightOutput که مقادیر متغیر وابسته در آن ثبت شده وارد کنید و در قسمت Categorical Xs ستون هایی را که فاکتورها را در آن ثبت کردید وارد کنید. در این مثال در کادر مقابل X₁ ستون Temperature و در کادر مقابل X₂ ستون Glass type را وارد کنید و OK را بزنید.



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید پایین ترین میزان نور خروجی وقتی است که از دمای 100 درجه ی فارنهایت استفاده می کنیم . همچنین در نظر داشته باشید که اگر از دمای 150 درجه فارنهایت استفاده شود میزان نور خروجی برای شیشه ی نوع سوم کمتر می باشد.

نمودار Multi-Vari Chart

این نمودار نیز در واقع همان نمودار اثرات متقابل می باشد با این تفاوت که می توان در آن اثر متقابل حداکثر چهار فاکتور را بررسی کرد. مانند شکل زیر که بیانگر اثر متقابل متغیرهایی از قبیل منطقه (1و2), نوع درآمد (بالا, متوسط و پایین) و نوع کارت اعتباری (استاندارد و جایزه ای) بر متوسط تراز ماهانه یک شرکت کارت های اعتباری می باشد.



نمودار اثر متقابل متغیرهایی از قبیل منطقه (1و2), نوع درآمد (بالا, متوسط و پایین) و نوع کارت اعتباری (استاندارد و جایزه ای) بر متوسط تراز ماهانه یک شرکت کارت های اعتباری

طریقه رسم نمودار Multi-Vari Chart در Minitab

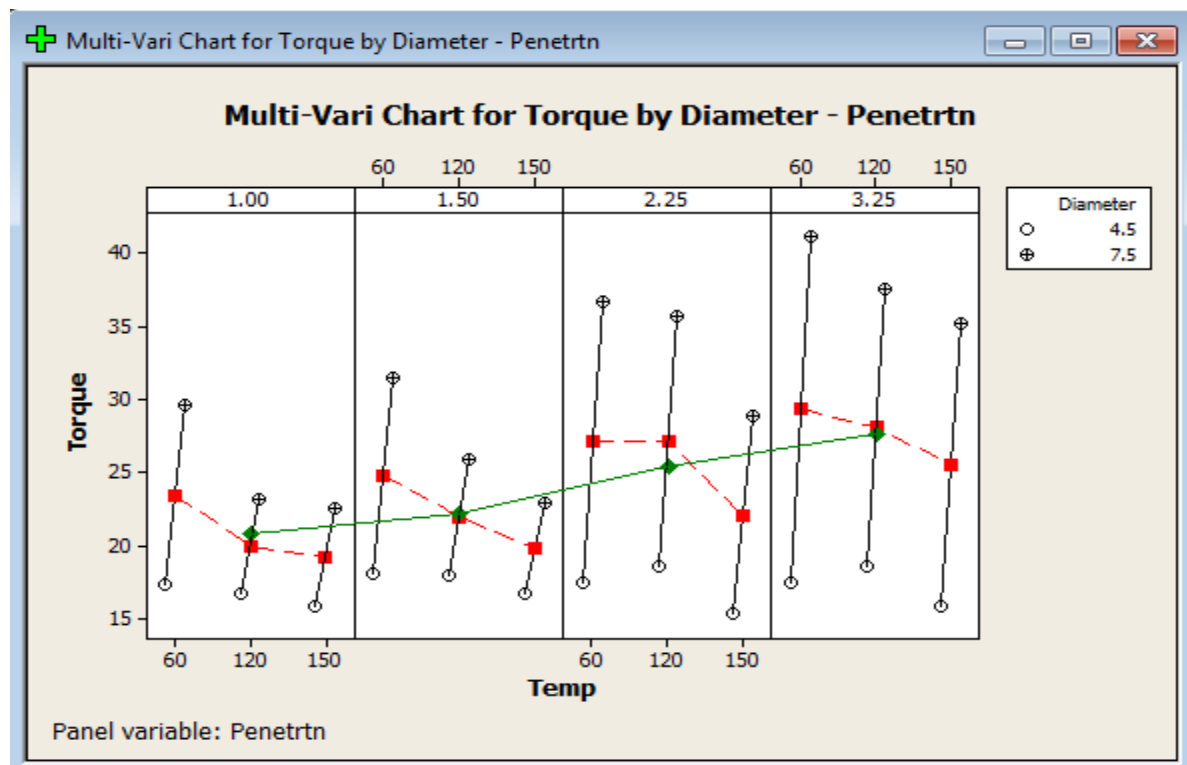
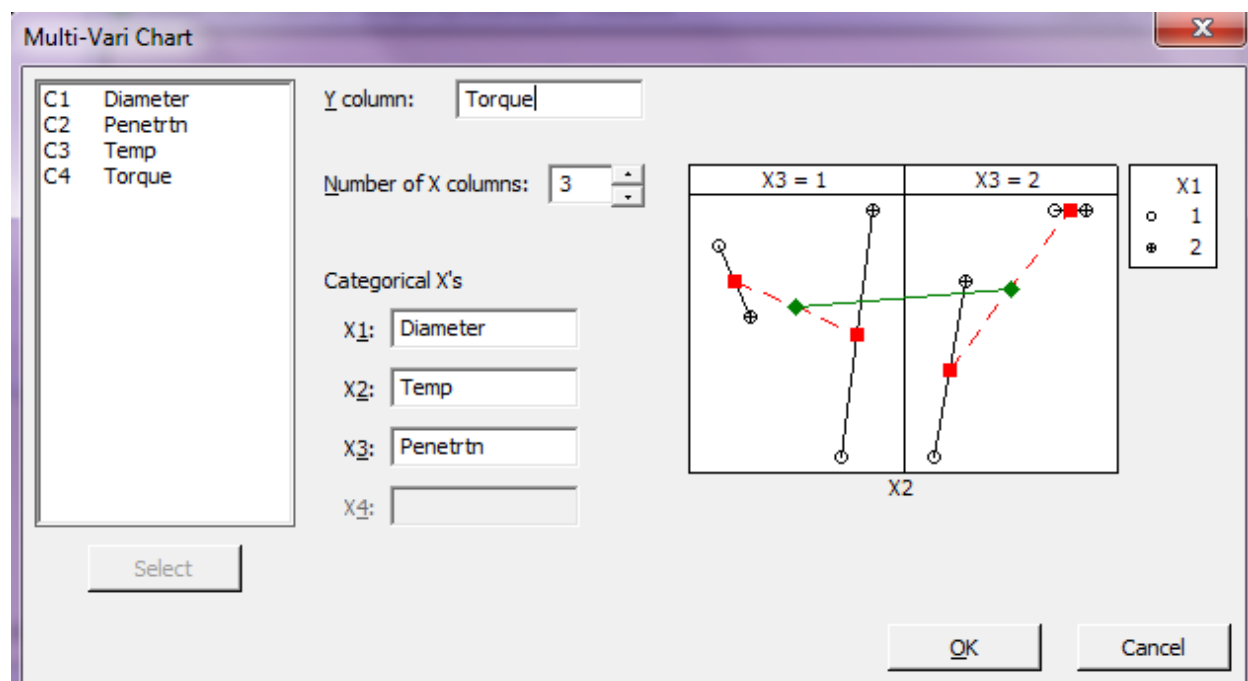
مثال: تخته های سه لایه به وسیله ی بریدن لایه های نازک چوب از محور سوم کنده های درخت ساخته می شود. عواملی چون قطر کنده , حرارت کنده و فاصله ی عنصر نفوذی از گیره ی آن بر گشتاور مورد نیاز برای بریدن این کنده ها تاثیر می گذارند. حال شما می خواهید اثر متقابل این عوامل را بر گشتاور مورد نیاز برای بریدن این کنده ها بررسی کنید.

قدم اول: کاربرگ Plywood.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: نمودار Multi-Vari Chart را از صفحه Choose a graphical analysis در قسمت Graph relationships between variables انتخاب کنید.

قدم سوم: در قسمت y column ستون Torque که مقادیر ثبت شده برای متغیر وابسته می باشد را وارد کنید. همچنین در قسمت Number of X columns تعداد فاکتورهایی که می خواهید اثر متقابل آن ها را بررسی کنید وارد کنید, در این مثال چون سه فاکتور داریم عدد سه را انتخاب کنید و در قسمت

Categorical Xs و در کادر مقابل X_1 , X_2 و X_3 به ترتیب ستون های Diameter , Temp و Penetrtn را وارد کنید و OK را بزنید.



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید وقتی قطر کنده برابر 4.5 می باشد در هر دمایی و در هر فاصله عنصر نفوذی از سه نظام, گشتاور مورد نیاز برای بریدن کنده کم می باشد. همچنین می توان نتیجه گرفت که اگر قطر کنده 7.5 باشد و فاصله عنصر نفوذی از سه نظام بیشتر شود, گشتاور مورد نیاز برای بریدن کنده بیشتر می شود اما عامل حرارت در قطرها و فاصله های مختلف نتوانسته تاثیر خاصی بر گشتاور مورد نیاز برای بریدن کنده بگذارد.

تمرینات فصل نهم

- 1-** داده های زیر مربوط به عمر لامپ در یک فرآیند تولید لامپ می باشد.
از دستور Graphical summary برای توصیف داده های زیر استفاده کنید.

1	1215.0
2	4430.9
3	656.6
4	21.8
5	1125.9
6	802.1
7	495.9
8	6365.1
9	3954.4
10	906.4
11	183.9
12	639.1
13	253.3
14	1788.7
15	1383.7
16	746.0
17	1140.5
18	1444.0
19	1213.5
20	177.7
21	47.7
22	553.6
23	1158.6
24	269.2
25	1935.4

- 2-** از نمودار Scatter plot برای بررسی رابطه بین X_1 و Y استفاده کنید.

	X1	X2	Y
1	514.6	529.9	9.8
2	466.5	549.3	10.1
3	517.0	589.7	10.3
4	460.4	547.3	10.2
5	539.9	541.4	10.1
6	463.6	556.5	9.5
7	504.9	532.8	10.3
8	500.5	550.0	9.5
9	510.0	550.2	10.0
10	508.0	525.0	10.3
11	516.9	554.1	10.0
12	482.3	536.8	10.6
13	469.6	551.1	10.5
14	509.5	547.6	10.2
15	481.4	576.0	10.5

3- از نمودار Scatter plot matrix برای بررسی همزمان X_1 و X_2 بر روی Y استفاده کنید و آن را تحلیل کنید.

4- نمودار Time series را برای الگوی تقاضای چند سال اخیر برای فروشگاه x رسم کنید.

	x	سال
1	550	1385
2	555	1385
3	560	1385
4	570	1385
5	600	1385
6	750	1386
7	780	1386
8	720	1386
9	800	1386
10	820	1386
11	920	1387
12	930	1387
13	940	1387
14	950	1387
15	960	1387
16	1000	1388
17	1100	1388
18	1200	1388
19	1450	1388
20	1900	1388

5- فرض کنید آزمونی برای دوام 4 نوع فرش طراحی کرده اید نمونه ای از هر فرش را در 4 خانه قرار داده و دوام آن ها را بعد از 60 روز اندازه گرفتید. نمودار اثرات اصلی را برای نوع فرش ها رسم کنید و آن را تحلیل کنید.

برای حل این تمرین کاربرگ EXH-AOV.MTW را باز کنید. در نظر داشته باشید ستون durability مربوط به دوام فرش و ستون Carpet مربوط به نوع فرش می باشد.

6- فرض کنید چگونگی زیست پلانکتون ها و دو دریاچه را بررسی می کنید. دوازده مخزن در آزمایشگاه دارید که آب هر شش مخزن، از یک دریاچه است. به هر مخزن یکی از سه نوع غذای کمکی رشد را اضافه کرده و بعد از سی روز، تعداد پلانکتون ها در واحد حجم را بررسی می کنید. نمودار اثرات متقابل را برای تاثیر نوع دریاچه و نوع غذا بر روی تعداد پلانکتون ها رسم کنید و آن را تحلیل کنید.

برای حل این تمرین کاربرگ EXH-AOV.MTW را باز کنید. در نظر داشته باشید ستون
Zooplankton , ستون متغیر پاسخ و ستون lake و supplement مربوط به ستون های فاکتورها
می باشد.

فصل دهم

تصمیم گیری با آزمون های فرض

در این فصل می آموزید:

- فلسفه استفاده از آزمون های فرض آماری
- طریقه انجام آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض معلوم بودن انحراف معیار با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو میانگین از دو جامعه ی نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض برابری میانگین ها وقتی مشاهدات به صورت زوجی باشد با Minitab
- طریقه انجام تحلیل واریانس یکطرفه با Minitab
- طریقه انجام آزمون ویلکاکسون (Wilcoxon) برای میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته غیر نرمال با Minitab
- طریقه آزمون کروسکال والیس (Kruskal-Wallis H) با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض یک واریانس یا یک انحراف معیار برای یک مشخصه کیفی پیوسته یا متغیر با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض نسبت انحراف معیار دو جامعه مستقل از هم با Minitab
- طریقه انجام آزمون های فرض مربوط به برابری چندین واریانس با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض نسبت با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو نسبت در دو جامعه با Minitab
- طریقه انجام آزمون فرض متوسط تعداد رویدادها برای توزیع پواسون با Minitab
- طریقه انجام آزمون نیکویی برازش مربع کای برای توزیع پواسون با Minitab
- انجام آزمون فرض استقلال با Minitab

فلسفه استفاده از آزمون های فرض آماری

معمولا در هر جامعه آماری شاخص های واقعی که توصیف کننده جامعه باشند، مجهول می باشند. برای مثال شما اگر بخواهید میانگین واقعی قد آقایان را در یک جامعه به دست آورید باید قد هر یک از مردان جامعه را به دست آورده و میانگین واقعی ($E(X)$) آن را محاسبه کنید که این کار بسیار وقت گیر و هزینه بر است. بهترین راه نمونه گیری می باشد، شما با نمونه گیری از یک جامعه و استنباط آماری به وسیله ی نمونه ها می توانید در مورد کل جامعه نظر بدهید. یکی از بهترین و دقیق ترین روش های استنباط آماری، آزمون های فرض می باشد. در هر آزمون فرض آماری یک فرض در برابر خلاف آن فرض آزموده می شود. برای مثال مدیر یک مدرسه ادعا می کند که معدل دانش آموزان مدرسه اش برابر 18 می باشد حال شما با نمونه گیری به این نتیجه خواهید رسید که آیا مدیر مدرسه راست گفته است یا خیر؟ پس در هر آزمون فرض آماری، فرض صفر (H_0) که معمولا یک ادعا می باشد در برابر خلاف آن فرض (H_1) آزموده خواهد شد. در هر آزمون فرض به خاطر اینکه با استفاده از نمونه ها برای کل جامعه اظهار نظر می کنیم، دو نوع خطا وجود دارد که عبارتند از:

- خطای نوع I (α): احتمال اینکه فرض صفر رد شود، هنگامیکه صحیح است.
- خطای نوع II (β): احتمال اینکه فرض صفر قبول شود، هنگامیکه نادرست است.

پس با این تعاریف $1-\alpha$ احتمال این است که فرض صحیح باشد و قبول شود، که به آن سطح اطمینان می گویند و $1-\beta$ احتمال این است که فرض صفر صحیح نباشد و رد شود که به آن توان آزمون می گویند. آزمون فرضی دقیق است که توان آزمون آن یعنی $1-\beta$ در آن بیشتر باشد. توان یک آزمون تحت دو شرایط بیشتر می شود

1. از نمونه های بیشتری استفاده کنیم
2. خطای نوع I در آن بیشتر باشد زیرا تحت چنین شرایطی ناحیه پذیرش تنگ تر شده و احتمال اینکه داده های بیشتری از ناحیه پذیرش بیرون بیفتند، بیشتر می شود و با چنین شرایطی احتمال کشف تغییر یا همان $1-\beta$ بیشتر می شود.

معمولا در هر آزمون فرض آماری α را از همان ابتدا به طور ثابت تعیین می کنند و سپس با افزایش نمونه، β را کاهش می دهند تا $1-\beta$ افزایش پیدا کند.

مراحل انجام یک آزمون فرض

1. فرض صفر (H_0) و فرض یک (H_1) را تعیین کنید، در نظر داشته باشید فرض صفر همیشه شامل علامت مساوی می باشد مانند ($=, \leq$ و \geq)
2. نمونه های لازم را تهیه کرده و مقادیر آن را ثبت کنید. معمولا اندازه نمونه را با مشخص کردن احتمال کشف تغییر به دست می آورند که در مورد آن در فصل سوم و چهارم صحبت کردیم.

3. پس از به دست آوردن نمونه ها نوبت به آزمودن آن ها می باشد. روش های زیر از روش هایی می باشند که با استفاده از آن ها می توان تصمیم گرفت که فرض صفر را قبول یا رد کنیم

I. یکی از این روش ها که در اکثر نرم افزارها نیز از آن استفاده می شود روش P-Value می باشد. P-Value یک احتمال از جنس α می باشد. در هر آزمون فرضی که P-Value بیشتر از α شود، فرض صفر قبول می شود در غیر این صورت فرض صفر رد می شود.

طرز محاسبه P-Value

$$\text{IF } H_1: \theta > \theta_0 \quad P - \text{Value} = p(T \geq t : \theta = \theta_0)$$

$$\text{IF } H_1: \theta < \theta_0 \quad P - \text{Value} = p(T \leq t : \theta = \theta_0)$$

$$\text{IF } H_1: \theta \neq \theta_0 \quad P - \text{Value} = 2\min(p(T \geq t : \theta = \theta_0), p(T \leq t : \theta = \theta_0))$$

مقدار هدف برای $\theta = \theta_0$ پارامتر مورد آزمون θ مقدار آماره آزمون t آماره آزمون T

II. دومین روش استفاده از آماره آزمون می باشد. در صورتیکه آماره آزمون در ناحیه بحرانی واقع شود، فرض صفر رد می شود در غیر این صورت فرض صفر پذیرفته خواهد شد. آماره آزمون تابعی از نمونه های جمع آوری شده می باشد که به وسیله آن در مورد آزمون فرض تصمیم گیری میکنند

III. روش سوم استفاده از برآورد فاصله ای می باشد. در صورتیکه مقدار هدف برای پارامتری که ما آن را آزمون می کنیم در برآورد فاصله ای آن پارامتر قرار گیرد، فرض صفر قبول می شود.

برآورد فاصله ای

برآورد فاصله ای یک حد پایین یا بالا و یا هر دو در سطح اطمینان $1-\alpha$ برای پارامتر مجهول θ می باشد. برای مثال وقتی می گوییم میانگین قد آقایان در سطح 0.95 در یک کشور بین 170 الی 175 سانتی متر می باشد، یعنی به طور متوسط فقط 0.05 آقایان در همان کشور قدی خارج از فاصله ی 170 الی 175 سانتی متر دارند.

آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض معلوم بودن انحراف معیار

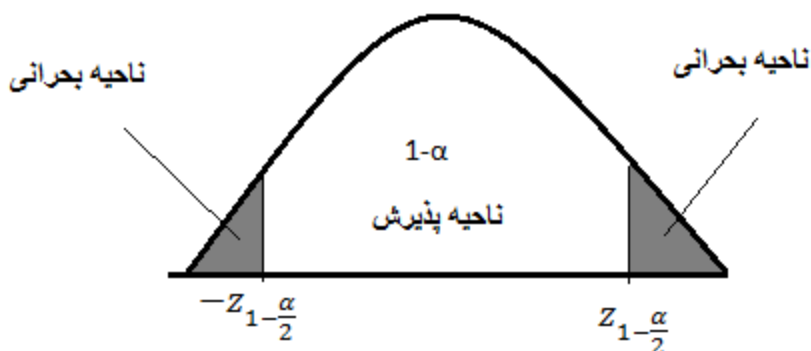
هنگامیکه شما بخواهید میانگین یک مشخصه کیفی متغیر را که توزیع نرمال دارد و انحراف معیار آن مشخص است در یک جامعه آماری بررسی کنید، از آزمون فوق استفاده کنید. روش آزمون بدین صورت است که ابتدا یک نمونه تصادفی n تایی از مشاهدات مربوط به متغیر تصادفی X تهیه و آماره آزمون با توجه به آزمون فرض محاسبه می شود و پس از آن نتیجه گیری انجام می شود. آماره آزمونی که در این آزمون فرض استفاده می شود، عبارت است از:

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

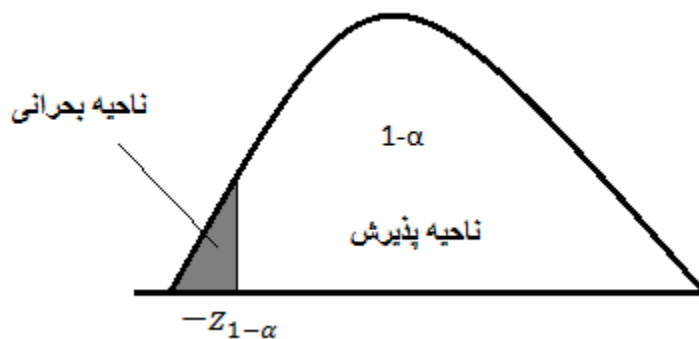
در صورتیکه $H_1: \mu \neq \mu_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$z_0 \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{یا} \quad z_0 \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$



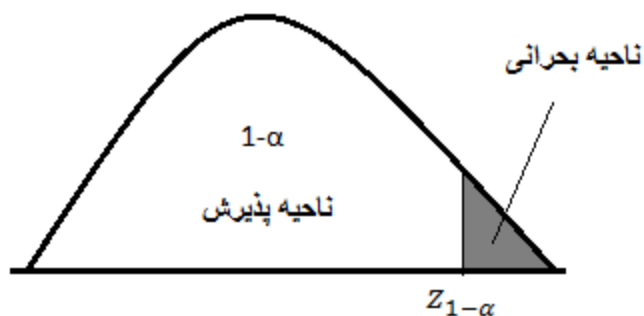
در صورتیکه $H_1: \mu < \mu_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$z_0 \leq -z_{1-\alpha}$$



در صورتیکه $H_1: \mu > \mu_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$z_0 \geq z_{1-\alpha}$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: \mu \neq \mu_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای میانگین جامعه عبارت است از:

$$\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

و در صورتیکه $H_1: \mu < \mu_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای میانگین جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

و اگر $H_1: \mu > \mu_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای میانگین جامعه عبارت است از:

$$\bar{x} - z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \infty$$

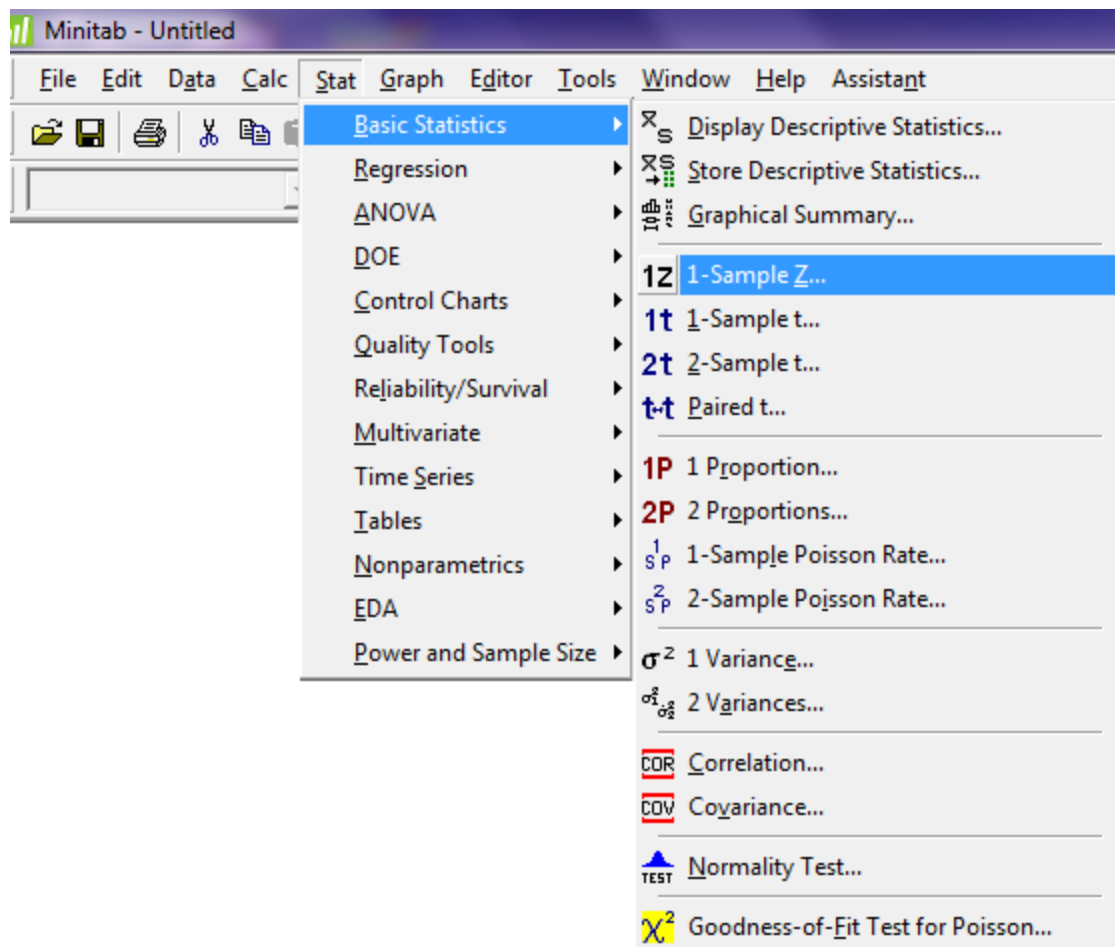
در هر یک از آزمون های فوق اگر μ_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

طریقه انجام آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض معلوم بودن انحراف معیار با Minitab

مثال: اندازه گیری مربوط به نه شی انجام شد. شما می دانید که توزیع اندازه گیری ها نرمال با انحراف معیار 0.2 می باشد. در سطح اطمینان 0.9 آیا میانگین اندازه گیری ها برابر 5 می باشد یا خیر؟

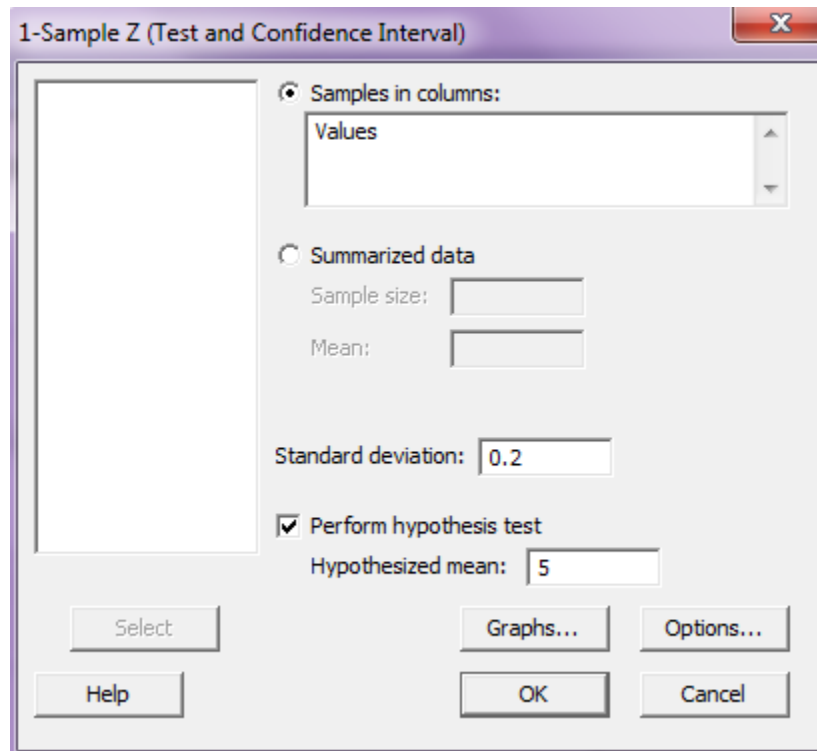
قدم اول : کاربرگ EXH_Stat.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: در صورتیکه مشاهداتتان را در یک ستون وارد کردید Sample in columns را انتخاب کرده و ستون مورد نظران را وارد کنید، در این مثال ستون Values را وارد کنید و در قسمت Standard deviation انحراف معیار داده هایتان را وارد کنید که در این مثال برابر 0.2 می باشد. هم چنین اگر اطلاعات مسئله را در اختیار دارید گزینه Summarized data را انتخاب کرده و در قسمت Sample size اندازه نمونه و در قسمت Mean مقدار میانگین نمونه را وارد کنید. در قسمت Perform hypothesis test مقدار هدف یا مقدار میانگینی را که قصد دارید آن را آزمون کنید وارد کنید، در این مثال عدد 5 را در کادر مقابل Hypothesized mean وارد کنید. حال Options را انتخاب کرده و در قسمت Confidence level سطح اطمینان یا مقدار $1-\alpha$ را وارد کنید. در این مثال 90 را در کادر مقابل Confidence level وارد کنید و در قسمت Alternative نوع فرض یک را وارد کنید، در صورتیکه $H_1: \theta \neq \theta_0$ آنگاه Not equal و در صورتیکه $H_1: \theta < \theta_0$ آنگاه Less than و اگر $H_1: \theta > \theta_0$ آنگاه Greater than را انتخاب کنید در این مثال چون می خواهیم فرض $H_0: \mu = 5$ در برابر $H_1: \mu \neq 5$ بیازماییم پس Not equal را انتخاب کنید و OK را بزنید.

در صورتیکه می خواهید فقط برآورد فاصله ای برای پارامتر مورد آزمون ایجاد کنید گزینه ی Perform hypothesis test را غیر فعال نگه دارید.



1-Sample Z (Test and Confidence Interval)

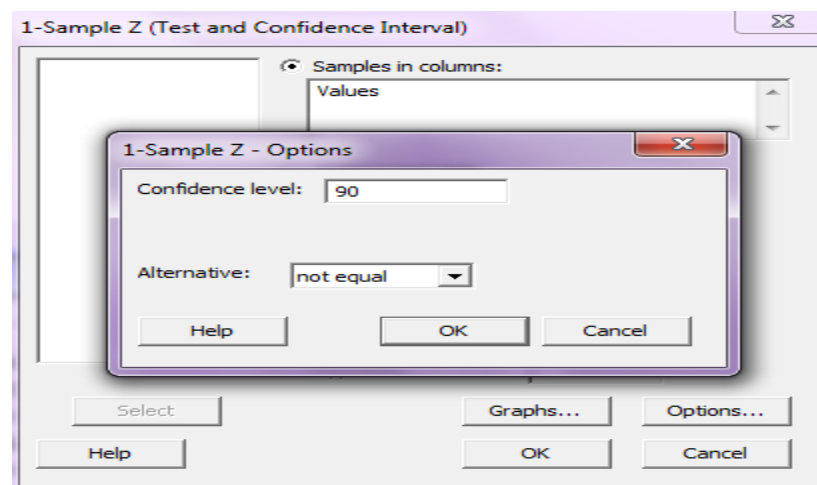
☒ Samples in columns:
Values

☐ Summarized data
Sample size:
Mean:

Standard deviation:

☒ Perform hypothesis test
Hypothesized mean:

Select Graphs... Options...
Help OK Cancel



1-Sample Z (Test and Confidence Interval)

☒ Samples in columns:
Values

1-Sample Z - Options
Confidence level:
Alternative:

Select Graphs... Options...
Help OK Cancel

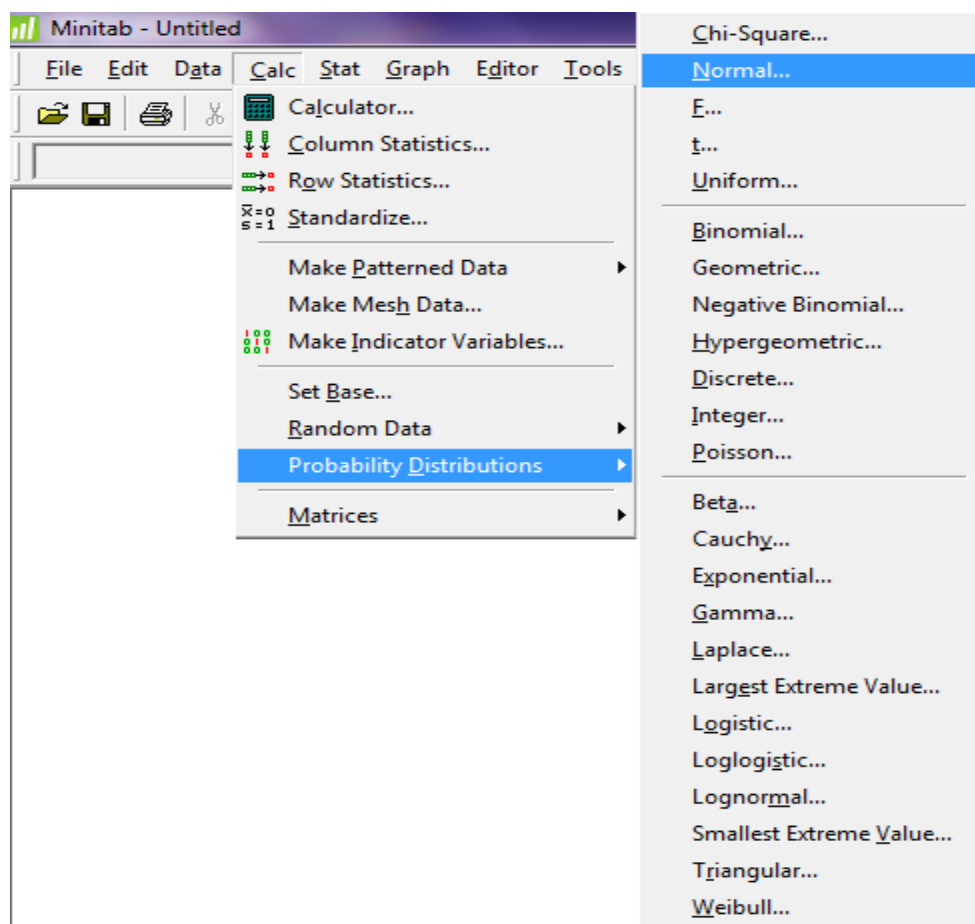
One-Sample Z: Values

Test of $\mu = 5$ vs not $= 5$

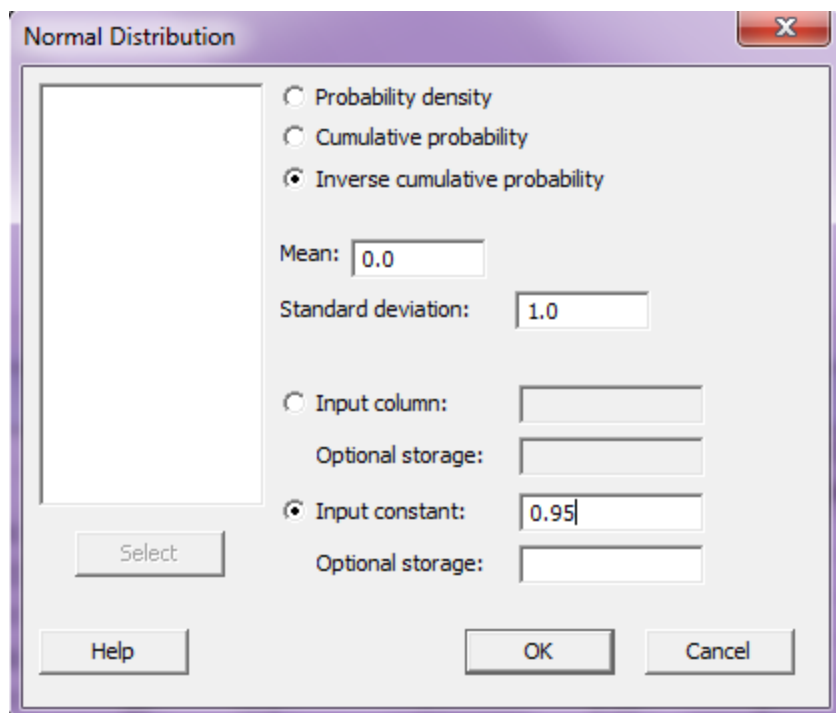
The assumed standard deviation = 0.2

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	90% CI	Z	P
Values	9	4.7889	0.2472	0.0667	(4.6792, 4.8985)	-3.17	0.002

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برابر 0.002 شده که کمتر از α برابر 0.1 بوده پس فرض صفر رد می شود. هم چنین برآورد فاصله ای برای میانگین مشخصه ای که بررسی کردیم بین 4.67 الی 4.89 بوده و مقدار هدف یا μ_0 که برابر 5 بوده در این فاصله نبوده پس فرض صفر رد می شود. مقدار آماره آزمون (Z_0) برابر -3.17 شده و برای تعیین اینکه آیا آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار گرفته یا نه باید مقدار بحرانی که برابر $Z_{1-\alpha/2}$ می باشد را محاسبه کنیم و اگر $|Z_0| \geq Z_{1-\alpha/2}$ برای این کار ابتدا مسیر زیر را دنبال کنید



گزینه ی Inverse cumulative probability را انتخاب کرده و در قسمت Input constant مقدار $1-\alpha/2$ را وارد کنید که در این مثال برابر 0.95 میباشد. حال OK را بزنید.



Inverse Cumulative Distribution Function

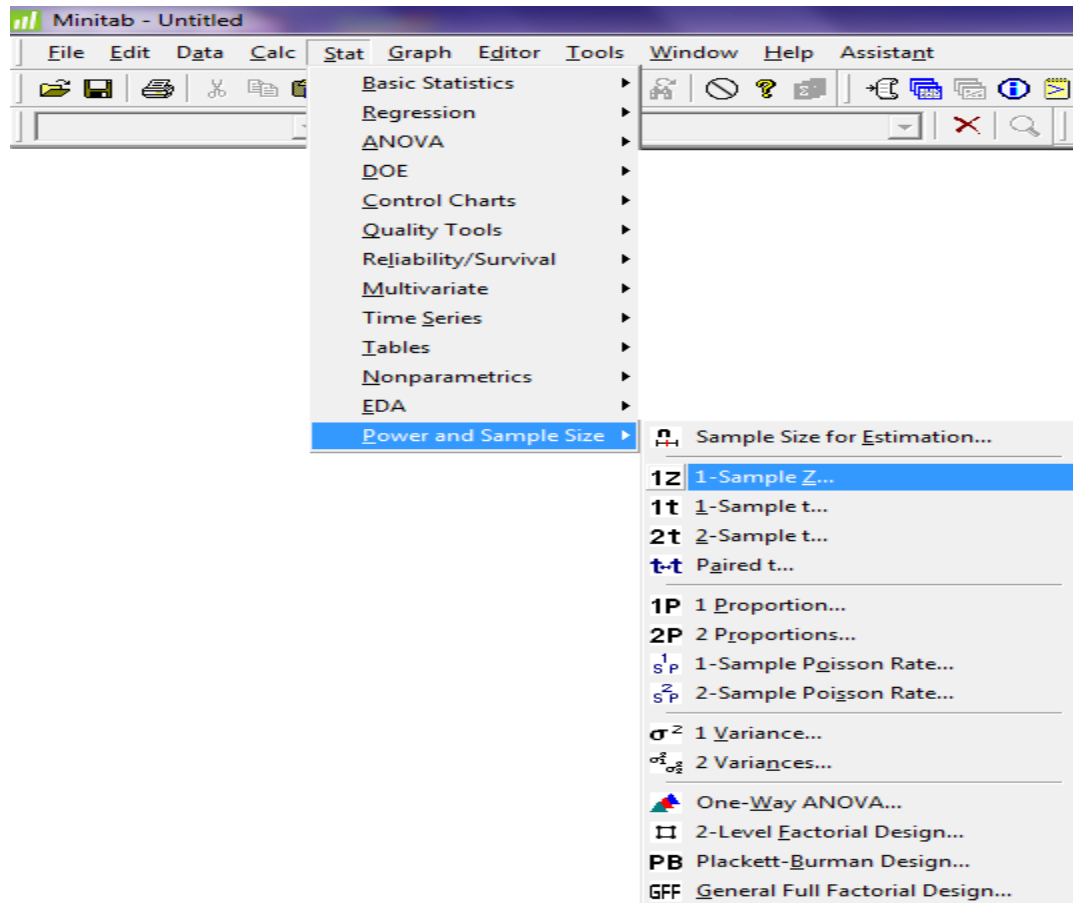
Normal with mean = 0 and standard deviation = 1

$$P(X \leq x) = 0.9 \quad x = 1.28155$$

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار بحرانی برابر 1.28 شده و مقدار آماره آزمون که برابر 3.17 بود از این مقدار بیشتر شده پس به این نتیجه می رسیم که فرض صفر رد می شود و میانگین مقادیر اندازه گیری شده برابر پنج نمی باشد.

به دست آوردن توان آزمون و اندازه نمونه

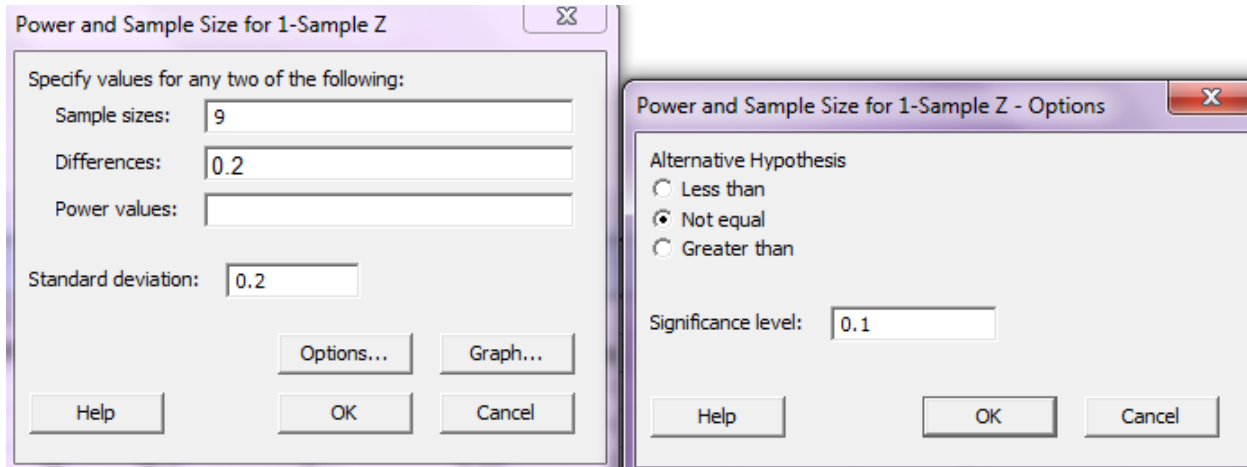
همانطور که در گذشته توضیح دادیم آزمون فرضی قوی تر است که توان آزمون در آن بیشتر باشد. توان آزمون، احتمال کشف تغییر به ازای مقادیر مختلف در میانگین هدف می باشد. یعنی اگر میانگین فرآیند واقعا برابر با مقداری غیر از مقدار هدف باشد آن گاه احتمال کشف چنین تغییری چه قدر است. اگر بخواهید توان آزمون را در کشف تغییرات مختلف در میانگین کشف کنید می توانید مسیر زیر را دنبال کنید



در قسمت Sample sizes عدد 9 را وارد کنید و در قسمت Differences می توانید اختلاف مقادیری را از مقدار هدف که می خواهید احتمال کشف تغییر در آن مقادیر به دست آورید وارد کنید، در این مثال عدد 0.2 را وارد کرده و در کادر مقابل Standard deviation مقدار 0.2 که برابر انحراف معیار فرآیند میباشد را وارد کنید و Power Values را خالی گذاشته تا $1 - \beta$ یا توان آزمون به دست بیاید. با چنین تعاریف منحنی OC (با این تفاوت که محور افقی آن به جای β ، $1 - \beta$ میباشد) و $1 - \beta$ برای اندازه نمونه ذکر شده رسم و محاسبه می شود.

همواره بین Differences, sample sizes و Power values دوتا را پر کرده و گزینه ای که مجهول است را خالی گذاشته تا Minitab آن را محاسبه کند.

حال Options را انتخاب کرده و در قسمت Alternative Hypothesis چون $H_1: \mu \neq 5$ می باشد پس Not equal را انتخاب کنید و در قسمت Significance level مقدار α را که برابر 0.1 می باشد وارد کنید و OK را بزنید.



Power and Sample Size

1-Sample Z Test

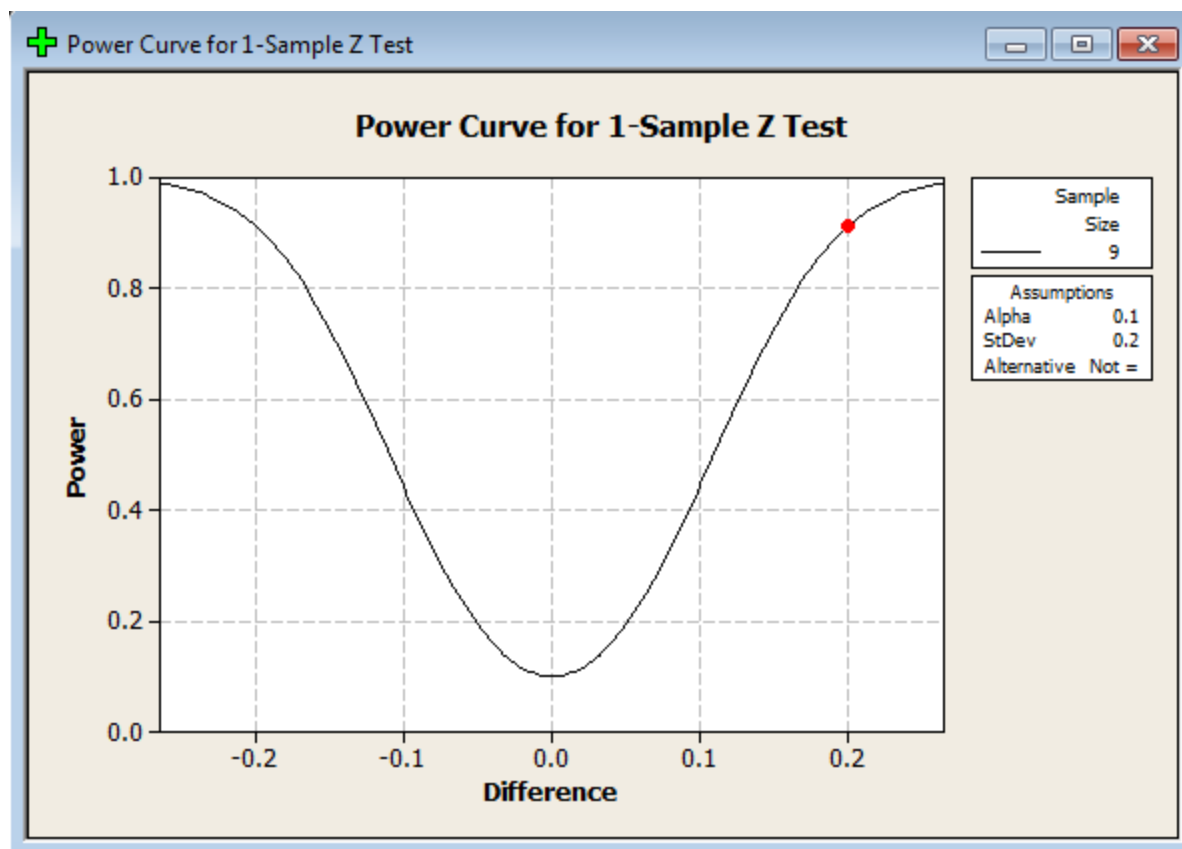
Testing mean = null (versus not = null)

Calculating power for mean = null + difference

Alpha = 0.1 Assumed standard deviation = 0.2

Difference	Sample Size	Power
0.2	9	0.912316

Power Curve for 1-Sample Z Test



تحلیل: در صورتیکه میانگین فرآیند 0.2 افزایش داشته باشد یعنی برابر 5.2 باشد، احتمال کشف چنین تغییری برابر 0.91 می باشد. حال می خواهیم یکبار با افزایش نمونه و یکبار با افزایش α ، احتمال کشف تغییر را افزایش دهیم. پس در پنجره Power and Sample size for 1Sample Z در قسمت Sample sizes علاوه بر 9، مقادیر 12 و 15 را مطابق شکل زیر وارد کنید و OK را بزنید.

Power and Sample Size for 1-Sample Z

Specify values for any two of the following:

Sample sizes: 9 12 15

Differences: 0.2

Power values:

Standard deviation: 0.2

Options... Graph... Help OK Cancel

Power and Sample Size

1-Sample Z Test

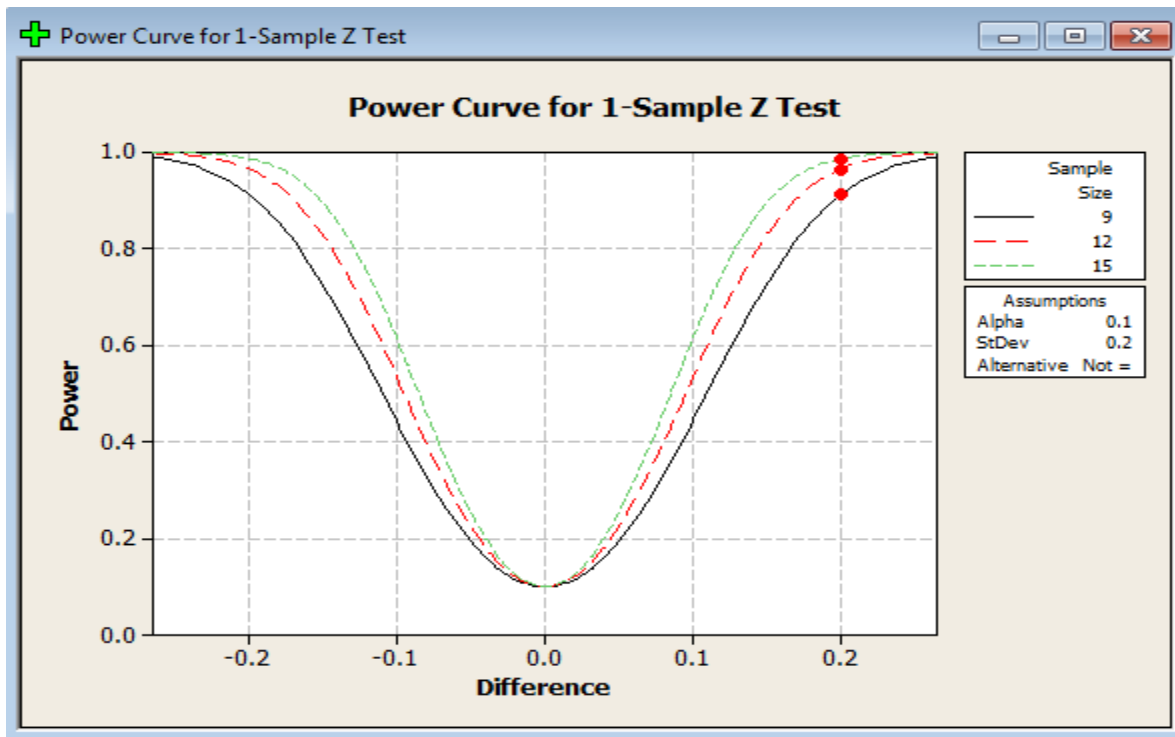
Testing mean = null (versus not = null)

Calculating power for mean = null + difference

Alpha = 0.1 Assumed standard deviation = 0.2

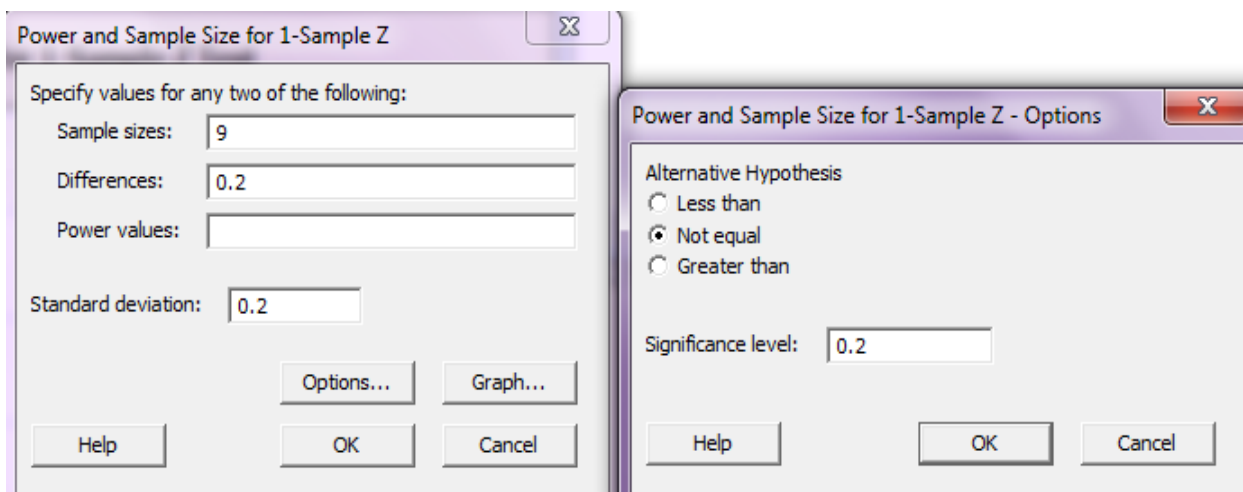
Difference	Sample Size	Power
0.2	9	0.912316
0.2	12	0.965563
0.2	15	0.987064

Power Curve for 1-Sample Z Test



تجلیل: همانطور که مشاهده می کنید احتمال کشف تغییر در اندازه نمونه های 9, 12 و 15 به ترتیب برابر 0.91, 0.96 و 0.98 می باشد پس با افزایش نمونه احتمال کشف تغییر افزایش می یابد.

اینبار در پنجره Power and Sample size for 1Sample Z در قسمت Options و در کادر مقابل Significance level به جای عدد 0.1 عدد 0.2 را وارد کرده و OK را بزنید.



Power and Sample Size

1-Sample Z Test

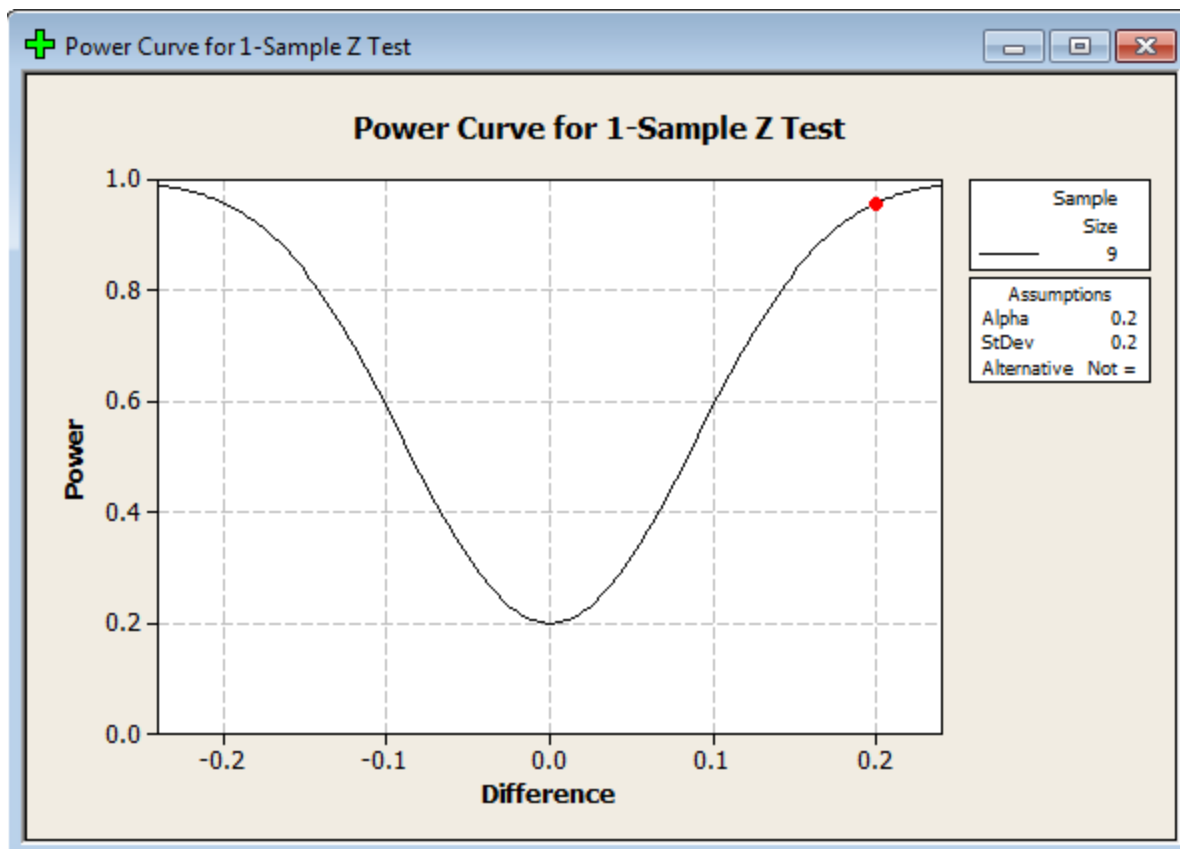
Testing mean = null (versus not = null)

Calculating power for mean = null + difference

Alpha = 0.2 Assumed standard deviation = 0.2

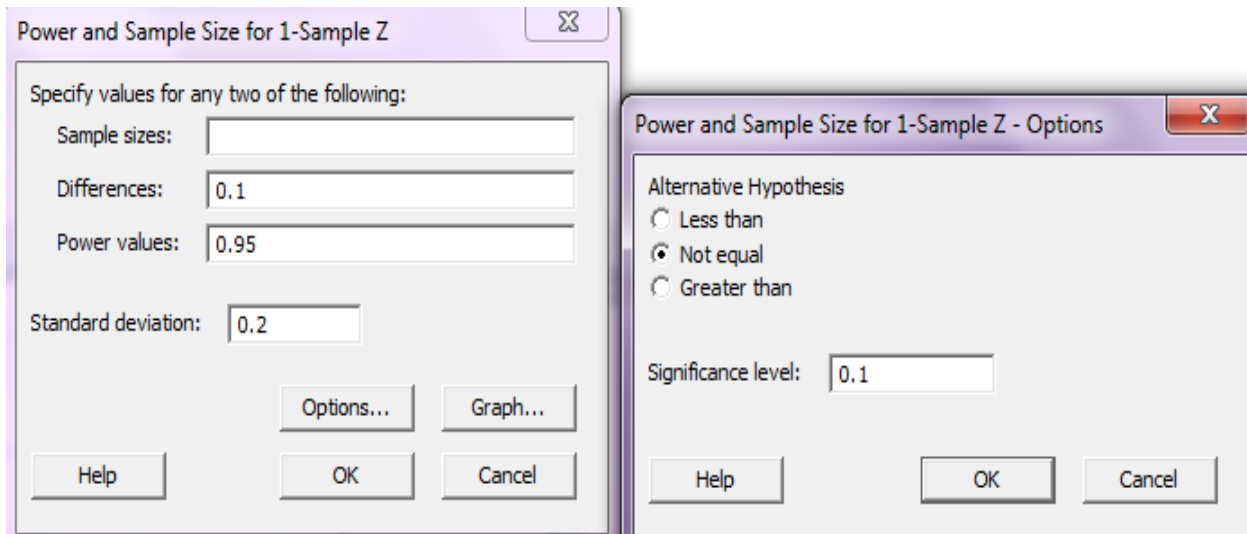
Difference	Sample Size	Power
0.2	9	0.957152

Power Curve for 1-Sample Z Test



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید احتمال کشف تغییر در چنین حالتی برابر 0.95 می باشد که بیشتر از وقتی است که α برابر 0.1 بود. زیرا با افزایش α ناحیه پذیرش تنگ تر شده و نقاط بیشتری بیرون میفتند در نتیجه بیشتر به دنبال علت آن می رویم و اگر تغییری باشد سریع تر کشف می شود. برای مثال شما اتومبیلی دارید که گران قیمت می باشد پس حساسیت دزدگیر ماشین خود را افزایش می دهید ($\uparrow \alpha$) در این صورت ممکن است تعداد دفعاتی که صدای دزدگیر شنیده شود بیشتر شود در صورتیکه اتفاقی دزدگیر به صدا درآمده اما اگر واقعاً دزد آمده باشد شما با احتمال بیشتری پی به این اتفاق می برید ($\uparrow 1 - \beta$)

حال فرض کنید قصد داریم اندازه نمونه لازم برای وقتی که میانگین فرآیند 0.1 کاهش می یابد و احتمال کشف چنین تغییری برابر 0.95 باشد را به دست آوریم برای این کار مجدداً به پنجره Power and Sample size for 1Sample Z رفته و قسمت Sample sizes را خالی گذاشته و در کادر مقابل Power values مقدار احتمال 0.95 را وارد کنید و در قسمت Differences عدد -0.1 را وارد کنید و OK را بزنید.



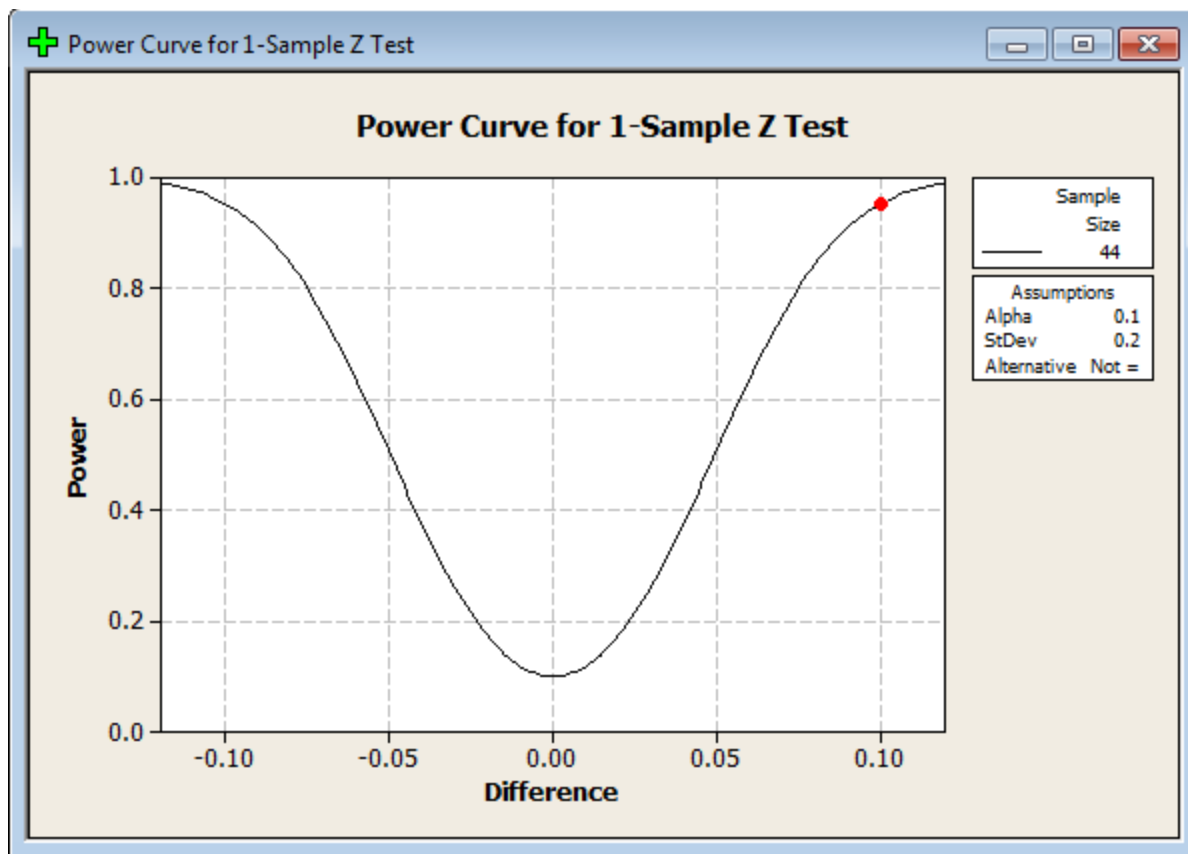
Power and Sample Size

1-Sample Z Test

Testing mean = null (versus not = null)
Calculating power for mean = null + difference
Alpha = 0.1 Assumed standard deviation = 0.2

Difference	Sample Size	Target Power	Actual Power
0.1	44	0.95	0.952716

Power Curve for 1-Sample Z Test



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید اندازه نمونه لازم برای کشف کاهشی به اندازه 0.1 در میانگین با احتمال 0.95 برابر 44 می باشد.

آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار

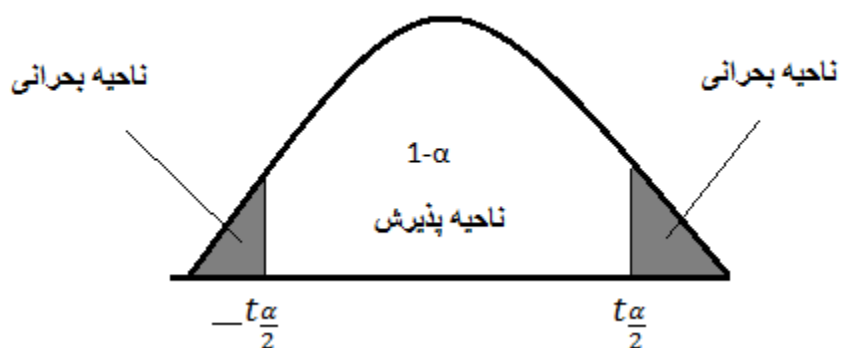
هنگامیکه شما بخواهید میانگین یک مشخصه کیفی متغیر را که توزیع نرمال دارد و انحراف معیار آن نامشخص است در یک جامعه آماری بررسی کنید، از آزمون فوق استفاده کنید. روش آزمون بدین صورت است که ابتدا يك نمونه تصادفي n تایی از مشاهدات مربوط به متغیر تصادفي X تهیه و آماره آزمون با توجه به آزمون فرض محاسبه می شود و پس از آن نتیجه گیری انجام می شود. آماره آزمونی که در این آزمون فرض استفاده می شود، عبارت است از:

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

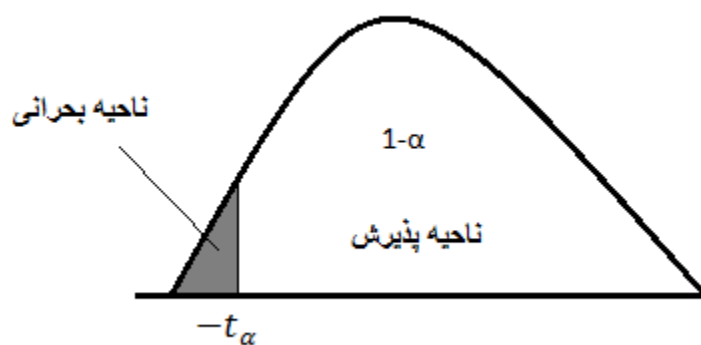
در صورتیکه $H_1: \mu \neq \mu_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$|t_0| \geq t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)}$$



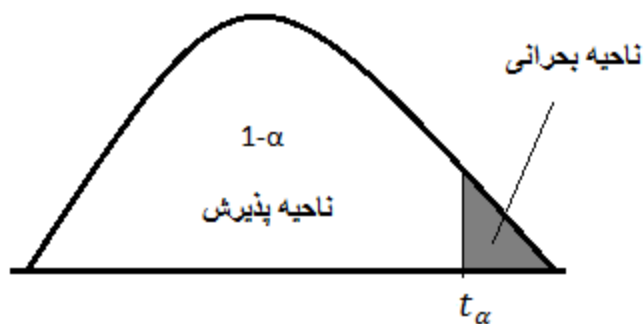
در صورتیکه $H_1: \mu < \mu_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \leq -t_{\alpha, (n-1)}$$



در صورتیکه $H_1: \mu > \mu_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \geq t_{\alpha, (n-1)}$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: \mu \neq \mu_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای میانگین جامعه عبارت است از:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2, (n-1)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2, (n-1)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

و در صورتیکه $H_1: \mu < \mu_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای میانگین جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \mu < \bar{x} + t_{\alpha, (n-1)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

و اگر $H_1: \mu > \mu_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای میانگین جامعه عبارت است از:

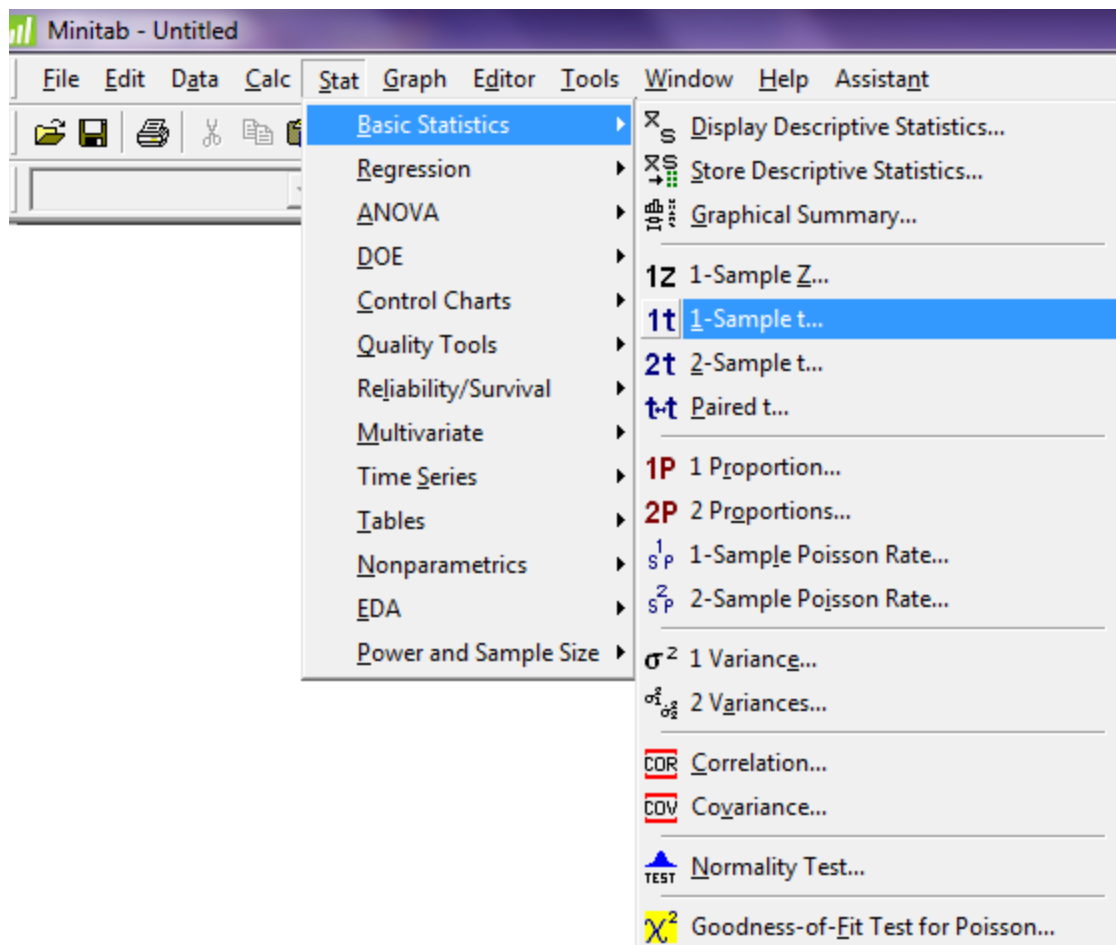
$$\bar{x} - t_{\alpha, (n-1)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر μ_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

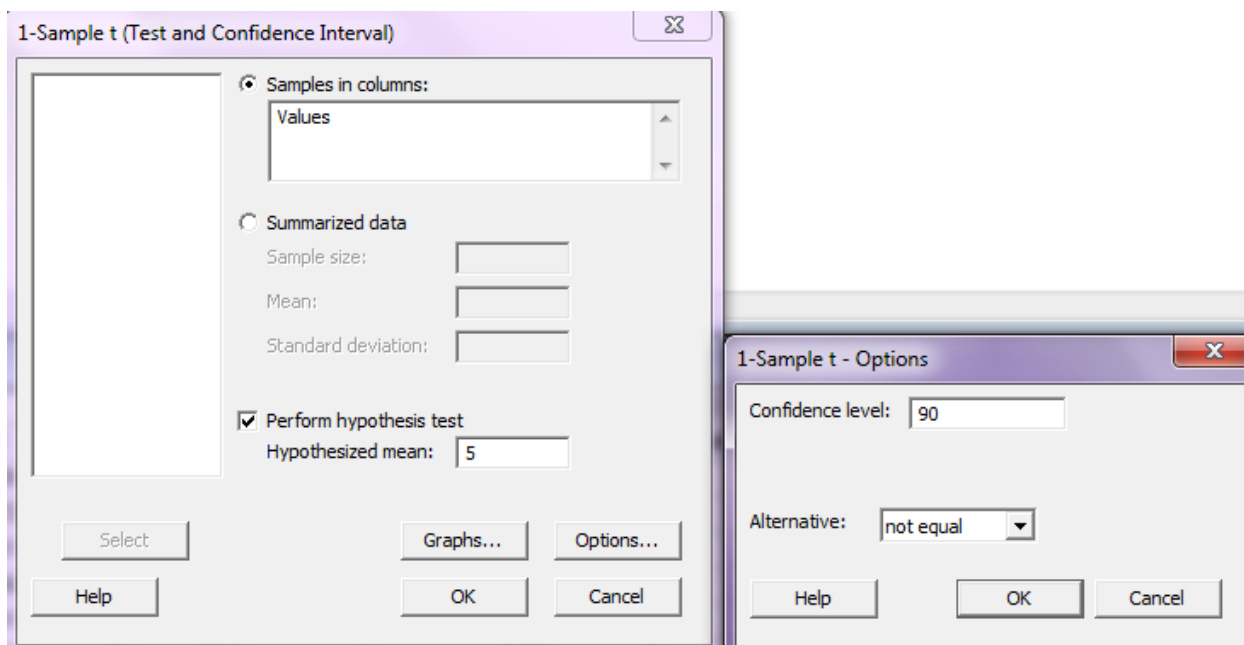
طریقه انجام آزمون فرض یک میانگین در یک جامعه نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار با Minitab

مثال: آزمون فرض مثال قبل را با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار انجام دهید.

قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم دوم : چون مشاهدات را در یک ستون وارد کردیم Sample in columns را انتخاب کرده و ستون Values را وارد کنید. هم چنین اگر اطلاعات مسئله را در اختیار دارید گزینه Summarized data را انتخاب کرده و در قسمت Sample size اندازه نمونه و در قسمت Mean مقدار میانگین نمونه را وارد کنید و در قسمت Standard deviation مقدار انحراف معیار نمونه را وارد کنید. در قسمت Perform hypothesis test چون می خواهیم یک آزمون فرض انجام دهیم، آن را فعال کنید و عدد 5 را در کادر مقابل Hypothesized mean وارد کنید. حال Options را انتخاب کرده و در قسمت Confidence level سطح اطمینان یا مقدار $1-\alpha$ را وارد کنید. در این مثال 90 را در کادر مقابل Confidence level وارد کنید و در قسمت Alternative نوع فرض یک را وارد کنید، در این مثال چون می خواهیم فرض $H_0: \mu = 5$ در برابر $H_1: \mu \neq 5$ بیازماییم پس Not equal را انتخاب کنید و OK را بزنید.

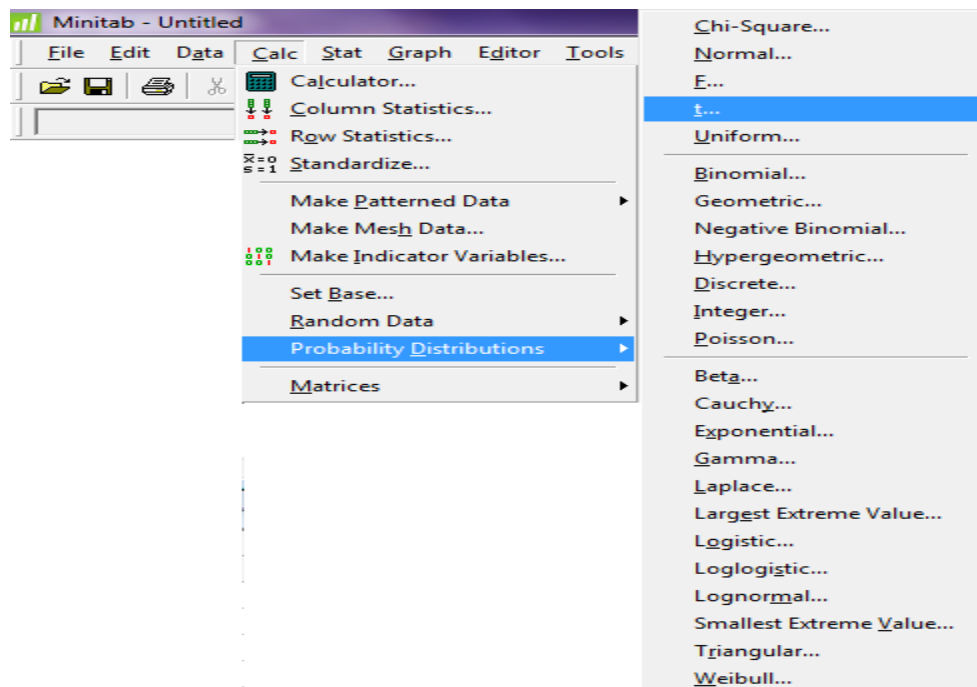


One-Sample T: Values

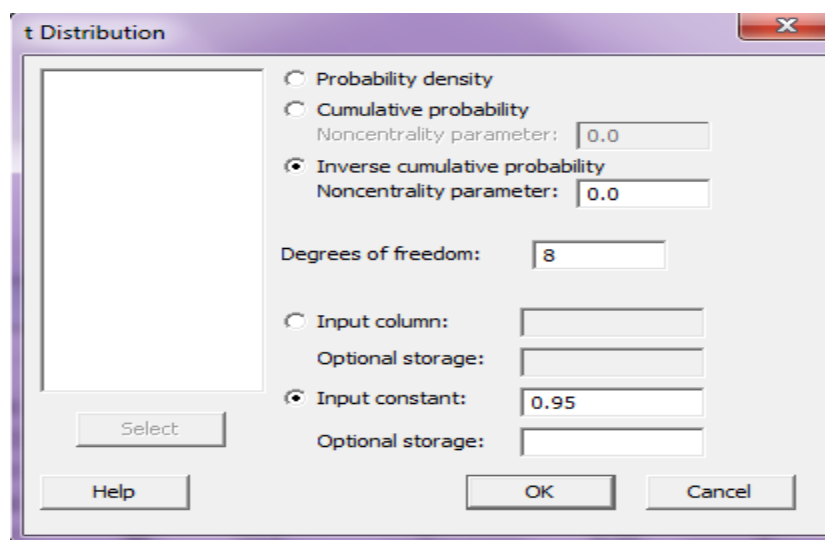
Test of $\mu = 5$ vs not $= 5$

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	90% CI	T	P
Values	9	4.7889	0.2472	0.0824	(4.6357, 4.9421)	-2.56	0.034

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برابر 0.034 شده که کمتر از α برابر 0.1 بوده پس فرض صفر رد می شود. هم چنین برآورد فاصله ای برای میانگین مشخصه ای که بررسی کردیم بین 4.63 الی 4.94 بوده و مقدار هدف یا μ_0 که برابر 5 بوده در این فاصله نبوده پس فرض صفر رد می شود. مقدار آماره آزمون (t_0) برابر -2.56 شده و برای تعیین اینکه آیا آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار گرفته یا نه باید مقدار بحرانی که برابر $t_{\alpha/2}$ می باشد را محاسبه کنیم و اگر $|t_0| \geq t_{\alpha/2}$ فرض صفر را رد می کنیم. برای این کار ابتدا مسیر زیر را دنبال کنید



از آنجاییکه Minitab مقادیر تصادفی t را با محاسبه احتمال تجمعی به ما می دهد پس ما به جای محاسبه ی $t_{\alpha/2}$ باید $t_{1-\alpha/2}$ را برای به دست آوردن مقدار بحرانی محاسبه کنیم پس در پنجره t Distribution گزینه Inverse cumulative probability را انتخاب کرده و در قسمت Degrees of freedom مقدار درجه آزادی را وارد کنید، که در این مثال چون 9 مشاهده داشتیم درجه آزادی برابر 8 می باشد و در قسمت Input constant مقدار $1-\alpha/2$ را وارد کنید که در این مثال برابر 0.95 می باشد و OK را بزنید.



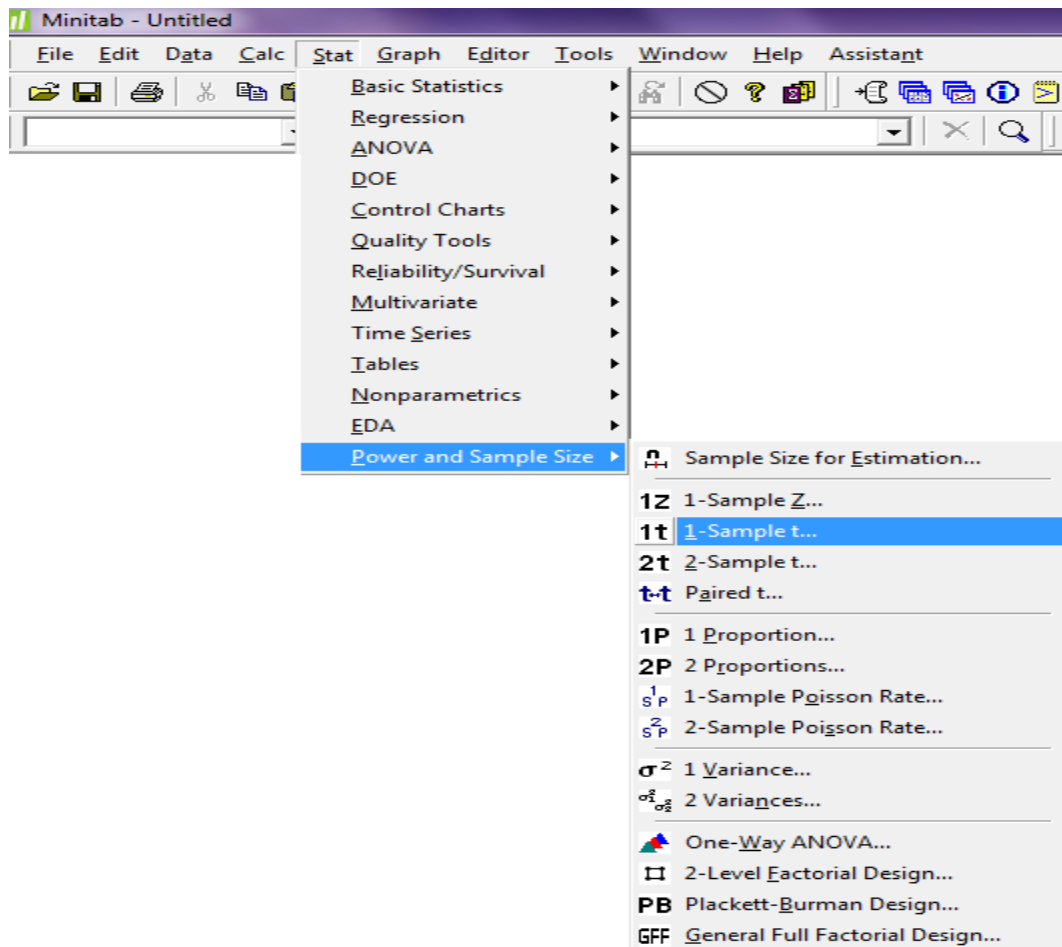
Inverse Cumulative Distribution Function

Student's t distribution with 8 DF

$$P(X \leq x) = 0.95 \quad x = 1.85955$$

تحلیل: مقدار بحرانی برابر 1.85 می باشد که کوچک تر از قدر مطلق مقدار آماره آزمون شده در نتیجه فرض صفر رد می شود.

در صورتیکه می خواهید منحنی توان آزمون را برای این آزمون فرض در اندازه نمونه های مختلف رسم کنید مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت Sample sizes اندازه نمونه های مختلف که قصد دارید منحنی توان آزمون هر یک رسم شود را انتخاب کنید و در قسمت Differences مقادیر اختلاف از هدف را که می خواهید احتمال کشف

تغییر در آن نقاط محاسبه شود وارد کنید و در قسمت Standard deviation مقدار انحراف معیار نمونه (S) را وارد کنید که در این مثال با توجه به آزمونی که انجام شد مقدار انحراف معیار نمونه برابر 0.2472 به دست آمد. در صورت دلخواه می توانید پنجره 1-Sample t Power and Sample size for را بزنید. Sample t را مطابق شکل زیر کامل کنید و OK را بزنید.

Power and Sample Size for 1-Sample t

Specify values for any two of the following:

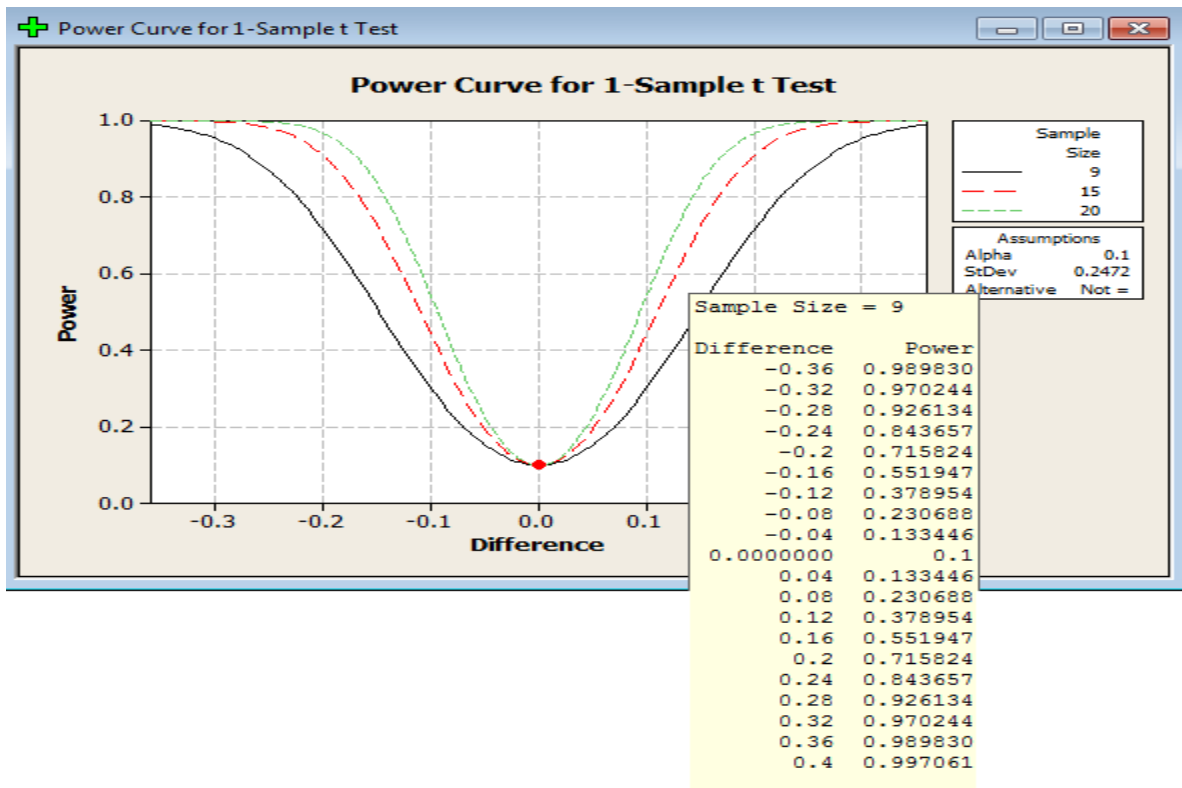
Sample sizes: 9 15 20

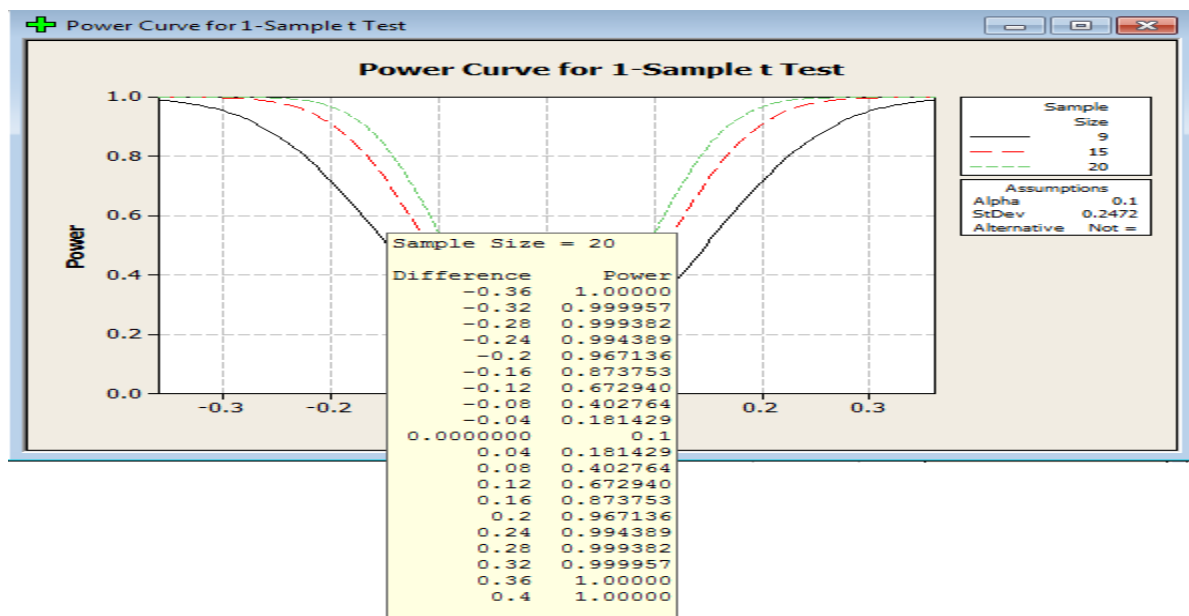
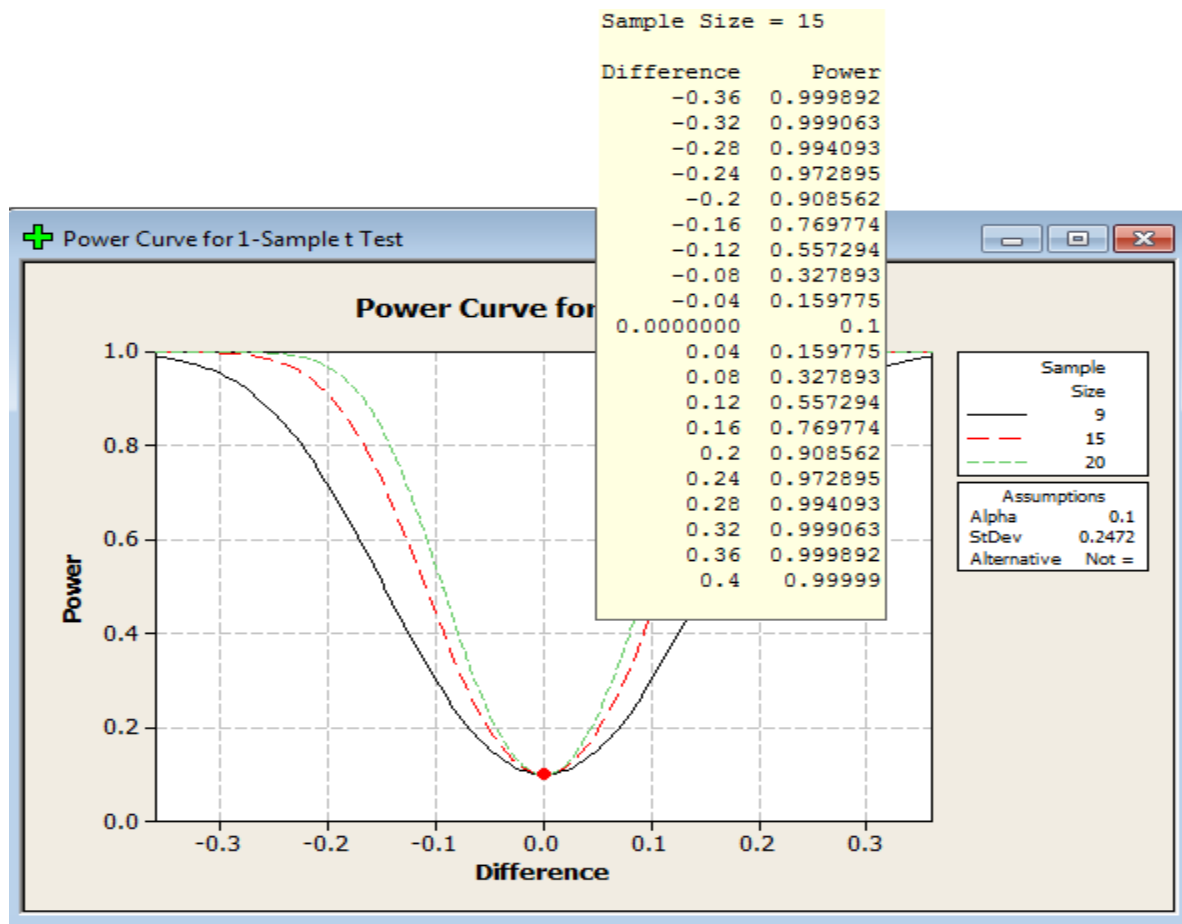
Differences: 0

Power values:

Standard deviation: 0.2472

Options... Graph... Help OK Cancel





تحلیل: در صورتیکه نشانگر موس خود را بر روی هر یک از منحنی های احتمال کشف تغییر برای اندازه نمونه های مختلف ببرید مقادیر احتمال کشف تغییر را به ازای مقادیر مختلف از اختلاف ها از مقدار هدف نشان می دهد. همانطور که مشاهده می کنید احتمال کشف تغییر در اندازه نمونه برابر 20 بیش از اندازه نمونه های دیگر می باشد.

آزمون فرض تفاضل دو میانگین از دو جامعه ی نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار

با استفاده از این آزمون فرض می توانیم بررسی کنیم که آیا بین میانگین های دو جامعه مختلف و مستقل از هم که توزیع نرمال دارند، اختلافی وجود دارد یا خیر؟ برای مثال آیا میانگین معدل دانشجویان در دانشگاه صنعتی شریف از میانگین معدل دانشجویان در دانشگاه آزاد بیشتر می باشد یا خیر؟ برای انجام این آزمون فرض n نمونه از جامعه X و m نمونه از جامعه Y تهیه کرده و در صورتیکه انحراف معیار برای هر دو جامعه مورد بررسی نامعلوم و نابرابر باشد طریقه ی آزمون $H_0: \mu_X - \mu_Y = D_0$ بدین صورت است که ابتدا آماره آزمون را از رابطه زیر محاسبه می کنیم

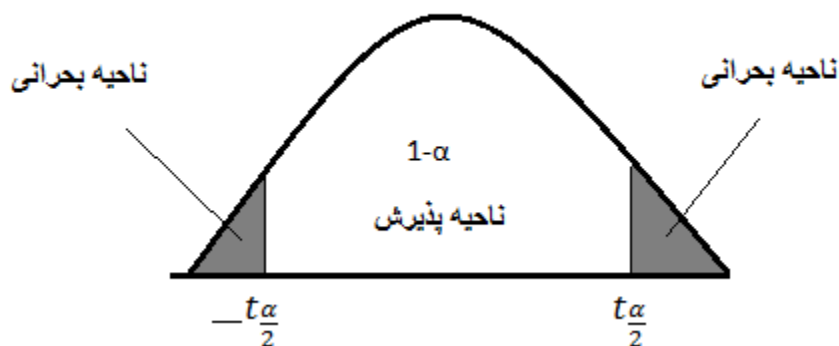
$$t_0 = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - D_0}{S}$$

که در رابطه فوق $S = \sqrt{\frac{S_X^2}{n} + \frac{S_Y^2}{m}}$ خواهد بود.

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

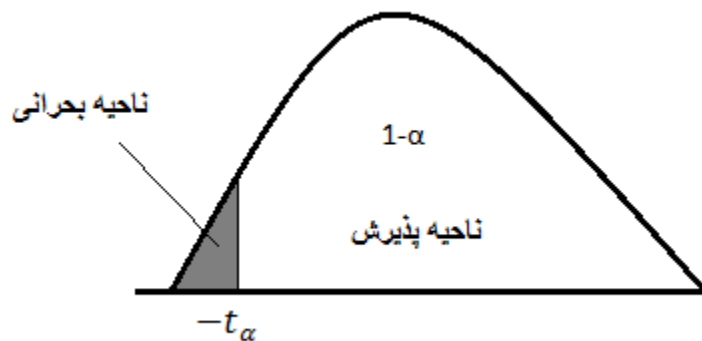
در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y \neq D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$|t_0| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(v)$$



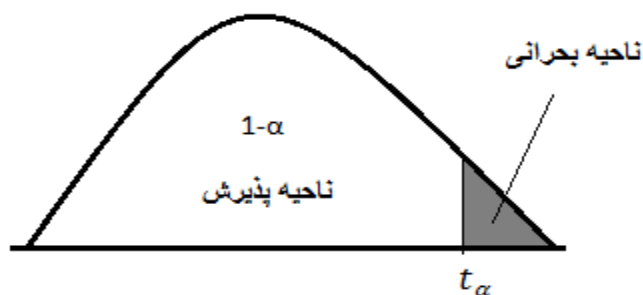
در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y < D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \leq -t_{\alpha, (v)}$$



در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y > D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \geq t_{\alpha, (v)}$$



که در روابط فوق v برابر است با:

$$v = \frac{\left(\frac{S_X^2}{n} + \frac{S_Y^2}{m}\right)^2}{\left(\frac{\left(\frac{S_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{S_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}\right)}$$

هم چنین در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y \neq D_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای اختلاف میانگین های دو جامعه عبارت است از:

$$(\bar{x} - \bar{y}) - t_{\frac{\alpha}{2},(v)} \cdot s < \mu_X - \mu_Y < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2},(v)} \cdot s$$

و در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y < D_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای اختلاف میانگین های دو جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \mu_X - \mu_Y < (\bar{x} - \bar{y}) + t_{\alpha,(v)} \cdot s$$

و اگر $H_1: \mu_X - \mu_Y > D_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای اختلاف میانگین های دو جامعه عبارت است از:

$$(\bar{x} - \bar{y}) - t_{\alpha,(v)} \cdot s < \mu_X - \mu_Y < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر D_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو میانگین در دو جامعه ی نرمال با فرض نامعلوم بودن اما برابر بودن انحراف معیارها بدین صورت است که ابتدا یک نمونه ی n تایی از جامعه X و یک نمونه m تایی از جامعه Y تهیه کرده و آماره آزمون را به صورت زیر محاسبه می شود:

$$t_0 = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - D_0}{S_P \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

که در رابطه فوق $S_P = \sqrt{\frac{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}{n+m-2}}$ خواهد بود. در واقع S_P انحراف معیار مشترک برای جامعه X و Y می باشد.

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y \neq D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$|t_0| \geq t_{\frac{\alpha}{2},(n+m-2)}$$

در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y < D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \leq -t_{\alpha,(n+m-2)}$$

در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y > D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \geq t_{\alpha, (n+m-2)}$$

هم چنین در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y \neq D_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای اختلاف میانگین های دو جامعه عبارت است از:

$$(\bar{x} - \bar{y}) - t_{\frac{\alpha}{2}, (n+m-2)} \cdot S_P \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} < \mu_X - \mu_Y < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}, (n+m-2)} \cdot S_P \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

و در صورتیکه $H_1: \mu_X - \mu_Y < D_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای اختلاف میانگین های دو جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \mu_X - \mu_Y < (\bar{x} - \bar{y}) + t_{\alpha, (n+m-2)} \cdot S_P \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

و اگر $H_1: \mu_X - \mu_Y > D_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای اختلاف میانگین های دو جامعه عبارت است از:

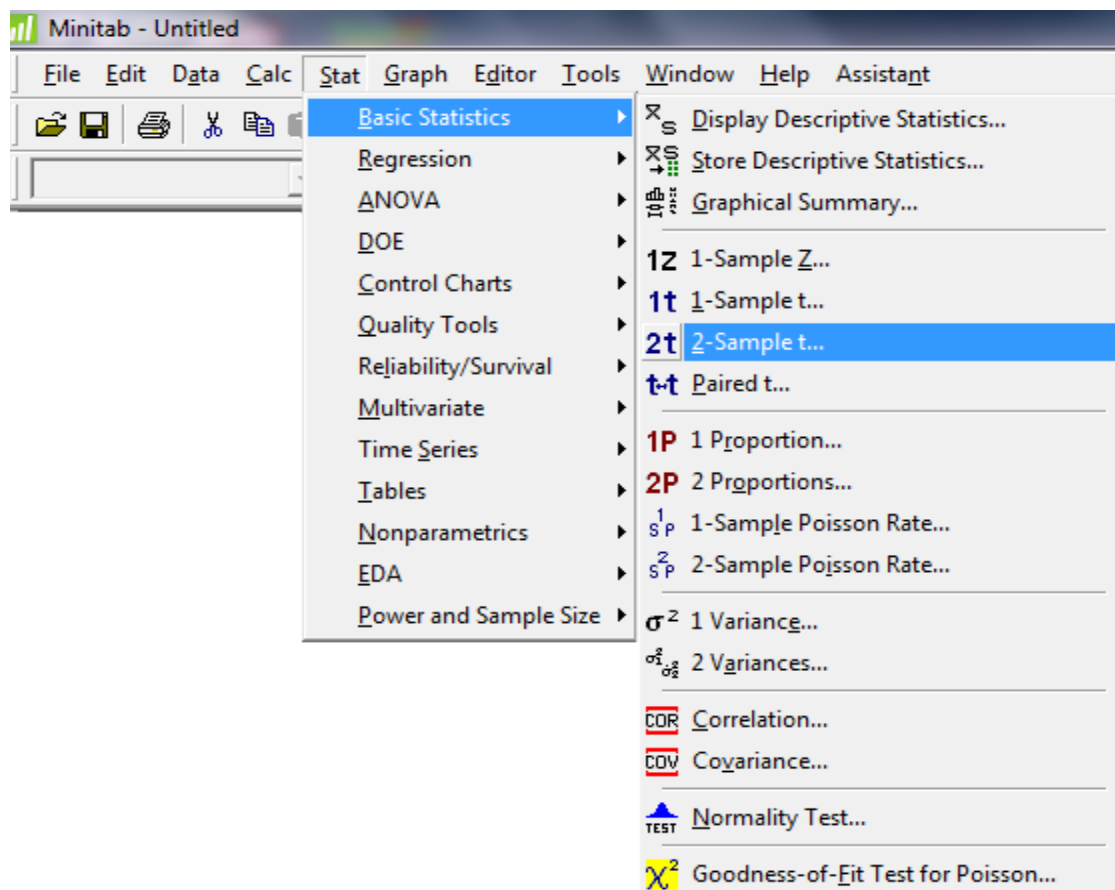
$$(\bar{x} - \bar{y}) - t_{\alpha, (n+m-2)} \cdot S_P \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} < \mu_X - \mu_Y < \infty$$

طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو میانگین از دو جامعه ی نرمال با فرض نامعلوم بودن انحراف معیار با Minitab :

مثال: نتایج حاصل از 16 مورد تعیین نقطه ذوب یک ترکیب به شرح زیر است، که هشت مورد توسط تحلیل گر یک و هشت مورد توسط تحلیل گر دو انجام گرفته است. داده ها بر حسب درجه ی سانتی گراد است و فرض کنید هر یک توزیع نرمال دارند. آیا نتیجه می گیرید که از جانب یک تحلیل گر تمایلی مبنی بر حصول نتایج بزرگ تر نسبت به تحلیل گر دیگر وجود دارد؟ فرض کنید قبلا آزمون تساوی واریانس ها را انجام دادید و به این نتیجه رسیدید که واریانس هر دو تحلیل گر با هم برابر است. آزمون تساوی میانگین ها را برای هر دو تحلیل گر در سطح معنا دار بودن 0.99 انجام دهید.

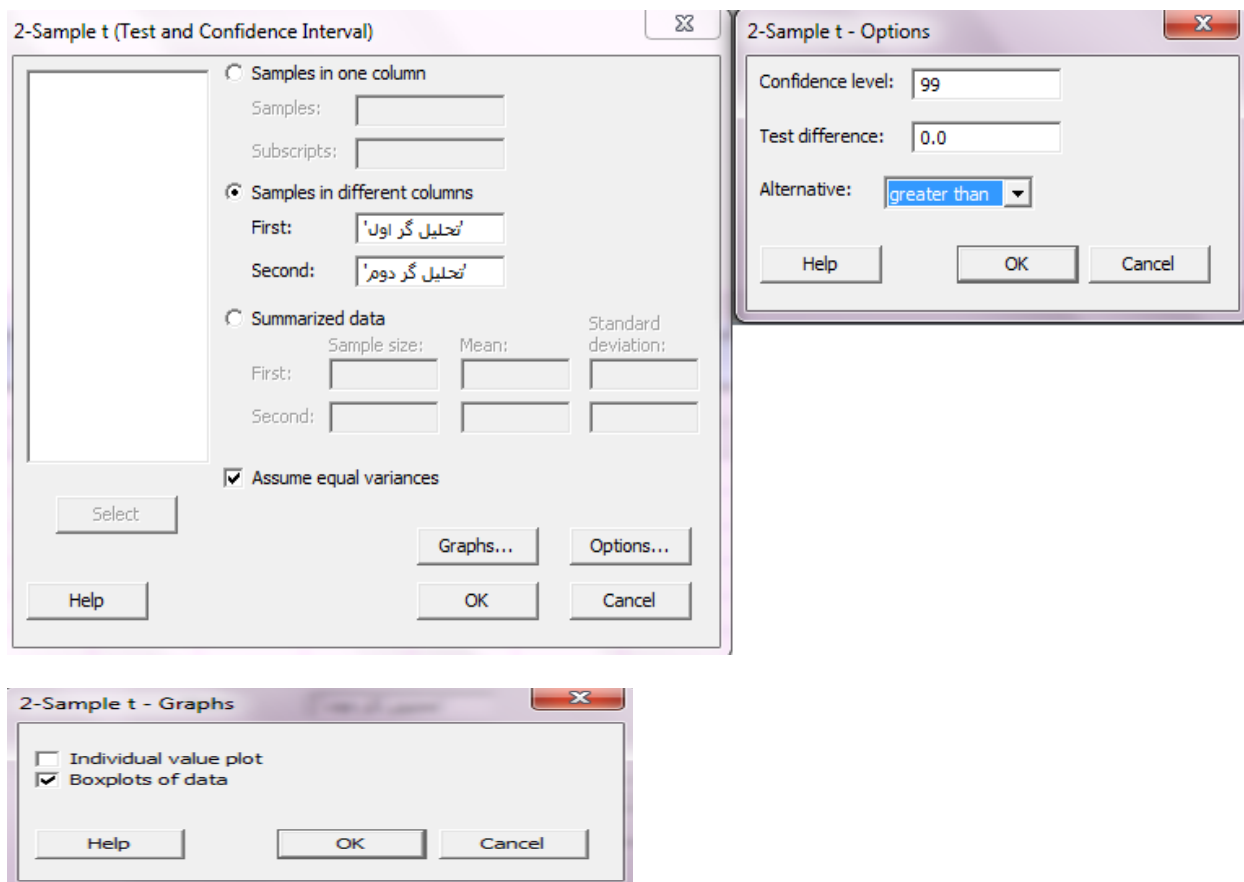
قدم اول: کاربرگ TAHLIL.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: در صورتیکه کلیه مشاهدات از هر دو جامعه در یک ستون می باشد گزینه ی Sample in one column را انتخاب کرده و در کادر مقابل Samples ستونی را که شامل مشاهدات می باشد وارد کنید و در کادر مقابل Subscripts ستونی را که داده ها را در آن طبقه بندی کردید وارد کنید. اگر مشاهدات از هر جامعه در ستون های مجزا می باشد گزینه ی Sample in different columns را انتخاب کرده و در کادر مقابل First ستونی را که شامل مشاهدات جامعه اول می باشد وارد کنید و در کادر مقابل Second ستونی را که شامل مشاهدات جامعه دوم می باشد وارد کنید، در این مثال در کادر مقابل First ستون "تحلیل گر اول" و در کادر مقابل Second ستون "تحلیل گر دوم" را وارد کنید. هم چنین اگر خلاصه شده ی اطلاعات هر جامعه را در اختیار دارید گزینه ی Summarized data را انتخاب کنید و در قسمت های Sample size, Mean و Standard deviation به ترتیب اندازه نمونه، میانگین نمونه و انحراف معیار نمونه را برای هر دو جامعه وارد کنید. در صورتیکه قصد دارید آزمون فرض تفاضل دو میانگین در دو جامعه نرمال را تحت نامعلوم بودن و برابر بودن واریانس ها انجام دهید، گزینه ی Assume equal variances را فعال کنید. در این مثال این گزینه را

فعال کنید. حال به Options رفته و در قسمت Confidence level سطح اطمینان را مشخص کنید که در این مثال برابر 99% می باشد و در قسمت Test difference مقدار D_0 را وارد کنید، در این مثال چون قصد داریم $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ را در برابر $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ بیازماییم، پس این مقدار را برابر صفر قرار دهید. هم چنین در قسمت Alternative , greater than را انتخاب کنید هم چنین به قسمت Graphs رفته و گزینه ی Box Plot of data را فعال کنید و OK را بزنید.



دوم گر تحلیل, اول گر تحلیل: Two-Sample T-Test and CI

Two-sample T for تحلیل اول vs تحلیل دوم

	N	Mean	StDev	SE Mean
اول گر تحلیل	8	167.10	3.17	1.1
دوم گر تحلیل	8	162.20	1.08	0.38

Difference = mu (اول گر تحلیل) - mu (دوم گر تحلیل)

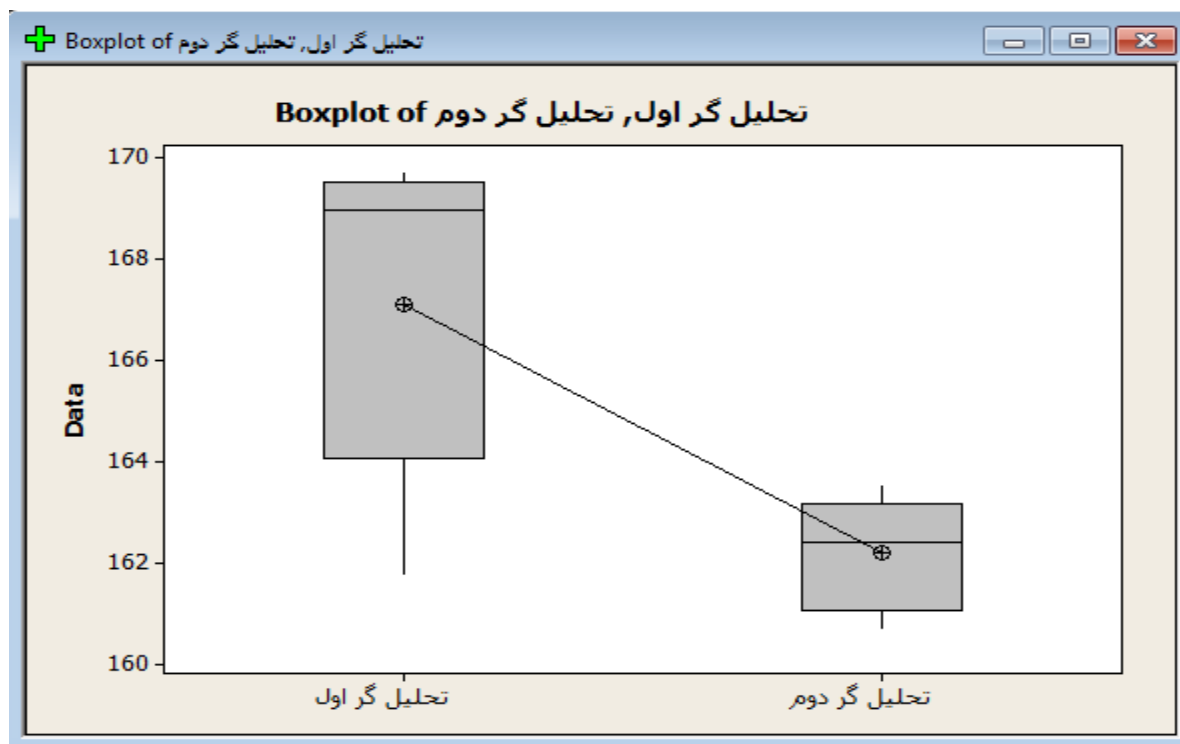
Estimate for difference: 4.90

99% lower bound for difference: 1.79

T-Test of difference = 0 (vs >): T-Value = 4.14 P-Value = 0.001 DF = 14

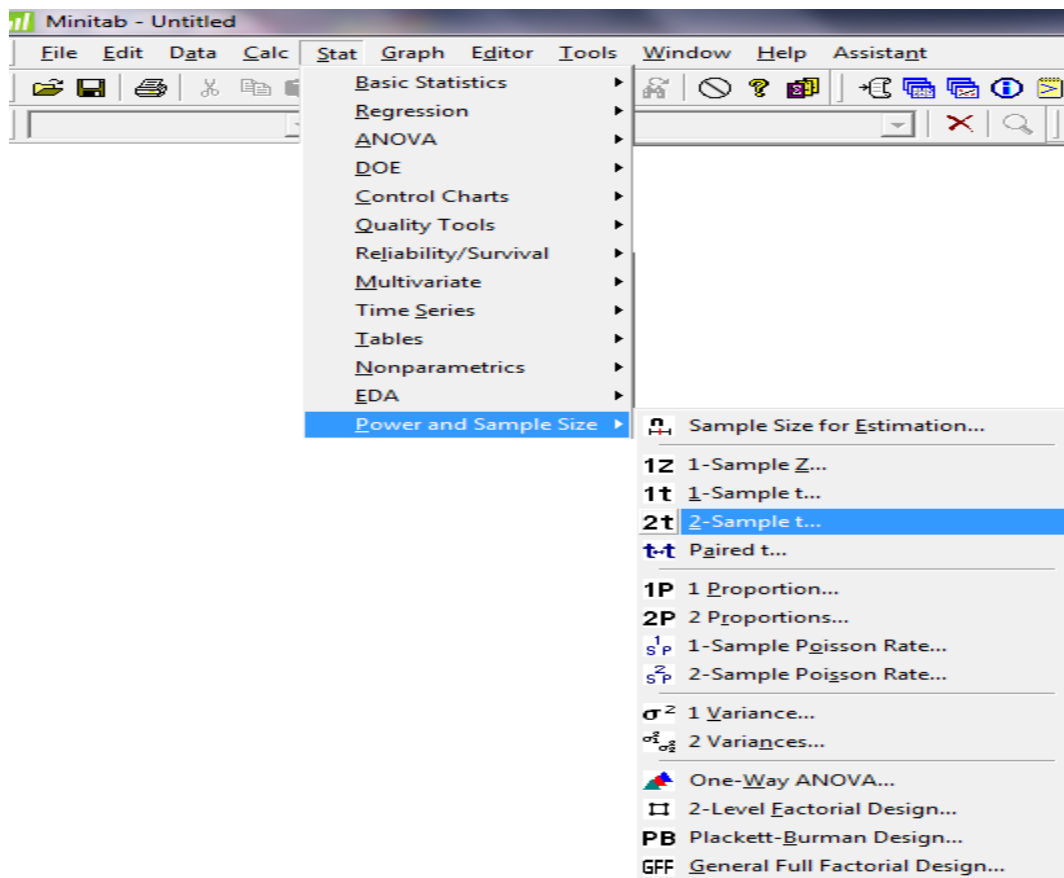
Both use Pooled StDev = 2.3679

دوم گر تحلیل, اول گر تحلیل Boxplot of

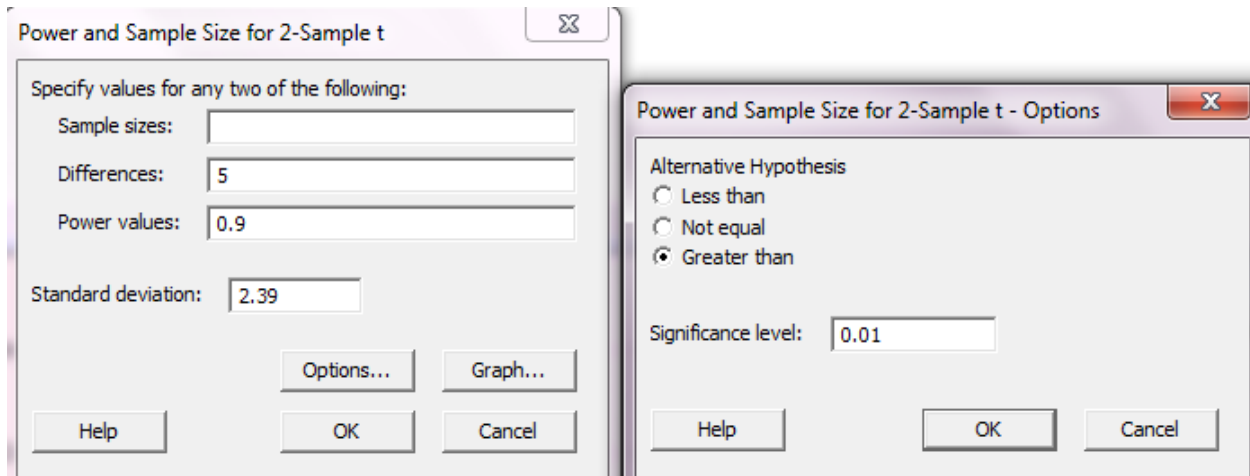


تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برابر 0.001 شده که کمتر از 0.01 (α) می باشد در نتیجه فرض صفر مبنی بر تساوی میانگین های تحلیل گر اول و دوم رد می شود و نتیجه می شود که میانگین مقادیر اندازه گیری شده در تحلیل گر اول بیش از تحلیل گر دوم می باشد. هم چنین برآورد فاصله ای یک طرفه رو به پایین در سطح اطمینان 0.99 برای تفاضل میانگین های تحلیل گر اول از تحلیل گر دوم از 1.79 الی $+\infty$ می باشد و چون صفر در این بازه نمی باشد پس فرض صفر رد می شود. هم چنین مقدار انحراف معیار مشترک برای هر دو جامعه برابر 2.36 می باشد.

فرض کنید در مثال فوق می خواهیم اندازه نمونه لازم برای وقتی که می خواهیم تفاوتی در حد پنج درجه ی سانتی گراد با احتمال 0.9 کشف شود را به دست بیاوریم. برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید



قسمت Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Differences مقدار 5 را وارد کنید و در کادر مقابل Power values عدد 0.9 را وارد کنید و در کادر مقابل Standard deviation مقدار انحراف معیار مشترک را وارد کنید که در مثال فوق برابر با 2.36 به دست آمد. در نظر داشته باشید Minitab فقط قادر به محاسبه احتمال کشف تغییر در حالت برابر بودن انحراف معیارها می باشد هم چنین اندازه نمونه ای که محاسبه می کند، اندازه نمونه برای هر جامعه می باشد یعنی اگر اندازه نمونه برابر 10 به دست آمد بدین معنی می باشد که از هر جامعه یک نمونه ی 10 تایی تهیه کنید. حال به Options رفته و در قسمت Alternative Hypothesis گزینه ی Greater than را انتخاب کرده و در قسمت Significance level مقدار α که برابر 0.01 می باشد را وارد کنید و OK را بزنید.



Power and Sample Size

2-Sample t Test

Testing mean 1 = mean 2 (versus >)

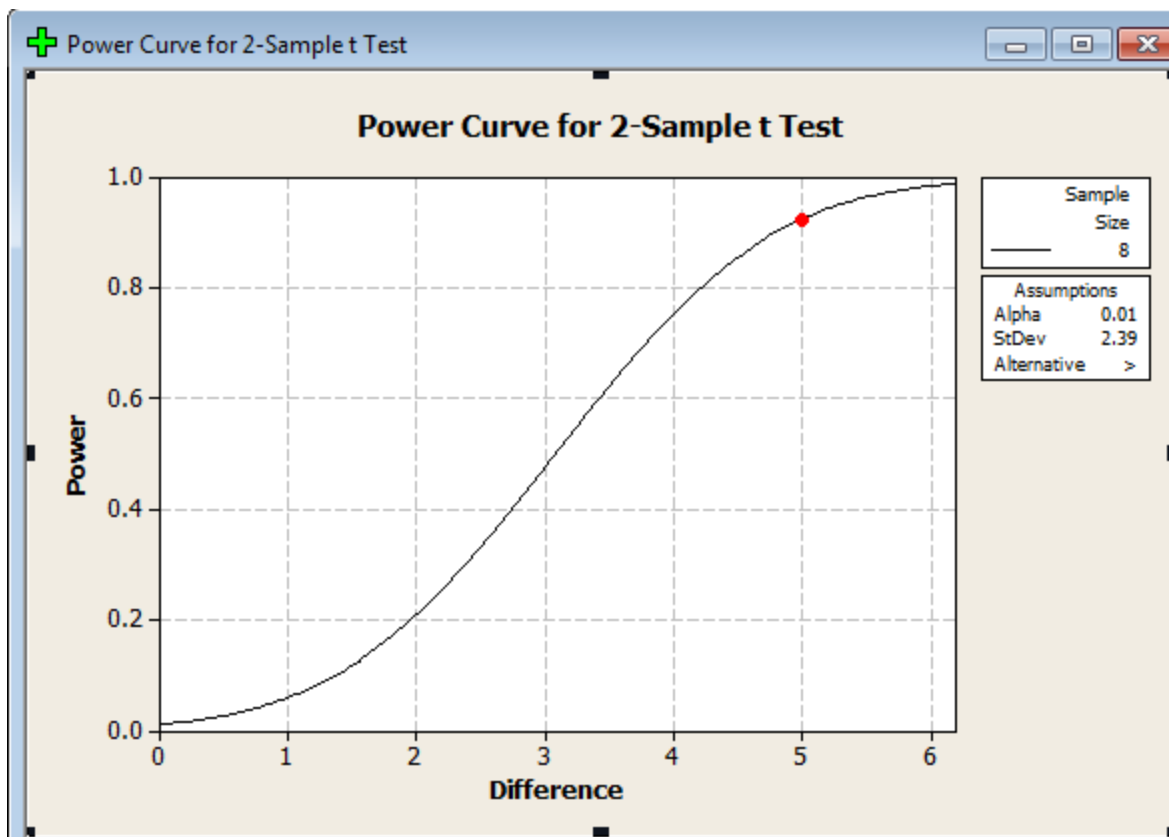
Calculating power for mean 1 = mean 2 + difference

Alpha = 0.01 Assumed standard deviation = 2.39

	Sample	Target	
Difference	Size	Power	Actual Power
5	8	0.9	0.924835

The sample size is for each group.

Power Curve for 2-Sample t Test



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید اندازه نمونه لازم برای برابر شدن احتمال کشف تغییری در حد پنج درجه ی سانتی گراد با 90% برابر با 8 می باشد. در چنین حالتی احتمال واقعی کشف تغییر 0.92 می باشد.

آزمون فرض برابری میانگین ها وقتی مشاهدات به صورت زوجی باشد

با استفاده از این آزمون فرض می توانیم بررسی کنیم که آیا بین میانگین های مشاهدات که به صورت زوجی و تحت شرایط یکسانی مورد آزمایش واقع می شوند تفاوتی وجود دارد یا خیر؟ در نظر داشته باشد که توزیع مشخصه کیفی مورد بررسی برای هر زوج باید نرمال باشد. برای مثال شما برای بررسی تاثیر یک رژیم غذایی، وزن چند نفر را قبل از اعمال رژیم و سپس بعد از اعمال رژیم اندازه گیری می کنید و حال با استفاده از آزمون فوق بررسی می نمایید که آیا وزن افراد تغییری داشته یا همان مانده است؟ یا از یک انباشته از آهن دو نمونه برداشته و یکی را در مجاورت هوا و دیگری را در یک محیط کاملاً بسته قرار می دهید حال می خواهید بررسی کنید آیا میزان خوردگی برای نمونه های هر انباشته تحت دو شرایط مختلف فرق دارد یا خیر؟

طریقه انجام این آزمون به این صورت است که n نمونه جمع آوری کرده و یک بار مقادیر نمونه ها را تحت آزمایش نوع اول ثبت کرده که هر کدام را با X_i و یک بار مقادیر آن ها را تحت آزمایش نوع دوم ثبت کرده که هر کدام را با Y_i نشان می دهیم در نظر داشته باشید که کلیه X_i ها و Y_i ها حتماً توزیع نرمال داشته باشند و میانگین واقعی X_i ها برابر μ_1 و میانگین

واقعی Y_i ها برابر $\mu_i + \mu_D$ می باشد که $D_i = y_i - x_i$ و μ_D برابر امید ریاضی یا میانگین واقعی D_i ها می باشد در صورتیکه μ_D برابر صفر شود یعنی هیچ اختلافی بین μ_y و μ_x وجود ندارد هم چنین هیچ لزومی ندارد که σ_y و σ_x با هم برابر باشد. پس آماره آزمون برای آزمون فرض $H_0: \mu_y - \mu_x = D_0$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$t_0 = \frac{\bar{D} - D_0}{\frac{s_D}{\sqrt{n}}}$$

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

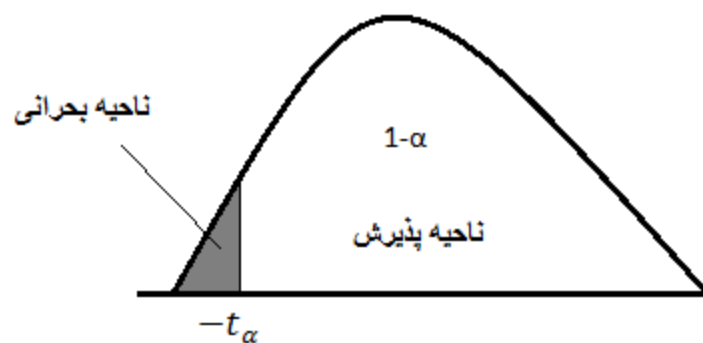
در صورتیکه $H_1: \mu_y - \mu_x \neq D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$|t_0| \geq t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)}$$



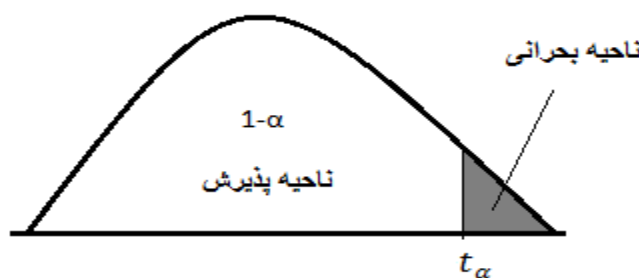
در صورتیکه $H_1: \mu_y - \mu_x < D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \leq -t_{\alpha, (n-1)}$$



در صورتیکه $H_1: \mu_y - \mu_x > D_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$t_0 \geq t_{\alpha, (n-1)}$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: \mu_y - \mu_x \neq D_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای تفاضل میانگین زوج ها عبارت است از:

$$\bar{D} - t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}} < \mu_y - \mu_x < \bar{D} + t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

و در صورتیکه $H_1: \mu_y - \mu_x < D_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای تفاضل میانگین زوج ها عبارت است از:

$$-\infty < \mu_y - \mu_x < \bar{D} + t_{\alpha, (n-1)} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

و اگر $H_1: \mu_y - \mu_x > D_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای تفاضل میانگین زوج ها عبارت است از:

$$\bar{D} - t_{\alpha, (n-1)} \cdot \frac{s_D}{\sqrt{n}} < \mu_y - \mu_x < \infty$$

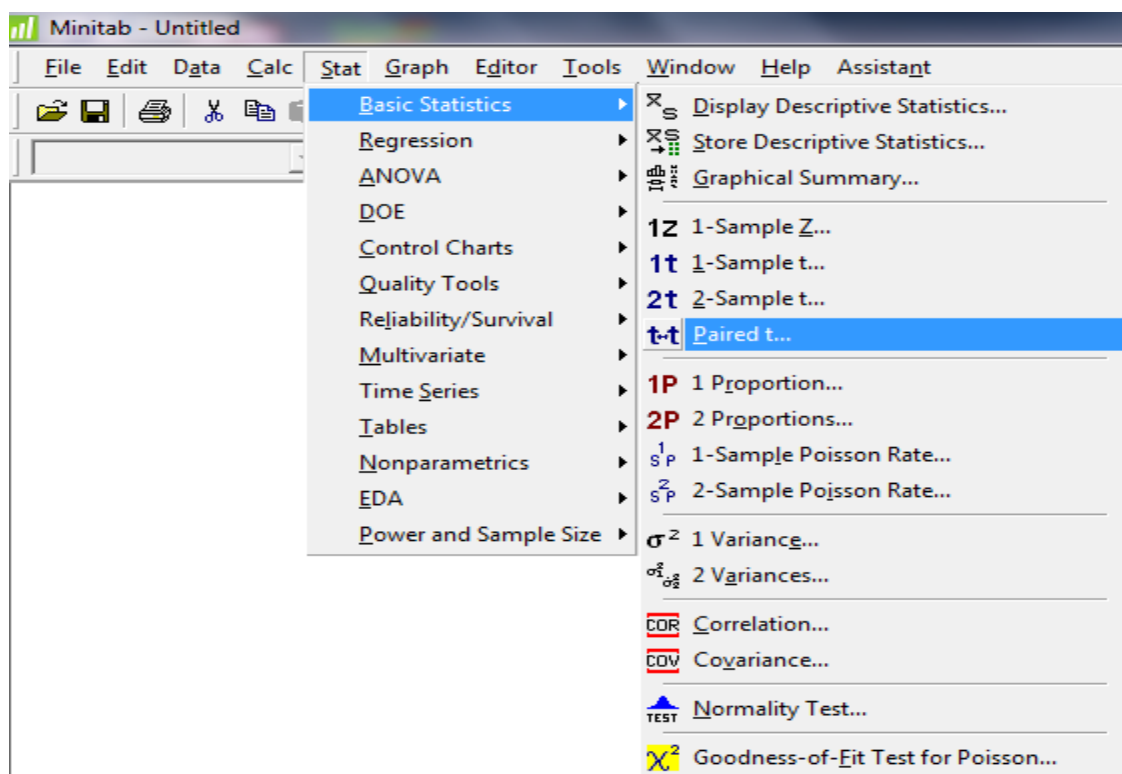
در هر یک از آزمون های فوق اگر D_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

طریقه انجام آزمون فرض برابری میانگین ها وقتی مشاهدات به صورت زوجی باشد با Minitab

مثال: جیره ی غذایی پنج نفر را تغییر مختصری می دهیم و وزن هر یک از آن ها را بیش از این تغییر و سه ماه پس از آن اندازه گیری می کنیم. به ازای سطح معنادار بودن 99% آزمون این فرض را که وزن افزایش نیافته است انجام دهید.

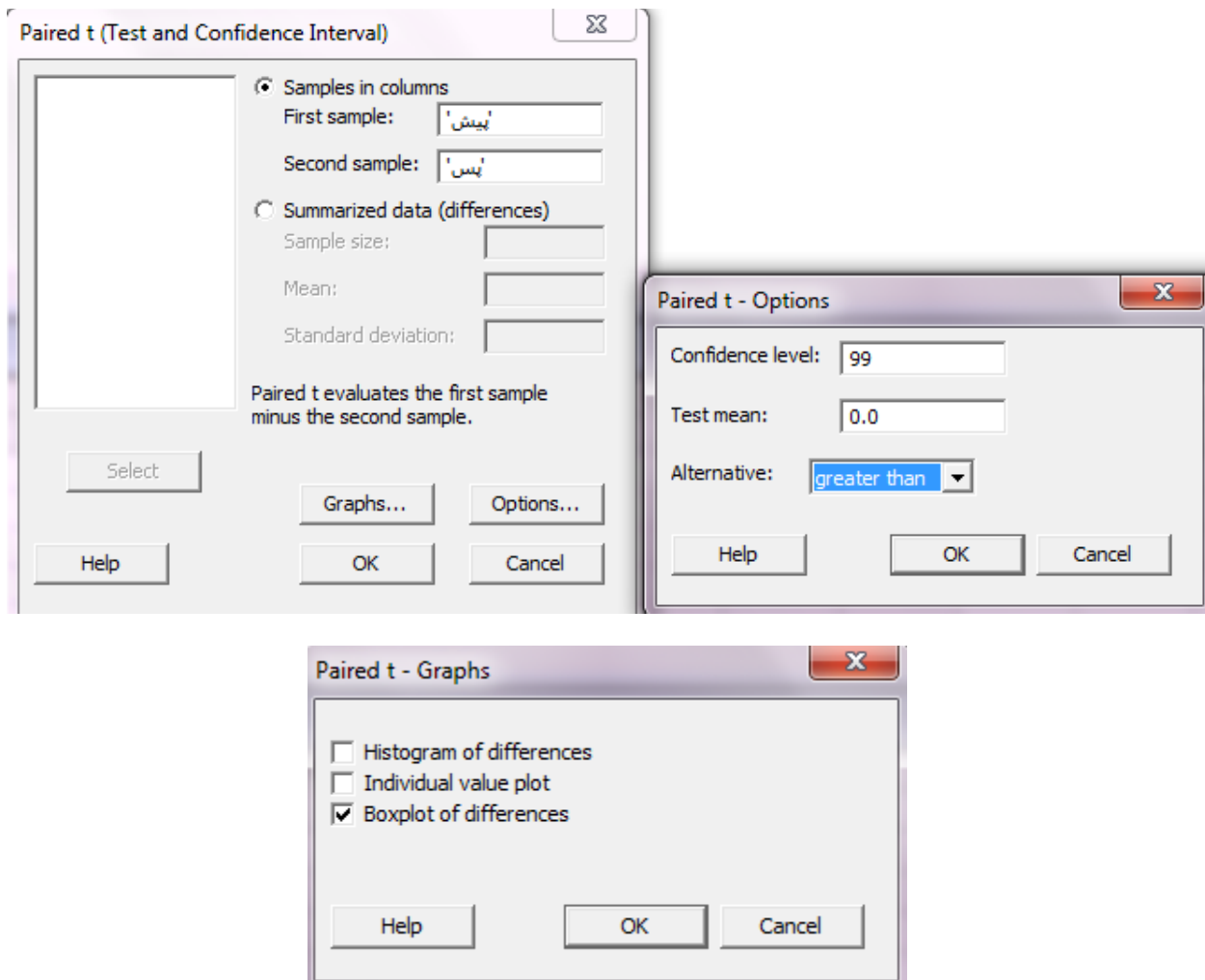
قدم اول: کاربرگ VAZN.MTW را از منوی File باز کنید

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: گزینه ی Sample in columns را انتخاب کرده و در کادر مقابل First sample ستون "پیش" و در کادر مقابل Second sample ستون "پس" را وارد کنید هم چنین اگر خلاصه اطلاعات

مسئله مانند \bar{D} و S_D و اندازه نمونه را دارید، گزینه ی Summarized data را انتخاب کنید. حال به Options رفته و در کادر مقابل Confidence level مقدار 99 را وارد کنید و چون می خواهید فرض $H_0: \mu_{\text{پس}} - \mu_{\text{پیش}} = 0$ را در برابر $H_1: \mu_{\text{پس}} - \mu_{\text{پیش}} > 0$ آزمون کنید پس در کادر مقابل Test mean عدد صفر و Alternative را در حالت greater than را انتخاب کنید. همچنین در قسمت Graphs گزینه ی Box Plot را فعال کنید و OK را بزنید.



Results for: VAZN.MTW

Paired T-Test and CI: پیش, پس

Paired T for پیش - پس

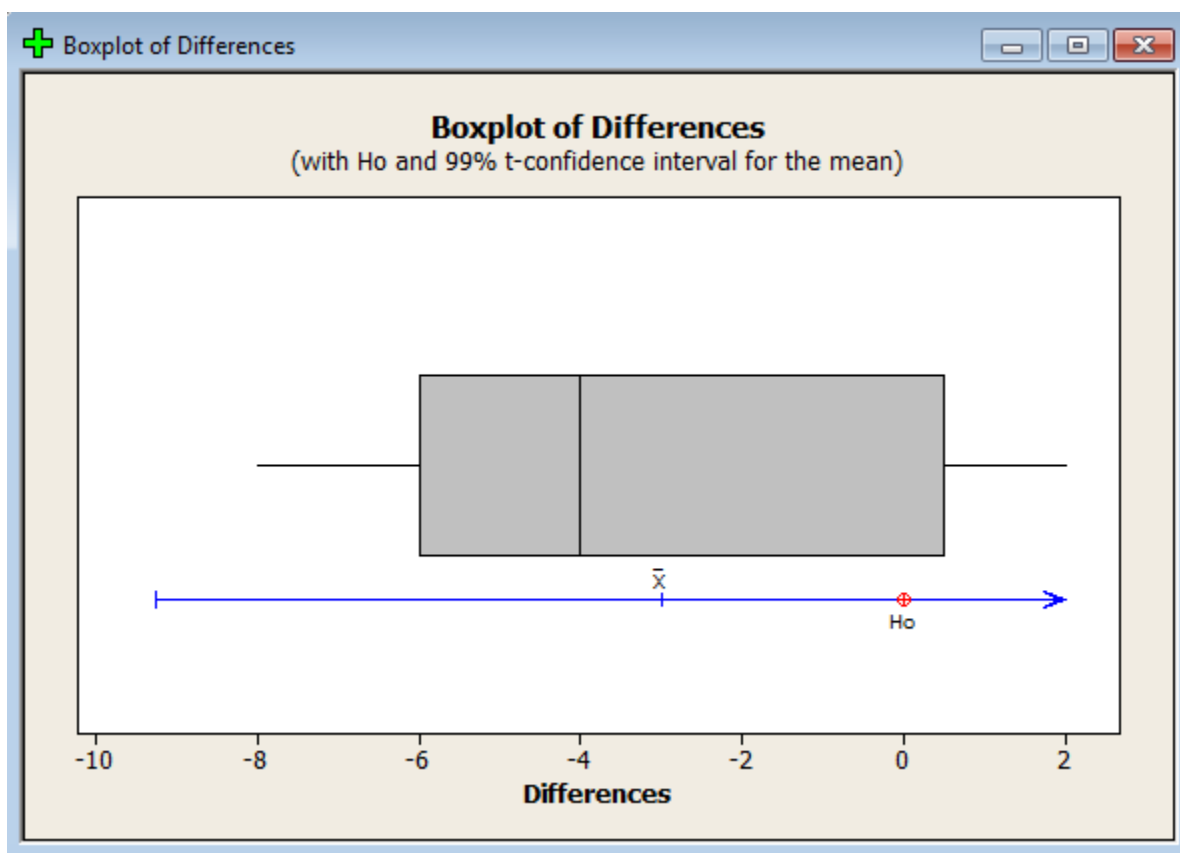
	N	Mean	StDev	SE Mean
پیش	5	166.6	21.1	9.4
پس	5	169.6	24.2	10.8
Difference	5	-3.00	3.74	1.67

99% lower bound for mean difference: -9.27

T-Test of mean difference = 0 (vs > 0): T-Value = -1.79

P-Value = 0.926

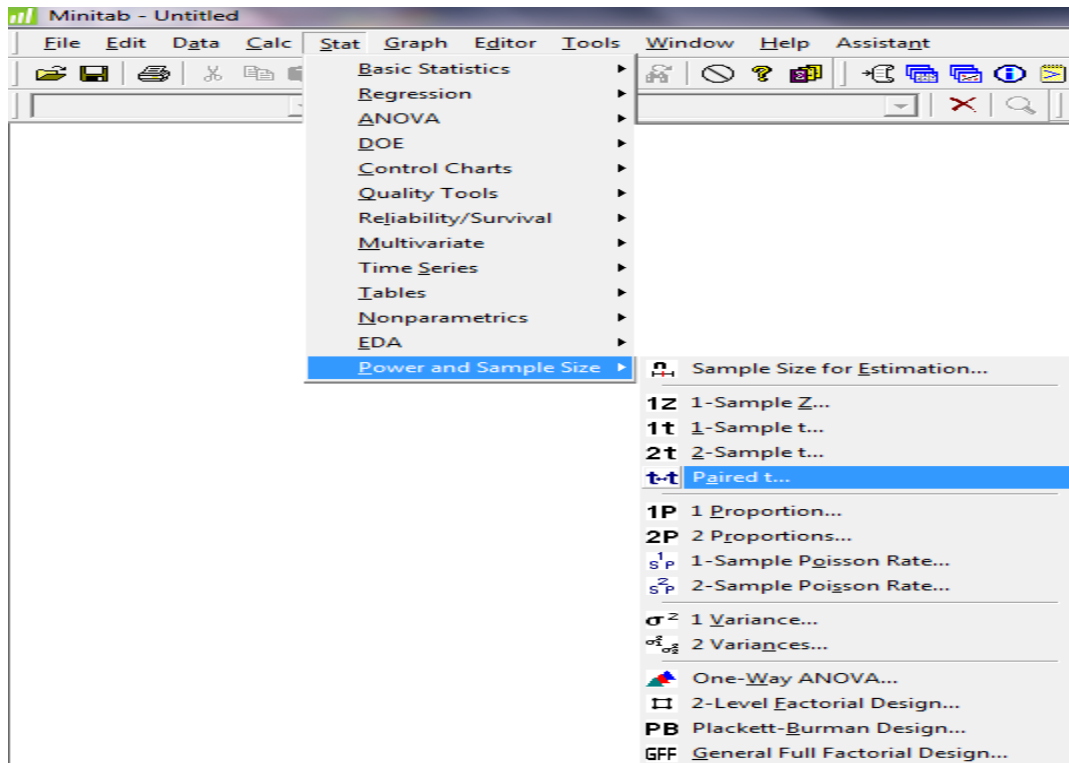
Boxplot of Differences



تحلیل: مقدار P-Value برابر 0.9 شده پس فرض صفر مبنی بر اینکه وزن افراد در قبل و بعد از رژیم غذایی تغییری نداشته است صحیح می باشد. همچنین برآورد فاصله ای رو به پایین برای تفاضل میانگین وزن افراد قبل و بعد از آزمایش از -9.27 الی ∞ می باشد و چون صفر که مقدار هدف برای تفاضل

میانگین ها بود در این بازه قرار گرفته پس فرض صفر پذیرفته می شود. همانطور که در نمودار مشاهده می کنید H_0 بر روی خط برآورد فاصله ای قرار گرفته پس فرض صفر، صحیح می باشد.

حال می خواهیم اندازه نمونه لازم را وقتی که میانگین واقعی 3 پوند تغییر کرد به دست آوریم به طوریکه احتمال کشف چنین تغییری برابر 0.9 باشد. برای این کار ابتدا مسیر زیر را دنبال کنید



قسمت Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Differences مقدار 3 را وارد کنید و در کادر مقابل Power values عدد 0.9 را وارد کنید و در کادر مقابل Standard deviation of paired differences مقدار S_D را وارد کنید که در مثال فوق برابر با 3.74 به دست آمد. حال به Options رفته و در قسمت Alternative Hypothesis گزینه ی Greater than را انتخاب کرده و در قسمت Significance level مقدار α که برابر 0.01 می باشد را وارد کنید و OK را بزنید.

Power and Sample Size for Paired t

Specify values for any two of the following:

Sample sizes:

Differences:

Power values:

Standard deviation of paired differences:

Options... Graph...

Help OK Cancel

Power and Sample Size for Paired t - Options

Alternative Hypothesis

☐ Less than

☐ Not equal

☒ Greater than

Significance level:

Help OK Cancel

Power and Sample Size

Paired t Test

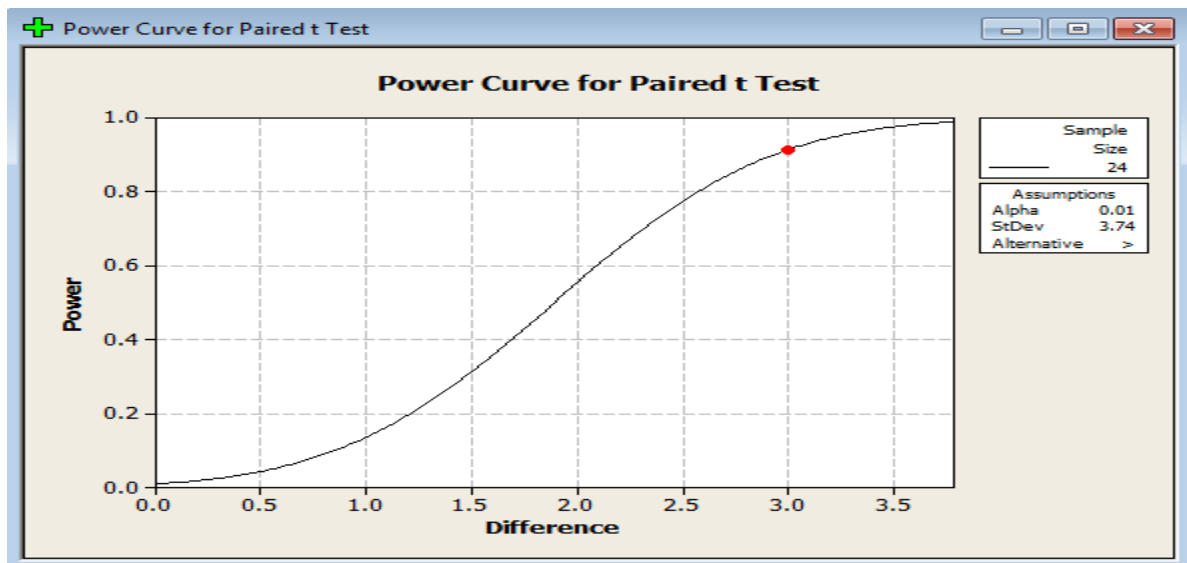
Testing mean paired difference = 0 (versus > 0)

Calculating power for mean paired difference = difference

Alpha = 0.01 Assumed standard deviation of paired differences = 3.74

Difference	Sample Size	Target Power	Actual Power
3	24	0.9	0.914176

Power Curve for Paired t Test



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر ذکر شده با احتمال 0.9 برابر 24 تا می باشد.

تحلیل واریانس یک طرفه برای برابری میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته در چندین جامعه نرمال

آزمون مربوط به برابری میانگین ها را در دو جامعه نرمال براساس آزمون t انجام دادیم. حال فرض کنید بخواهیم این بار آزمون برابری میانگین ها را در بیش از دو جامعه بررسی کنیم که در این حالت یا می توانیم به صورت دو به دو میانگین جوامع را مطابق آزمون t انجام دهیم که در این صورت خطای نوع اول بسیار بالا می رود و سطح اطمینان کاهش پیدا می کند. برای مثال فرض کنید می خواهیم میانگین 5 جامعه را مورد آزمون قرار دهیم در این صورت $\alpha_T = 1 - (1 - 0.05)^5 = 0.22$ حالت مختلف را باید بررسی کنیم. اگر هر مقایسه را با α برابر 5% انجام دهیم آن گاه α_{Total} برابر با حاصل رابطه زیر خواهد بود.

$$\alpha_T = 1 - \prod_{i=1}^{10} (1 - \alpha_i) = 1 - (1 - 0.05)^{10} = 0.4$$

پس روش فوق روش مناسبی برای بررسی تساوی میانگین ها وقتی بیش از دو جامعه داریم نخواهد بود. بهترین راه حل استفاده از تحلیل واریانس می باشد. فرض کنید می خواهیم تساوی میانگین k جامعه را مورد آزمون قرار دهیم در این صورت فرض صفر و یک در تحلیل واریانس به صورت زیر می باشد:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$$

$$H_1: \text{حداقل یک از تساوی های فوق برقرار نباشد}$$

در تحلیل واریانس یکطرفه فقط اثر یک عامل را بر میانگین جوامع مختلف بررسی می کنیم. تعداد این جوامع را تیمار یا سطح نیز می گویند. در صورتیکه تعداد تیمارها مشخص و ثابت باشد آن گاه مدل را مدل اثر ثابت می گویند و در صورتیکه k تیمار به طور تصادفی از جامعه ی بزرگ تر تیمارها انتخاب شده باشد را مدل اثر تصادفی گویند. برای مثال می خواهیم فقط اثر عامل اندازه خانه ها را بر قیمت فروش در شهری که چهار منطقه دارد بررسی کنیم آن گاه از هر منطقه نمونه هایی تهیه می کنیم و میانگین قیمت فروش را در هر منطقه مورد آزمون قرار می دهیم که به این مدل، مدل اثر ثابت یکطرفه می گویند چون فقط چهار سطح داریم که ثابت می باشد و اثر یک عامل آن اندازه خانه را بر قیمت فروش بررسی می کنیم. اما فرض کنید باز هم اثر عامل اندازه خانه ها را بر قیمت فروش در یک کشور که 30 شهر دارد بررسی کنیم آن گاه فرض کنید چهار شهر را به تصادف از 30 شهر انتخاب می کنیم و میانگین قیمت فروش را در چهار شهر مورد بررسی قرار می دهیم و نتیجه را به کل تیمارها یا شهرها تامیم می دهیم. این مدل را یک مدل اثر تصادفی یک طرفه می گویند. هم چنین اگر تعداد نمونه هایی که

از هر تیمار تهیه می کنیم برابر باشد مدل را متعادل و در صورتیکه اندازه نمونه برای هر تیمار نابرابر باشد، مدل را متعادل می گویند. دو مزیت مدل های متعادل نسبت به مدل های نامتعادل این است که در مدل های متعادل توان آزمون ماکسیمم است و آماره آزمون نسبت به انحراف های جزئی از فرض برابری واریانس ها نسبتا غیر حساس است. در تحلیل واریانس حتما باید سه شرط زیر رعایت گردد

- 1- استقلال جوامع: اینکه مشاهدات هر جامعه از جامعه دیگر مستقل باشد
- 2- نرمال بودن جوامع: توزیع مشاهدات هر جامعه نرمال باشد
- 3- برابری واریانس های جوامع: واریانس هر k جامعه برابر باشد، می توان با آزمون لون یا بارتلت فرض برابری واریانس ها را مورد آزمون قرار داد.

جدول زیر مربوط به داده های یک آزمایش تک عاملی میباشد

سطح	مشاهدات	مجموع	میانگین
1	$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}$	$S_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	$y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}$	$S_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
\vdots			
k	$y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kn}$	$S_{k.}$	$\bar{y}_{k.}$
		$S_{..}$	$\bar{y}_{..}$

در صورتیکه هر y_{ij} را به صورت زیر تعریف کرد:

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}$$

که در رابطه فوق μ_i میانگین سطح i ام و ϵ_{ij} برابر خطای تصادفی مشاهدات می باشد و اگر فرض صفر

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$$

صحیح باشد آن گاه کلیه اختلافات در هر جامعه تصادفی می باشد. پس یکی از عوامل تغییر پذیری برای هر مشاهده ϵ_{ij} می باشد که ϵ_{ij} ها توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 دارند. لذا مجموع مربعات خطاهای هر مشاهده را میتوان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$ss_e = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

می توان از طریق $n-1$ مشاهده از k جامعه درجه ی آزادی برای مجموع مربعات خطا را برابر $k(n-1)$ به دست آورد. پس نسبت مجموع مربعات خطا به درجه ی آزادی متناظرش را میانگین مربعات خطا گویند که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$MS_e = \frac{SS_e}{k(n-1)}$$

می توان نشان داد که امید ریاضی MS_e برابر σ^2 می باشد. پس تا حال متوجه شدیم که یکی از منابع تغییرات خطای مشاهدات میباشد که امید ریاضی میانگین مربع خطاها برابر σ^2 می باشد.

هم چنین در رابطه می توان هر μ_i را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mu_i = \mu + \tau_i$$

که در رابطه فوق μ اثر ثابت عامل مورد بررسی بر روی کلیه سطوح یا جوامع می باشد و τ_i اثر مربوط به هر سطح می باشد پس فرض

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$$

می توان به صورت

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_K = 0$$

نشان داد. پس اگر $\sum_{i=1}^k \tau_i = 0$ باشد فرض برابری میانگین های هر سطح یا جامعه صحیح می باشد. لذا یکی دیگر از منابع تغییر پذیری اختلاف بین اثرهای هر سطح بر روی مشاهدات می باشد. پس مجموع مربعات اختلاف های هر سطح را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$SS_f = n \sum_{i=1}^k (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

SS_f دارای $k-1$ درجه آزادی می باشد پس نسبت مجموع مربعات اختلاف بین سطوح به درجه ی آزادی متناظرش را میانگین مربعات اختلاف بین سطوح گویند که به صورت زیر محاسبه می شود

$$MS_f = \frac{SS_f}{k-1}$$

می توان نشان داد که امید ریاضی برای میانگین مربعات اختلاف ها به صورت زیر می باشد:

$$E(MS_f) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^k \tau_i^2}{k-1}$$

در صورتیکه $\sum_{i=1}^k \tau_i = 0$ باشد امید ریاضی میانگین مربعات اختلاف ها نیز برابر σ^2 خواهد بود. با توضیحاتی که داده شد می توان نتیجه گرفت که منابع تغییر پذیری برای هر مشاهده، مجموع مربعات خطای هر مشاهده و مجموع اختلاف بین سطوح یا تیمارها می باشد. پس

$$SS_T = SS_f + SS_e$$

از آن جاییکه $\frac{SS_e}{\sigma^2}$ از $\frac{SS_f}{\sigma^2}$ مستقل می باشد پس بهترین آماره آزمون برای تحلیل واریانس، آماره توزیع فیشر می باشد که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$F_0 = \frac{\frac{SS_f}{k-1}}{\frac{SS_e}{k(n-1)}} = \frac{MS_f}{MS_e}$$

در صورتیکه $\sum_{i=1}^k \tau_i \neq 0$ باشد مقدار امید ریاضی صورت کسر آماره آزمون بزرگ تر از امید ریاضی مخرج کسر آماره آزمون می شود و فرض صفر رد می شود پس اگر

$$F_0 \geq F_{(\alpha, K-1, K(n-1))}$$

فرض صفر رد می شود. توجه داشته باشید در تحلیل واریانس چون نسبت واریانس های اختلاف بین تیمارها و واریانس خطای مشاهدات را بررسی می کنیم نام آن را تحلیل واریانس گذاشتند. جدول زیر جدول مربوط به تحلیل واریانس یکطرفه برای یک مدل متعادل می باشد:

آماره آزمون	میانگین مربعات	درجه آزادی	مجموع مربعات	منبع تغییرات
$F_0 = \frac{MS_f}{MS_e}$	MS_f	k-1	SS_f	تیمارها
	MS_e	K(n-1)	SS_e	خطای مشاهدات
		Kn-1	SS_T	مجموع

در صورتیکه مدل نامتعادل باشد روبرو زیر همواره برقرار است:

$$SS_f = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

$$SS_e = SS_T - SS_f$$

جدول زیر جدول مربوط به تحلیل واریانس یکطرفه برای یک مدل نامتعادل می باشد:

آماره آزمون	میانگین مربعات	درجه آزادی	مجموع مربعات	منبع تغییرات
$F_0 = \frac{MS_f}{MS_e}$	MS_f	k-1	SS_f	تیمارها
	MS_e	N-K	SS_e	خطای مشاهدات
		N-1	SS_T	مجموع

$$N = \sum_{i=1}^k n_i$$

فرض صفر در مدل های نامتعادل رد می شود اگر

$$F_0 \geq F_{(\alpha, K-1, N-k)}$$

حال این سوال پیش می آید که اگر فرض صفر رد شود، میانگین کدام یک از تیمارها یا جوامع متفاوت است؟ یکی از آزمون فرض هایی که بسیار مرسوم می باشد آزمون توکی می باشد.

آزمون توکی (Tukey' s test) برای مقایسه جفتی میانگین ها

این آزمون که معمولاً به HSD معروف است مقیاسی را معرفی نموده که می توان با آن میانگین های هر جامعه را به صورت زوجی بررسی کنیم. فرض صفر و یک در این آزمون به صورت زیر می باشد:

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j$$

فرضیات آزمون توکی به قرار زیر است:

- 1- جامعه i و جامعه j از هم مستقل باشند.
- 2- واریانس هر دو جامعه با هم برابر باشد.

آزمون توکی بسیار مشابه آزمون t می باشد. در آزمون توکی اختلاف بین میانگین جوامع وقتی معنادار می باشد که مقدار صفر در برآورد فاصله ای زیر قرار نگیرد:

$$\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.} \pm \frac{q_{\alpha(k.N-K)}}{\sqrt{2}} \sqrt{MS_e} \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}$$

که در رابطه فوق q توزیع دامنه استیودنت شده در سطح اطمینان $1-\alpha$ با درجه آزادی k و N-k می باشد.

در صورتیکه X_1, X_2, \dots, X_k هر کدام توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 داشته باشند و S^2 واریانس نمونه باشد آن گاه

$$\frac{x_{max} - x_{min}}{s} \sim q_{k,v}$$

که در رابطه فوق U برابر درجه آزادی برای به دست آوردن s^2 می باشد.

طریقه انجام تحلیل واریانس یکطرفه با Minitab

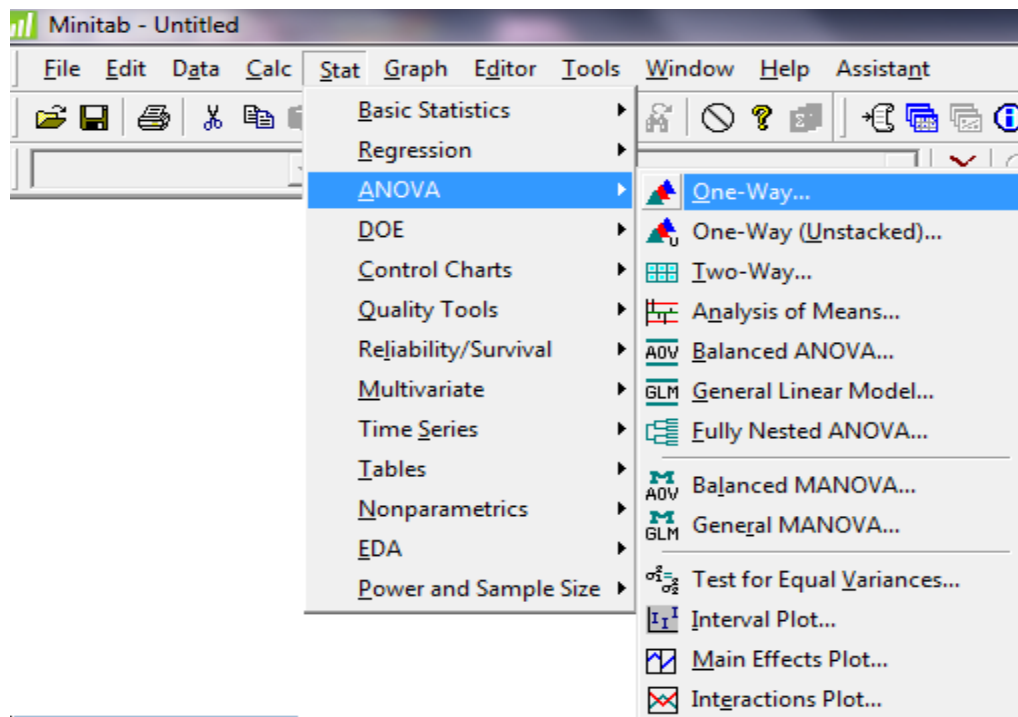
مثال: فرض کنید آزمونی برای بررسی دوام چهار نوع فرش طراحی کرده اید. نمونه ای هر فرش را در چهار خانه قرار داده و دوام آن ها را بعد از 60 روز اندازه گرفتید. در سطح اطمینان 95% آیا می وان گفت که نوع فرش بر دوام فرش تاثیر داشته است؟ (فرض کنید واریانس دوام هر فرش با هم برابر است)

قدم اول: کاربرگ EXH-AOV.MTW را از منوی File باز کنید

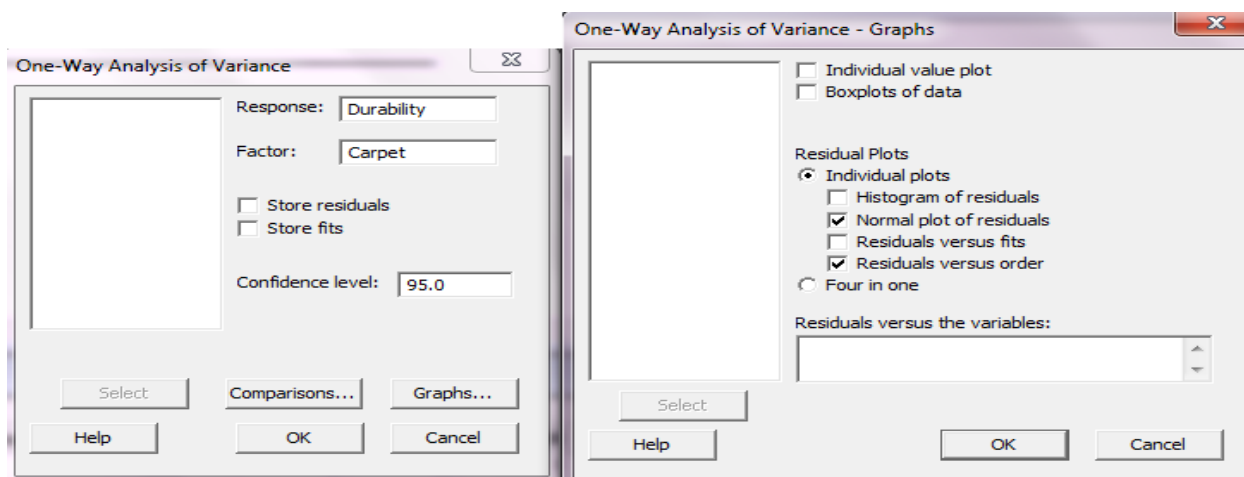
در صورتیکه کلیه مشاهدات مربوط به هر تیمار در یک ستون می باشد و نوع تیمار در ستون دیگر همواره از دستور One way و اگر مشاهدات مربوط به هر تیمار در ستون های مجزا می باشد پس از دستور One way (Unstacked) استفاده کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:





قدم سوم: در کادر مقابل Response ستونی را که مشاهدات کلیه تیمارها را ثبت کردید، وارد کنید و در قسمت Factor ستونی را انواع تیمارها را مشخص می کند وارد کنید. در قسمت Confidence level مقدار سطح اطمینان را که در این مثال برابر 0.95 می باشد وارد کنید. حال به Graphs رفته و گزینه ی و گزینه ی Normal plot of residuals و Residuals versus order را فعال کنید تا Minitab با رسم طرح احتمال نرمال و نمودار استقلال برای مقادیر باقیمانده از نرمال بودن و استقلال آن ها مطمئن شویم. هم چنین اگر فرض برابری میانگین ها رد شد می توانید به Comparisons رفته و با انتخاب آزمون توکی اختلاف ها را پیدا کنید. حال OK را بزنید.

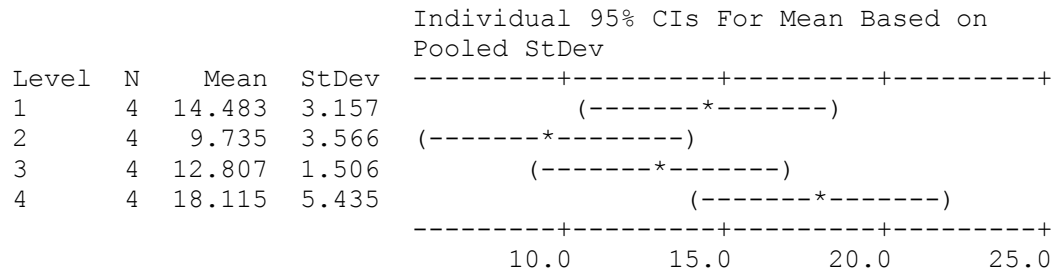


Results for: Exh_aov.MTW

One-way ANOVA: Durability versus Carpet

Source	DF	SS	MS	F	P
Carpet	3	146.4	48.8	3.58	0.047
Error	12	163.5	13.6		
Total	15	309.9			

S = 3.691 R-Sq = 47.24% R-Sq(adj) = 34.05%



Pooled StDev = 3.691

Grouping Information Using Tukey Method

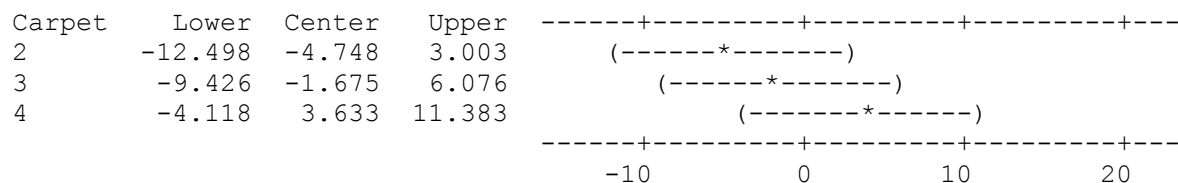
Carpet	N	Mean	Grouping
4	4	18.115	A
1	4	14.483	A B
3	4	12.807	A B
2	4	9.735	B

Means that do not share a letter are significantly different.

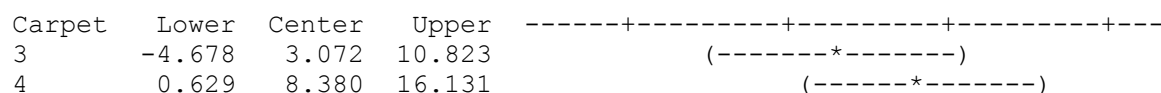
Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals All Pairwise Comparisons among Levels of Carpet

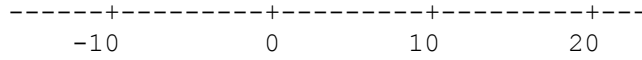
Individual confidence level = 98.83%

Carpet = 1 subtracted from:

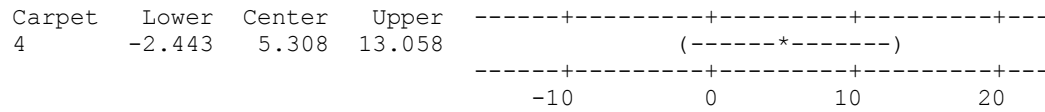


Carpet = 2 subtracted from:



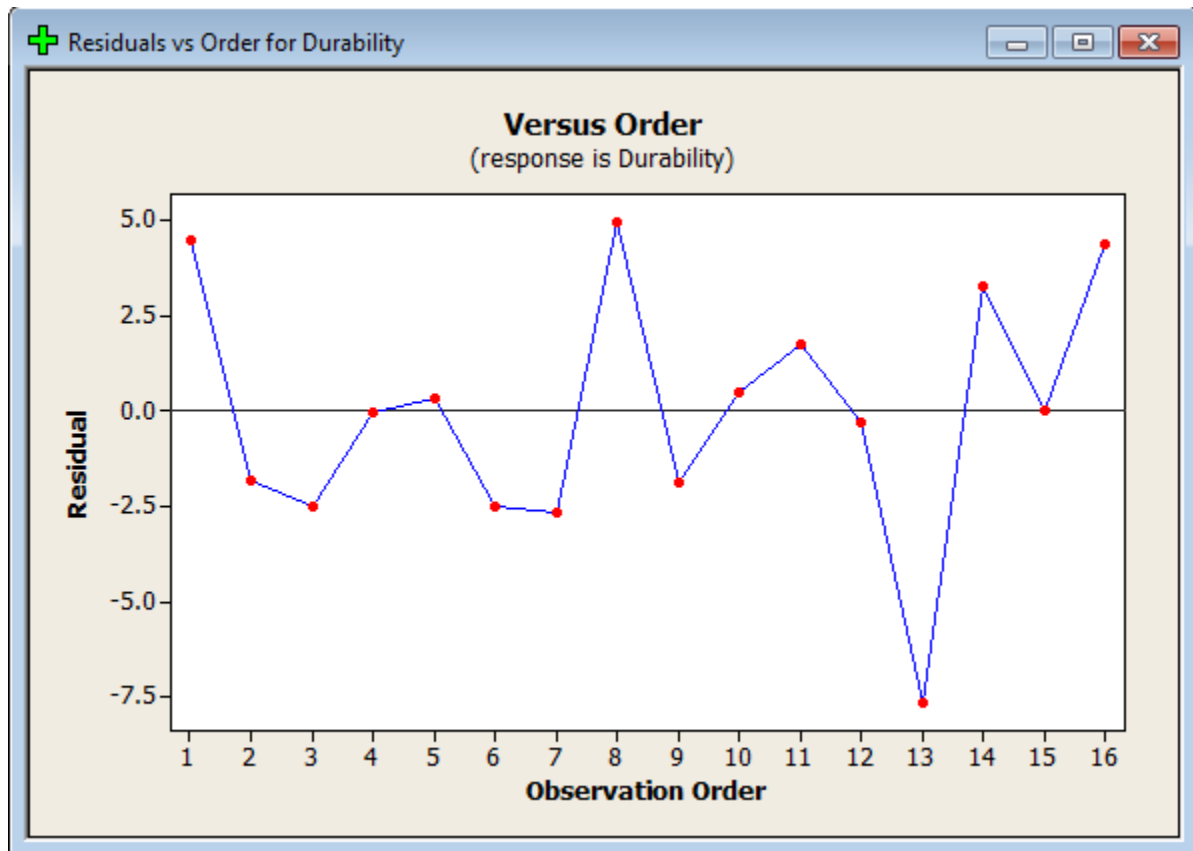


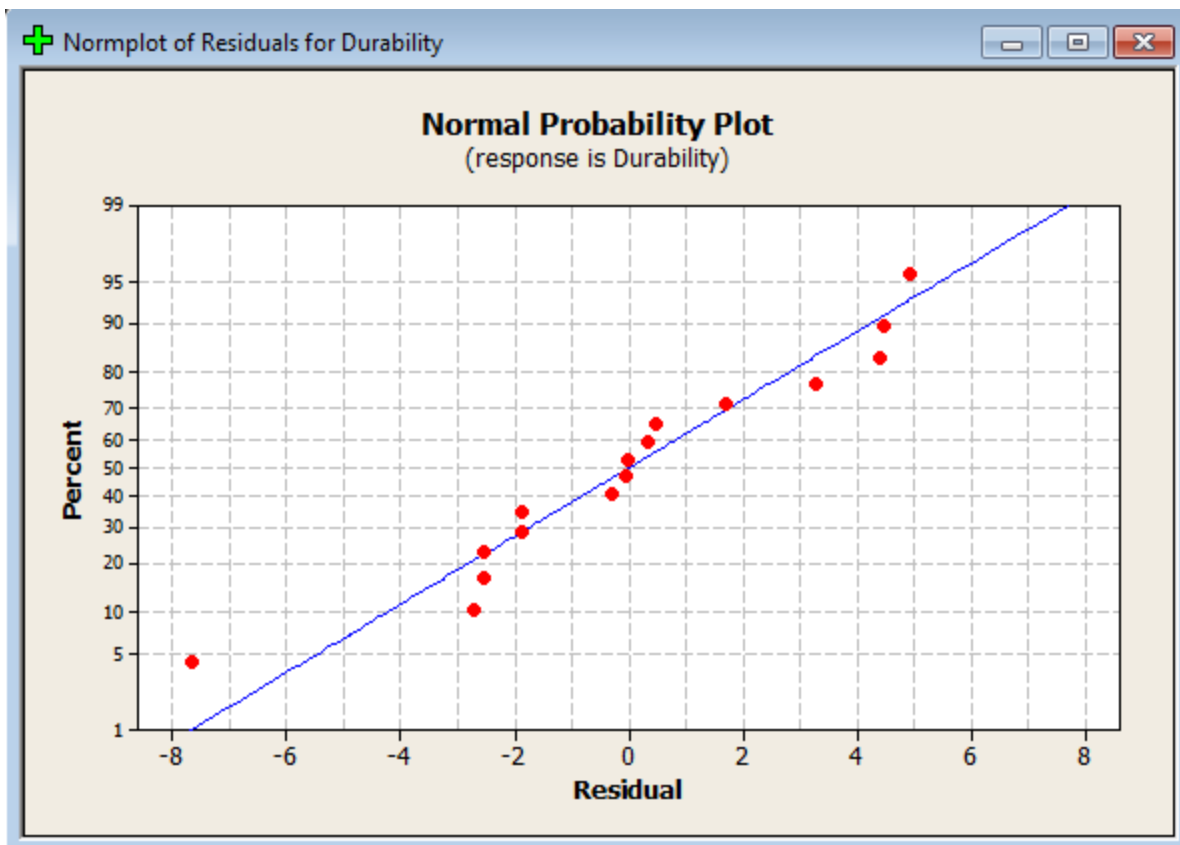
Carpet = 3 subtracted from:



Normplot of Residuals for Durability

Residuals vs Order for Durability

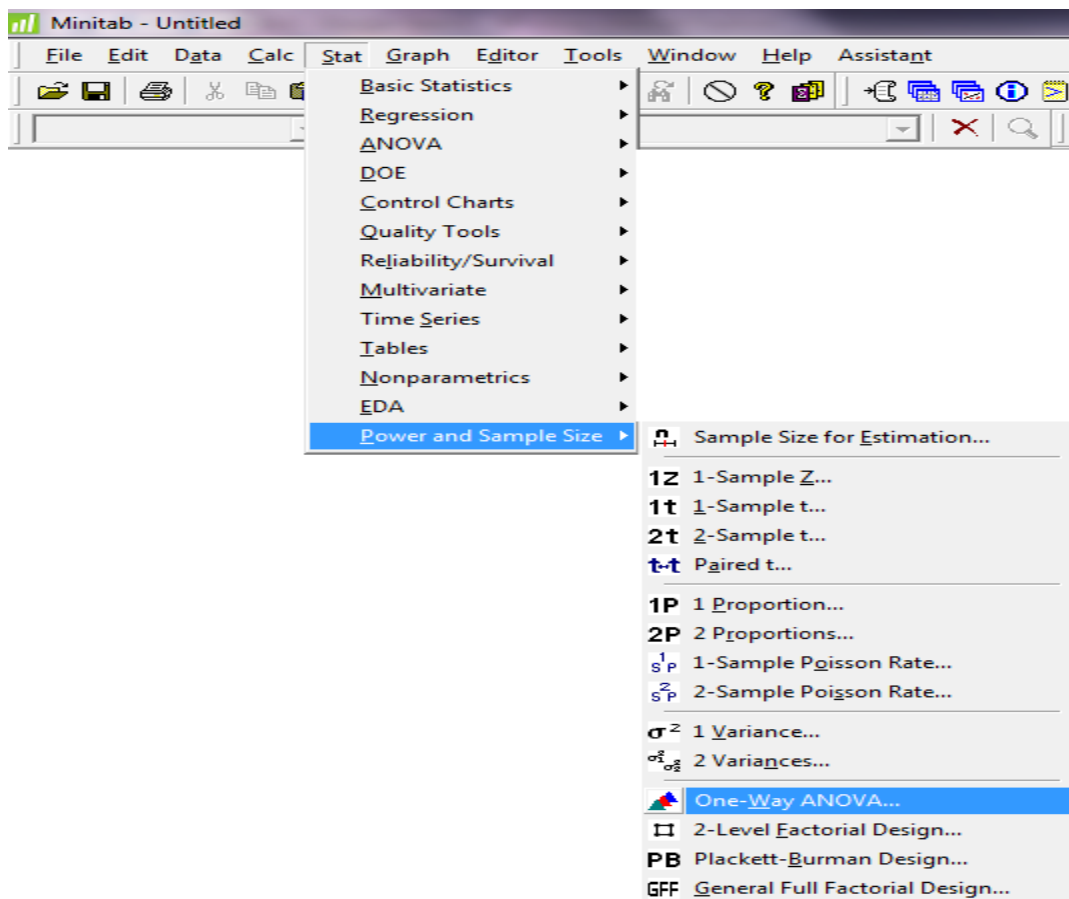




تحلیل: مقدار P-Value برابر 0.04 شده پس فرض برابری میانگین ها نقض شده حال با استفاده از آزمون توکی باید بررسی کنیم که کدام یک از میانگین ها با هم اختلاف معناداری دارند، همانطور که مشاهده می کنید چون مقدار صفر در برآورد فاصله ای مقایسه میانگین فرش دوم با فرش چهارم قرار نگرفته پس می توان نتیجه گرفت که میانگین دوام فرش چهارم از فرش دوم بیشتر می باشد. هم چنین طرح احتمال نرمال به خوبی مقادیر باقی مانده ها ($e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.}$) را پوشش داده پس می توان گفت که باقیمانده ها توزیع نرمال دارند هم چنین نمودار استقلال برای باقیمانده ها هیچ روند غیر تصادفی را نشان نمی دهد پس می توان گفت که مشاهدات از هم مستقلند.

حال فرض کنید در مثال فوق بخواهید اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر در حد 2 واحد اندازه گیری را در دوام فرش ها با احتمال 0.9 کشف کنید، به دست بیاورید برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:





در قسمت Number of levels تعداد تیمارها را وارد کنید، کادر مقابل Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Values of the maximum difference between means مقدار تفاوت قابل کشف بین میانگین ها را وارد کنید در این مثال عدد 2 را وارد کنید و در قسمت Power values احتمال کشف تغییر که می خواهیم برابر با 0.9 باشد را وارد کنید و در کادر مقابل Standard deviation مقدار انحراف معیار مشترک برای همه ی تیمارها را وارد کنید که بر اساس حل مثال قبل برابر با 3.691 می باشد و در قسمت Options نیز می توانید مقدار α را تعیین کنید. حال OK را بزنید.



The image shows two overlapping Minitab dialog boxes. The main dialog, 'Power and Sample Size for One-Way ANOVA', has the following settings: 'Number of levels' is 4; 'Specify values for any two of the following' section has 'Sample sizes' empty, 'Values of the maximum difference between means' set to 2, and 'Power values' set to 0.9; 'Standard deviation' is 3.691. The 'Options...' button is highlighted. The 'Options' sub-dialog, 'Power and Sample Size for One-Way ANOVA - Options', shows 'Significance level' set to 0.05.

Power and Sample Size

One-way ANOVA

Alpha = 0.05 Assumed standard deviation = 3.691

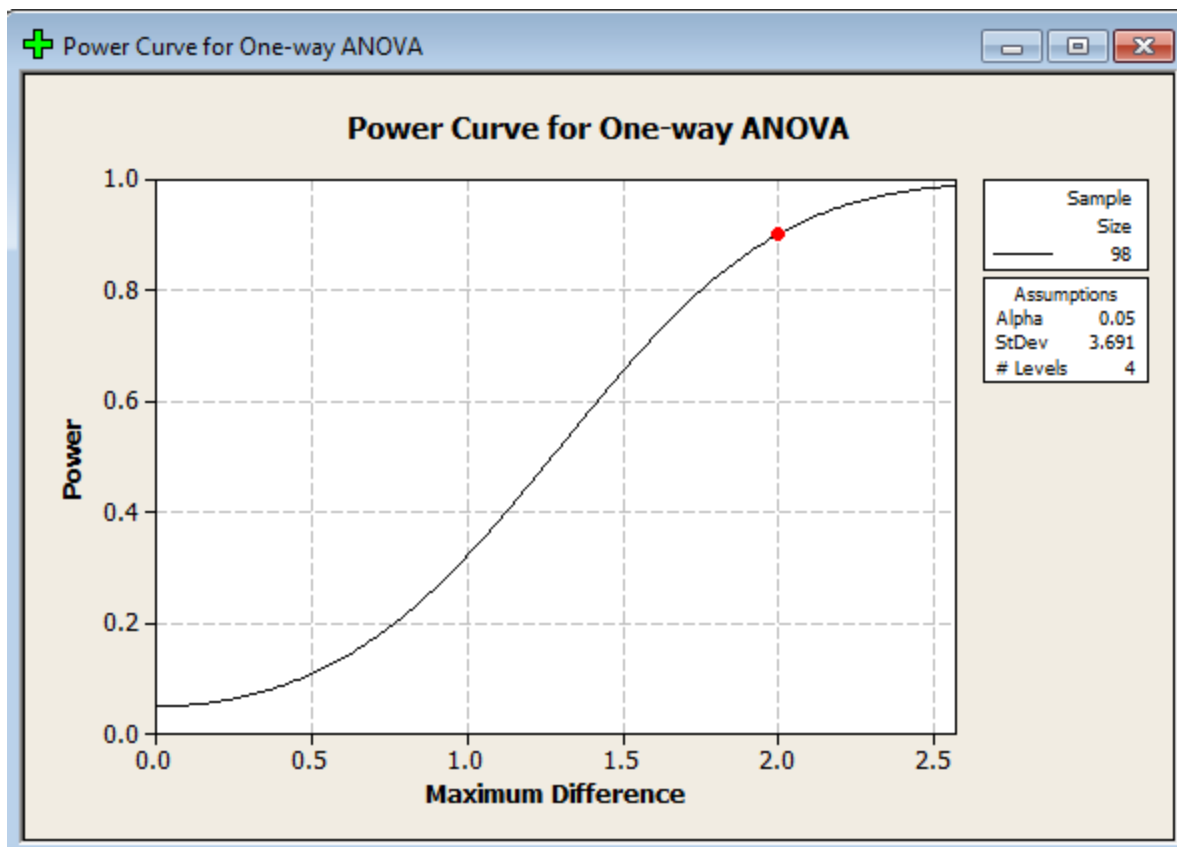
Factors: 1 Number of levels: 4

Maximum Difference	Sample Size	Target Power	Actual Power
2	98	0.9	0.901573

The sample size is for each level.

Power Curve for One-way ANOVA





تحلیل: اندازه نمونه لازم برای کشف چنین تغییری با احتمال 0.9 برابر 98 می باشد.

آزمون های ناپارامتری برای مشخصه های کیفی پیوسته غیر نرمال

آزمون ویلکاکسون برای میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته غیر نرمال

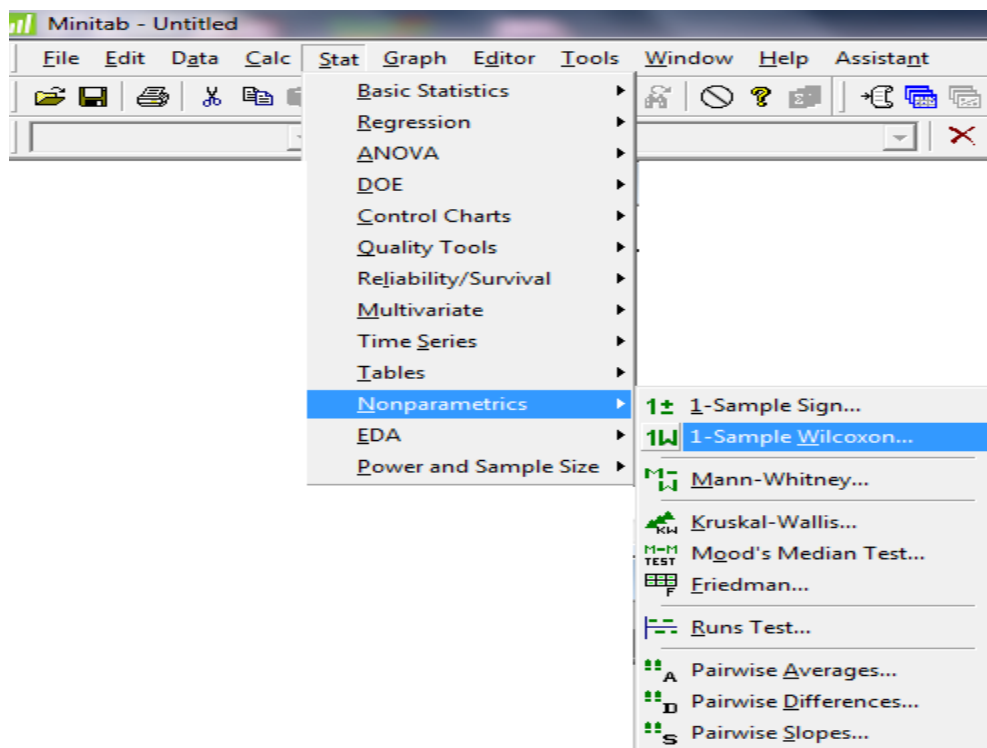
با استفاده از این آزمون فرض شما می توانید فرض اینکه آیا میانه ی یک مشخصه کیفی پیوسته که الزاما نرمال هم نباشد را مورد آزمون قرار داد.

طریقه انجام آزمون ویلکاکسون (Wilcoxon) برای میانگین یک مشخصه کیفی پیوسته غیر نرمال با Minitab

مثال: فرض کنید در یک کارخانه تولید لامپ شما تمایل دارید ببینید آیا عمر لامپ ها برابر 1000 ساعت می باشد یا خیر؟ همچنین می دانید توزیع متغیر تصادفی عمر لامپ نمایی می باشد. حال با استفاده از آزمون فرض ویلکاکسون می خواهید فرض برابر بودن عمر لامپ ها با 1000 ساعت را در سطح اطمینان 0.95 بررسی کنید.

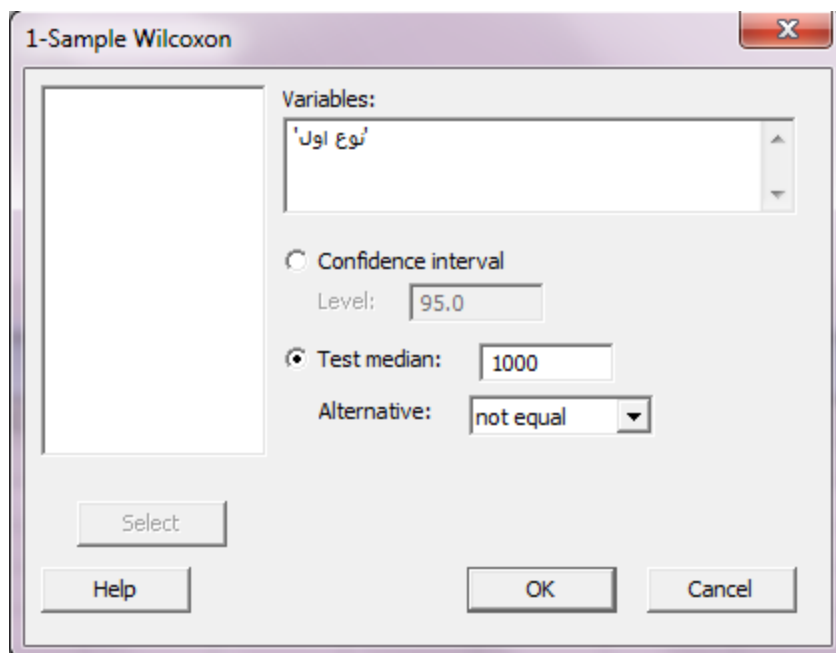
قدم اول: کاربرگ Lamp.Mtw را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در قسمت Variables ستون " نوع اول" و در صورتیکه می خواهید یک آزمون فرضیه را انجام دهید گزینه ی Test median را انتخاب کنید اما اگر می خواهید یک برآورد فاصله ای ایجاد کنید گزینه ی Confidence interval را انتخاب کنید. در این مثال چون می خواهیم یک فرض را آزمون کنیم پس Test median را انتخاب کنید و در کادر مقابل آن عدد 1000 و در قسمت Alternative نوع فرض یک را مشخص کنید که در این مثال چون فرض یک مخالف 1000 می باشد پس Not equal را انتخاب کنید و OK را بزنید.





Results for: Lamp.MTW

Wilcoxon Signed Rank Test: نوع اول

Test of median = 1000 versus median not = 1000

	N	N for Test	Wilcoxon Statistic	P	Estimated Median
نوع اول	20	20	62.0	0.113	766.3

همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-value برابر 0.1 شده پس می توان فرض برابر بودن میانه ی عمر لامپ ها با 1000 ساعت را پذیرفت.

آزمون کروسکال والیس (Kruskal-Wallis H) برای برابری میانه های دو یا چندین جامعه با هر تابع توزیع پیوسته

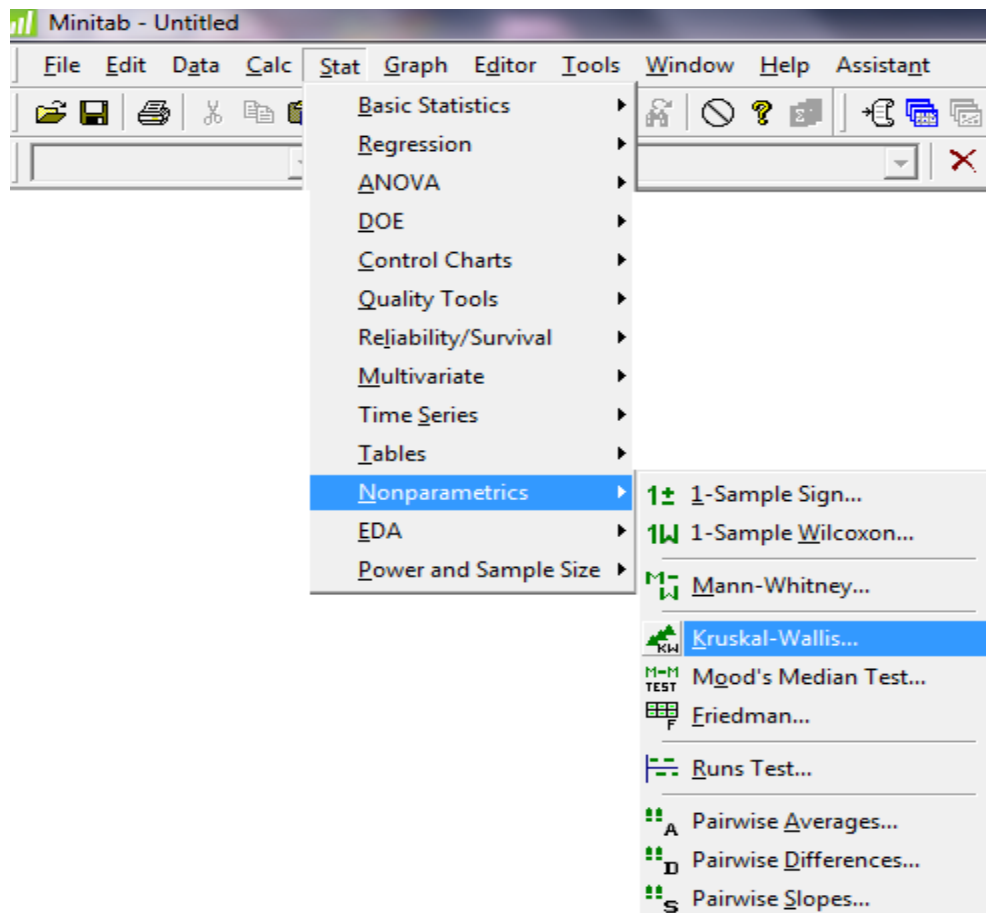
این آزمون نسخه ناپارامتری برای مقادیر مستقل تحلیل واریانس یکطرفه می باشد. زمانی از این آزمون استفاده می کنیم که بخواهیم میانه را برای دو یا بیش از دو جامعه مورد آزمون قرار دهیم. در این آزمون، فرض می شود که کلیه مشاهدات مستقل از هم هستند و شکل تابع توزیع هر یک از جوامع یکسان می باشد هرچند الزاما نرمال نباشد.

طریقه آزمون کروسکال والیس (Kruskal-Wallis H) با Minitab

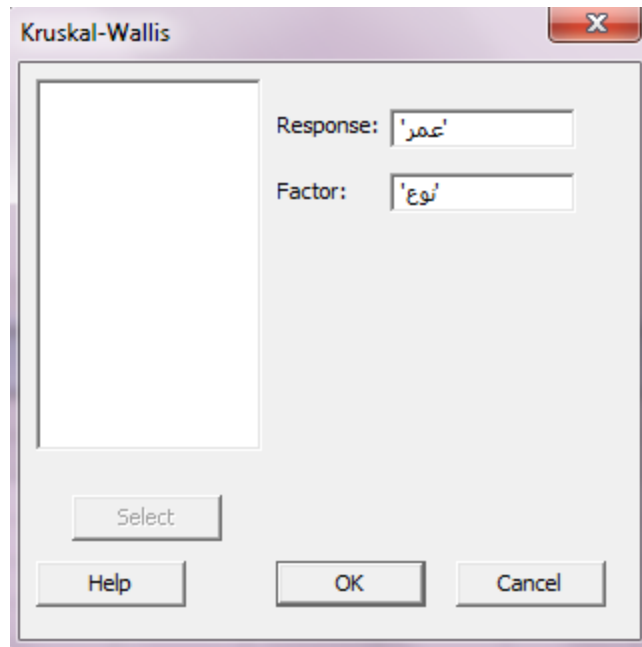
مثال: فرض کنید شما می خواهید بررسی کنید که آیا عمر لامپ های نوع اول و نوع دوم در یک کارخانه تولید لامپ با هم برابر است یا خیر؟ هم چنین می دانیم توزیع عمر لامپ، نمایی می باشد.

قدم اول: کاربرگ Lamp.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در کادر مقابل Response ستونی را که کلیه مقادیر اندازه گیری شده از هر جامعه را در آن ثبت کردید وارد کنید، در این مثال ستون "عمر" را وارد کنید و در کادر مقابل Factor ستون "نوع" را وارد کنید و OK را بزنید.



Kruskal-Wallis Test: نوع versus عمر

Kruskal-Wallis Test on عمر

نوع	N	Median	Ave Rank	Z
اول نوع	10	626.4	10.2	-0.23
دوم نوع	10	444.5	10.8	0.23
Overall	20		10.5	

H = 0.05 DF = 1 P = 0.821

تحلیل: مقدار P-Value برابر 0.8 شده پس فرض برابری عمر لایمپ ها را می پذیریم.

آزمون فرض انحراف معیار برای یک مشخصه ی کیفی نرمال

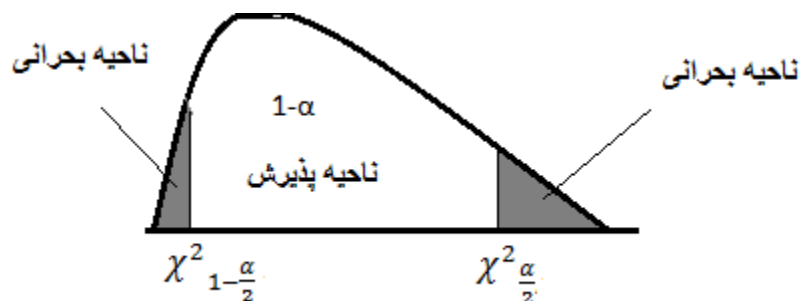
با استفاده از این آزمون فرض شما می توانید فرض اینکه انحراف معیار یک مشخصه کیفی پیوسته که توزیع نرمال دارد، را آزمون کنید. برای مثال شما می خواهید ببینید آیا انحراف معیار PH موجود در یک محلول اسیدی برابر مقدار خاصی است یا خیر؟
 چگونه می توانیم این آزمون را انجام دهیم؟
 یک نمونه ی n تایی تهیه کرده و فرض $H_0: \sigma = \sigma_0$ را در برابر فرض یک های مشخص آزمون می کنید. آماره آزمونی که در این آزمون فرض استفاده می شود به شرح زیر می باشد:

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

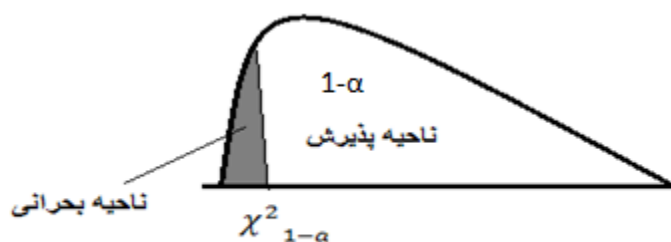
در صورتیکه $H_1: \sigma \neq \sigma_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$\chi_0^2 \geq \chi_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)}^2 \quad \text{یا} \quad \chi_0^2 \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}, (n-1)}^2$$



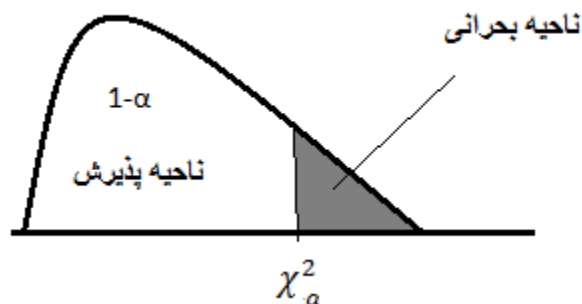
در صورتیکه $H_1: \sigma < \sigma_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$\chi_0^2 \leq \chi_{1-\alpha, (n-1)}^2$$



در صورتیکه $H_1: \sigma > \sigma_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$\chi_0^2 \geq \chi_{\alpha, (n-1)}^2$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: \sigma \neq \sigma_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}}} < \sigma < \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)}}}$$

و در صورتیکه $H_1: \sigma < \sigma_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \sigma < \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha,(n-1)}}}$$

و اگر $H_1: \sigma > \sigma_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha,(n-1)}}} < \sigma < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر σ_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

در صورتیکه شما به جای انحراف معیار، واریانس یک مشخصه کیفی نرمال را مورد آزمون قرار دادید که در این صورت چون واریانس مربع انحراف معیار می باشد پس کلیه روابط مورد استفاده در برآورد فاصله ای به توان دو می رسد.

آزمون فرض بانت (Bonnet) برای انحراف معیار مشخصه های کیفی نرمال و غیر نرمال

با استفاده از این آزمون فرض شما می توانید انحراف معیار یک مشخصه کیفی چه وقتی که توزیع نرمال دارد چه وقتی که توزیع نرمال ندارد را مورد آزمون قرار دهید. طریقه انجام این آزمون فرض بدین صورت است که ابتدا یک نمونه ی n تایی تهیه کرده و فرض $H_0: \sigma = \sigma_0$ را با استفاده از برآورد های فاصله ای به ازای فرض یک های مختلف میزماییم. برآوردهای فاصله ای به ازای فرض یک های مختلف برای انحراف معیار یک مشخصه کیفی پیوسته به صورت زیر می باشد:

در صورتیکه $H_1: \sigma \neq \sigma_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$\sqrt{\frac{c\alpha s^2 \exp(-c\alpha z_{1-\frac{\alpha}{2}} s_e)}{2}} < \sigma < \sqrt{\frac{c\alpha s^2 \exp(c\alpha z_{1-\frac{\alpha}{2}} s_e)}{2}}$$

و در صورتیکه $H_1: \sigma < \sigma_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \sigma < \sqrt{c_\alpha s^2 \exp(c_\alpha z_{1-\alpha} s_e)}$$

و اگر $H_1: \sigma > \sigma_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$\sqrt{c_\alpha s^2 \exp(-c_\alpha z_{1-\alpha} s_e)} < \sigma < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر σ_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

در کلیه روابط فوق :

$$c_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{n}{n - z_{1-\frac{\alpha}{2}}} \quad c_\alpha = \frac{n}{n - z_{1-\alpha}}$$

$$s_e = \sqrt{\frac{\hat{\gamma}_e + 2 + \frac{3}{n}}{n-1}} \quad \hat{\gamma}_e = \frac{n}{(n-1)^2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - m}{s} \right)^4 - 3$$

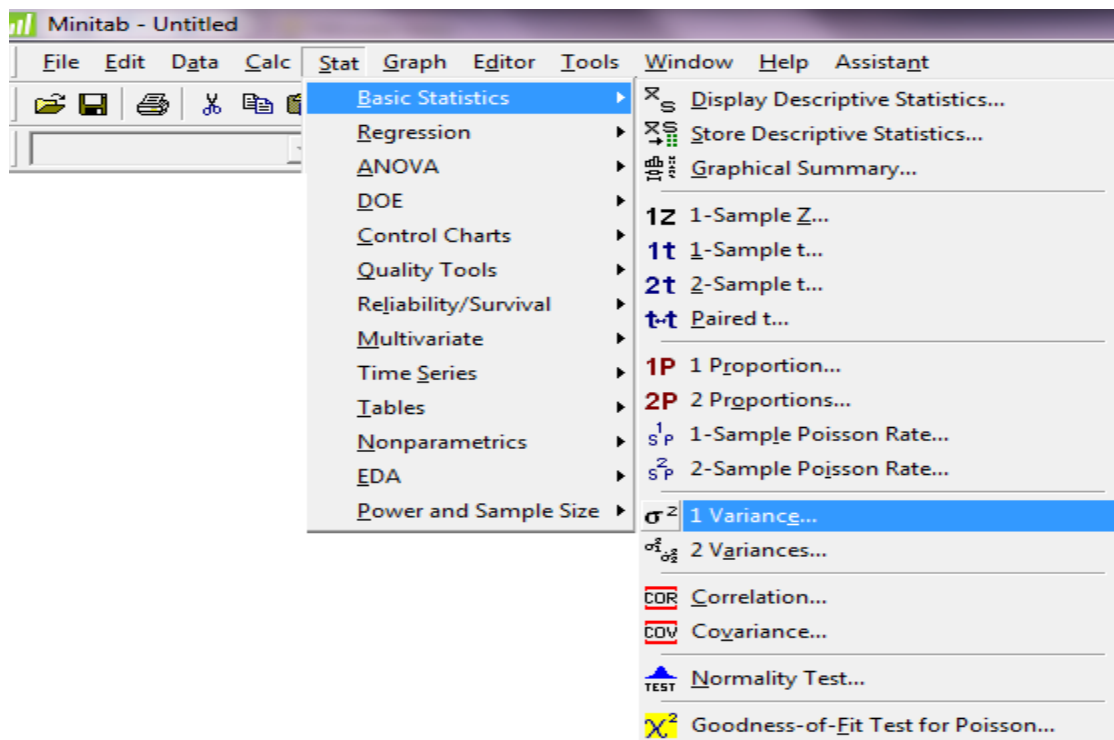
$Trimmed\ mean = m$ = نوعی شاخص مرکزی می باشد که ابتدا نمونه های بسیار بزرگ و بسیار کوچک را که نسبت آن ها در نمونه ها کم میباشد حذف می کند و سپس میانگین داده ها را مشخص می کند در آزمون بانته داده هایی که نسبت آن ها کمتر از $\frac{1}{2\sqrt{n-4}}$ باشد از محاسبه $\hat{\gamma}_e$ حذف می شوند توجه داشته باشید که اگر $n < 5$ باشد m برابر صفر خواهد شد.

طریقه انجام آزمون فرض یک واریانس یا یک انحراف معیار برای یک مشخصه کیفی پیوسته یا متغیر با Minitab

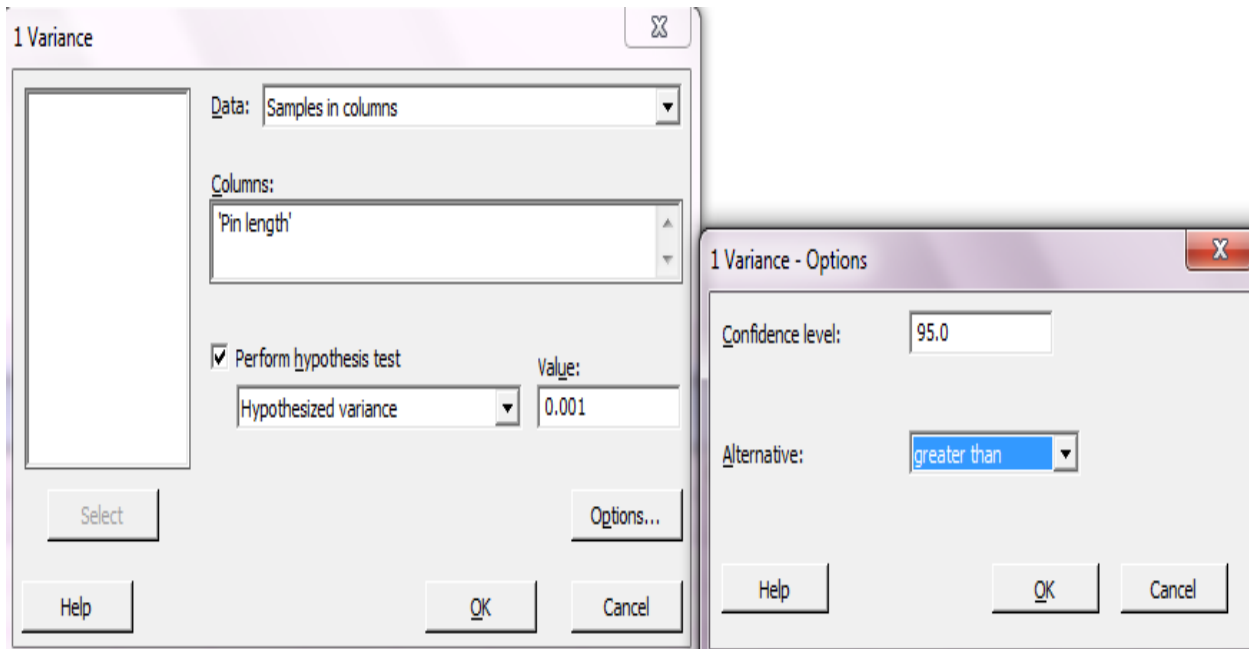
مثال: فرض کنید شما بازرس کنترل کیفیت در یک کارخانه ای هستید که قطعات موتور هواپیما را با دقت بالایی می سازد. طول پین های فلزی به کار رفته در این موتورها باید پانزده اینچ باشد. قاعده ی امن بودن لازمه ی این است که واریانس طول پین ها نباید بیش تر از 0.001 باشد. پیش از این شما تحلیل کرده بودید که طول پین ها توزیع نرمال دارد. شما 100 نمونه جمع آوری کرده و طول آن ها را اندازه گیری می کنید. آیا واریانس طول پین ها در سطح اطمینان 0.95 کمتر از 0.001 می باشد؟

قدم اول : کاربرگ AirPlanePin.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در صورتیکه کل مشاهدات شما در یک ستون می باشد در کادر مقابل Data , Samples in column را انتخاب کنید و در صورتیکه اطلاعاتی از قبیل اندازه نمونه و انحراف معیار نمونه (S) در اختیار دارید, Sample standard deviation را انتخاب کنید و مقدار اندازه نمونه و انحراف معیار نمونه را در Sample size و Standard deviation وارد کنید. هم چنین اگر اطلاعاتی از قبیل اندازه نمونه و واریانس نمونه را در اختیار دارید و می خواهید آزمون فرض یک واریانس را انجام دهید, Sample variance را انتخاب کرده و مقدار اندازه نمونه و واریانس نمونه را در Sample size و Standard deviation وارد کنید. در این مثال در کادر مقابل Data , Samples in column را انتخاب کرده و ستون "pin length" را در قسمت Columns وارد کنید. گزینه ی Perform hypothesis test را فعال کرده و چون می خواهیم واریانس مشخصه کیفی را مورد آزمون قرار دهیم پس Hypothesized variance را انتخاب کرده و مقدار 0.001 که همان σ_0 می باشد در قسمت Value وارد کنید. به Options رفته و در کادر مقابل Confidence level مقدار سطح اطمینان را برحسب درصد وارد کنید که در این مثال برابر 95% می باشد. هم چنین چون قصد داریم فرض $H_0: \sigma^2 = 0.001$ را در برابر $H_1: \sigma^2 > 0.001$ آزمون کنیم, پس در کادر مقابل Alternative , Greater than را انتخاب کنید و OK را بزنید. توجه داشته باشید اگر فرض صفر رد شود یعنی نباید از بین ها در موتور هواپیما استفاده شود چون واریانس آن ها بیش از حد مجاز است.



Results for: Airplanepin.MTW

Test and CI for One Variance: Pin length

Method

Null hypothesis Sigma-squared = 0.001

Alternative hypothesis Sigma-squared > 0.001

The chi-square method is only for the normal distribution.

The Bonett method is for any continuous distribution.

Statistics

Variable	N	StDev	Variance
Pin length	100	0.0267	0.000715

95% One-Sided Confidence Intervals

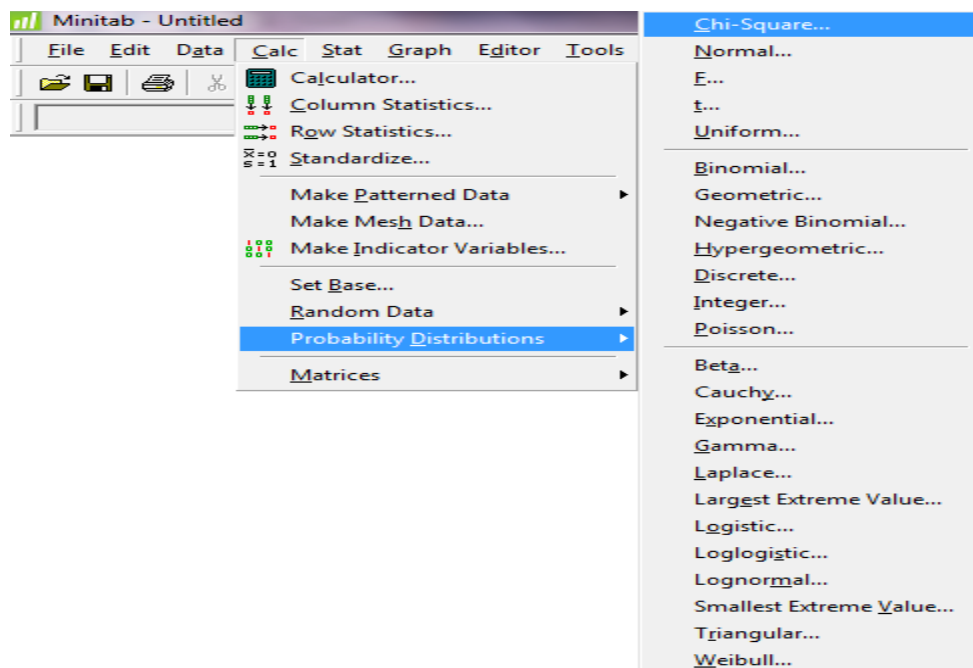
Variable	Method	Lower Bound for StDev	Lower Bound for Variance
----------	--------	--------------------------	-----------------------------

Pin length	Chi-Square	0.0240	0.000574
	Bonett	0.0245	0.000602

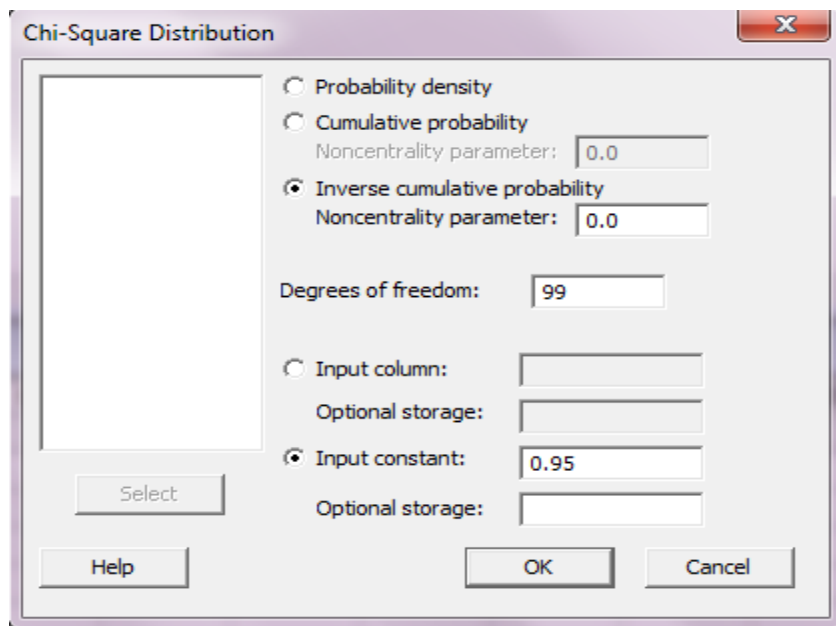
Tests

Variable	Method	Statistic	DF	P-Value
Pin length	Chi-Square	70.77	99	0.986
	Bonett	—	—	1.000

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-Value برای این آزمون به روش مربع کای برابر 0.98 شده یعنی فرض صفر قبول می شود و می توان از بین ها در موتور هواپیما استفاده نمود چون واریانس آن ها کمتر از 0.001 می باشد. در نظر داشته باشید که روش بانٹ برای تمامی توزیع های پیوسته مورد استفاده واقع می شود اما روش مربع کای فقط برای وقتی که مشخصه کیفی مورد بررسی توزیع نرمال داشته باشد، استفاده می شود. برآورد فاصله ای واریانس طول بین ها به روش مربع کای از 0.0005 الی ∞ می باشد و چون 0.001 در این بازه قرار دارد پس فرض صفر را می پذیریم. هم چنین بنا بر آزمون بانٹ نیز فرض صفر را می پذیریم چون مقدار P-value برای این آزمون برابر 1 شده و بیش از 0.05 می باشد هم چنین برآورد فاصله ای برای واریانس مشاهدات به روش بانٹ از 0.0006 الی ∞ میباشد و چون 0.001 در این بازه قرار دارد فرض صفر را می پذیریم. مقدار آماره آزمون به روش مربع کای برابر 70.77 می باشد برای محاسبه مقدار بحرانی می توانید مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره Chi-Square Distribution گزینه ی Inverse cumulative probability را انتخاب کنید و در کادر مقابل Degrees of freedom درجه ی آزادی را که برابر 99 می باشد وارد کنید. هم چنین با انتخاب گزینه ی Input constant عدد 0.95 را در مقابل آن وارد کنید و OK را بزنید. توجه داشته باشید از آنجاییکه Minitab مقادیر تصادفی χ^2 را با محاسبه احتمال تجمعی به ما می دهد، پس ما به جای محاسبه ی χ^2_{α} باید $\chi^2_{1-\alpha}$ را برای به دست آوردن مقدار بحرانی در این مثال محاسبه کنیم.



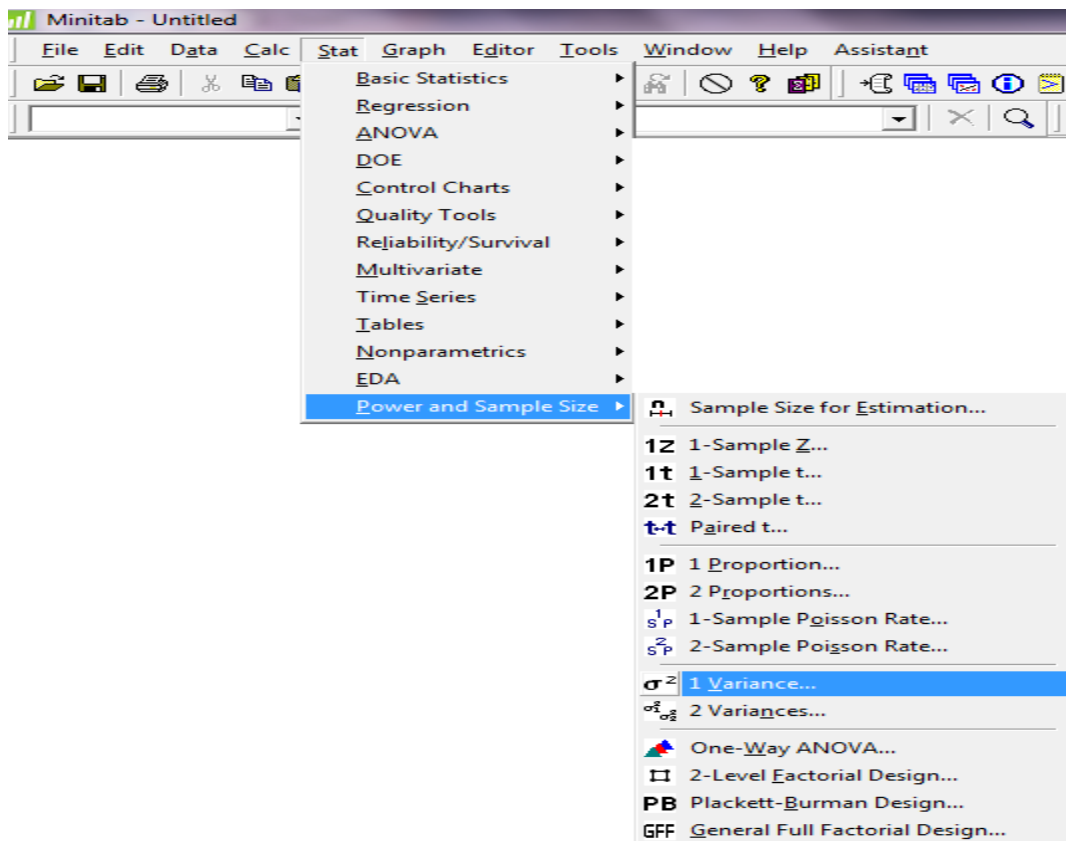
Inverse Cumulative Distribution Function

Chi-Square with 99 DF

$$P(X \leq x) = 0.95 \quad x = 123.225$$

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار بحرانی برابر 123.225 به دست آمد و بزرگ تر از مقدار آماره آزمون می باشد پس فرض صفر قبول می شود.

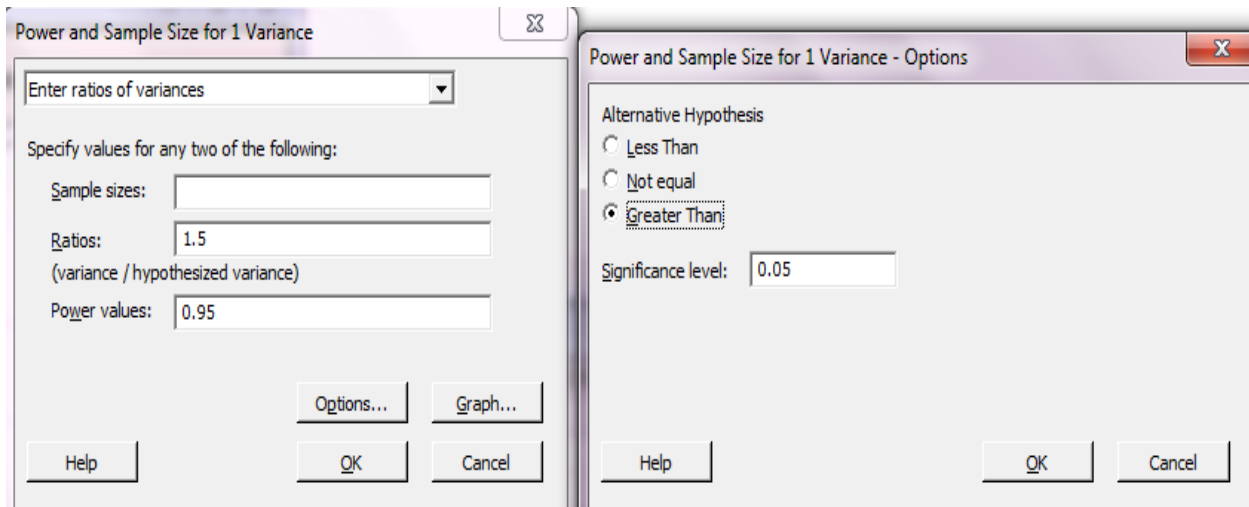
فرض کنید در مثال فوق بخواهیم اندازه نمونه لازم برای وقتی که واریانس طول پین ها 1.5 برابر می شود را با احتمال 0.95 کشف کنیم، به دست آوریم. آنگاه برای به دست آوردن اندازه نمونه مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره Power and Sample size for 1 variance ، چون می خواهیم نسبت تغییر یافته واریانس را به واریانس هدف مطابق رابطه زیر بررسی کنیم

$$\lambda = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}$$

پس Enter ratios of variance را انتخاب کرده و کادر مقابل Sample sizes را خالی گذاشته و در کادر مقابل Ratios مقدار λ را وارد کنید که در این مثال برابر 1.5 می باشد هم چنین در کادر مقابل Power values احتمال کشف تغییر را وارد کنید. در این مثال عدد 0.95 را وارد کنید و Options را انتخاب کرده و در قسمت Alternative Hypothesis ، Greater than را انتخاب کنید و در کادر مقابل Significance level عدد 0.05 را وارد کرده OK را بزنید.



Power and Sample Size

Test for One Variance

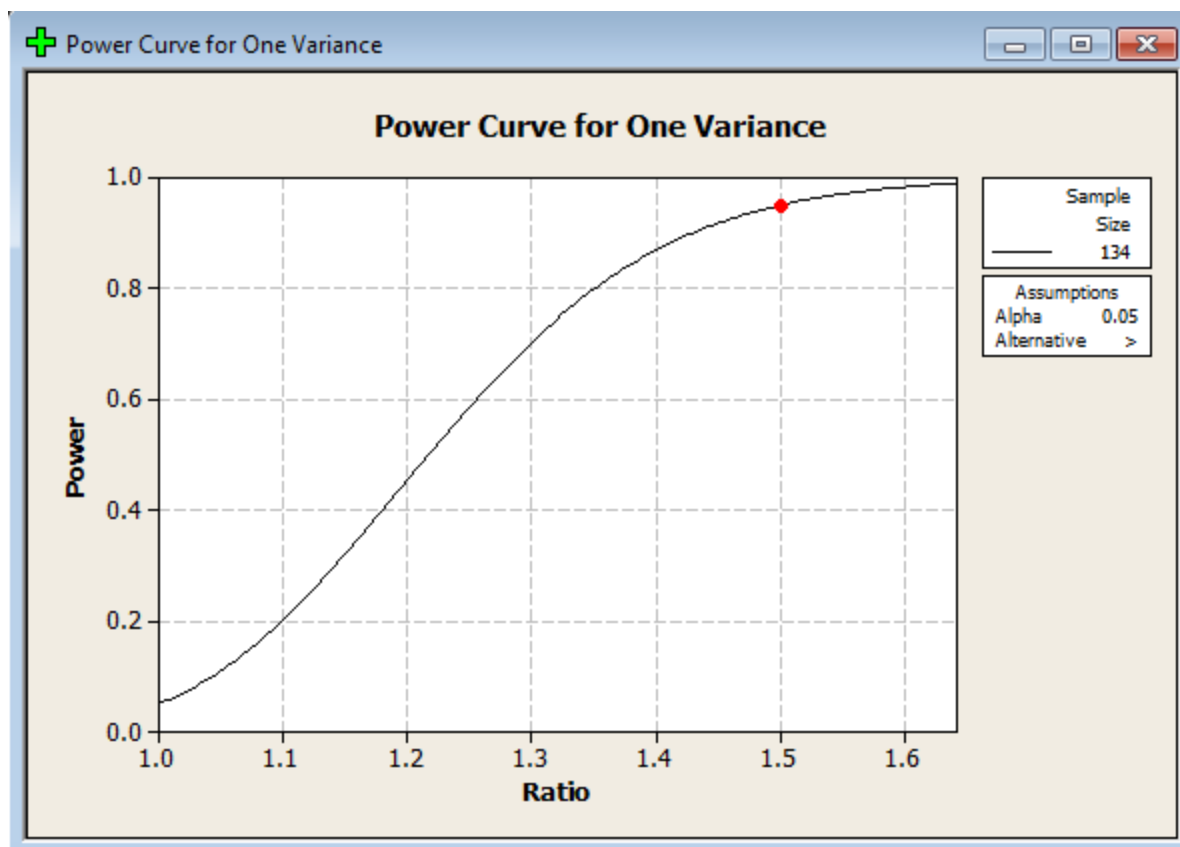
Testing variance = null (versus > null)

Calculating power for (variance / null) = ratio

Alpha = 0.05

Ratio	Sample Size	Target Power	Actual Power
1.5	134	0.95	0.950588

Power Curve for One Variance



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید وقتی که واریانس طول پین ها 1.5 برابر می شود این تغییر را با احتمال 0.95 کشف می کنیم، اگر اندازه نمونه برابر 134 تا باشد.

آزمون فرض نسبت انحراف معیارها برای دو جامعه نرمال

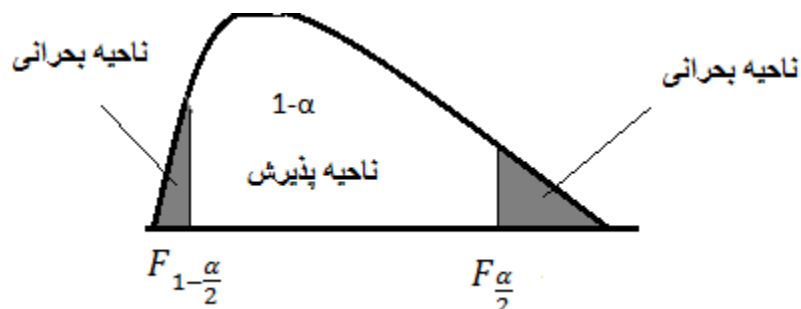
با استفاده از این آزمون فرض می توانید نسبت انحراف معیار ها را از دو جامعه مختلف و مستقل از هم مورد آزمون قرار داد. توجه داشته باشید که انحراف معیار مشخصه کیفی مورد بررسی از هر دو جامعه باید توزیع نرمال داشته باشند. برای انجام این آزمون فرض ابتدا یک نمونه ی n تایی از جامعه X و یک نمونه ی n تایی از جامعه Y تهیه می کنیم سپس آماره آزمون برای فرض $H_0: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} = K$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$F_0 = \frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)k^2 s_y^2}$$

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

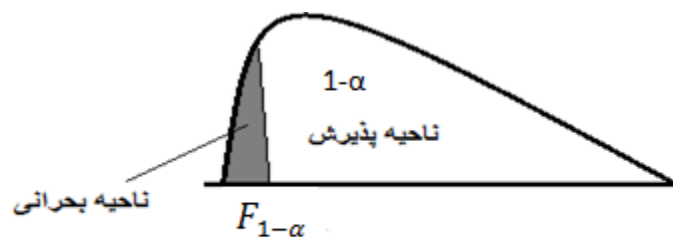
در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \neq K$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$F_0 \geq F_{\frac{\alpha}{2}, (n_X-1, n_Y-1)} \quad \text{یا} \quad F_0 \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}, (n_X-1, n_Y-1)}$$



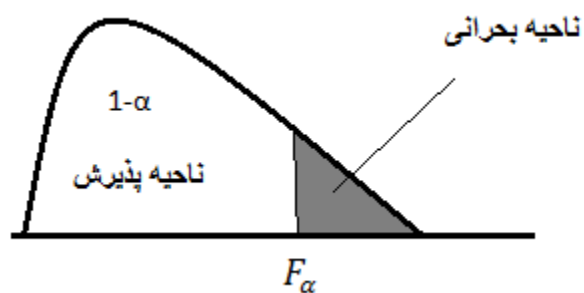
در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < K$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$F_0 \leq F_{1-\alpha, (n_X-1, n_Y-1)}$$



در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} > K$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$F_0 \geq F_{\alpha, (n_X-1, n_Y-1)}$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \neq K$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای نسبت انحراف معیارهای دو جامعه عبارت است از:

$$\sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)s_y^2} F_{1-\frac{\alpha}{2}, (n_y-1, n_x-1)}} < \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < \sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)s_y^2} F_{\frac{\alpha}{2}, (n_y-1, n_x-1)}}$$

و در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < K$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < \sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)s_y^2} F_{\alpha, (n_y-1, n_x-1)}}$$

و اگر $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} > K$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای انحراف معیار جامعه عبارت است از:

$$\sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)s_y^2} F_{1-\alpha, (n_y-1, n_x-1)}} < \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر K در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

در صورتیکه شما به جای انحراف معیار، واریانس مشخصه کیفی را برای دو جامعه نرمال مورد آزمون قرار دادید، که در این صورت چون واریانس مربع انحراف معیار می باشد پس کلیه روابط مورد استفاده در برآورد فاصله ای به توان دو می رسد. برای مثال برآورد فاصله ای برای نسبت واریانس های دو جامعه ی نرمال وقتی فرض یک $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \neq K$ می باشد برابر است با:

$$\frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)s_y^2} F_{1-\frac{\alpha}{2}, (n_y-1, n_x-1)} < \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} < \frac{(n_x - 1)s_x^2}{(n_y - 1)s_y^2} F_{\frac{\alpha}{2}, (n_y-1, n_x-1)}$$

آزمون فرض Levene's test برای نسبت واریانس های دو جامعه مستقل از هم نرمال و غیر نرمال

با استفاده از این آزمون فرض می توان نسبت واریانس های دو جامعه مختلف و مستقل از هم را آزمود. نکته ی قابل توجه این است که برای بررسی نسبت های مختلف واریانس های مشخصه کیفی از دو جامعه نرمال، هیچ الزامی مبنی بر اینکه توزیع هر دو مشخصه کیفی نرمال باشد وجود ندارد. همچنین با استفاده از این آزمون فرض می توان فرض برابری واریانس های چندین جامعه را مورد بررسی قرار

داد. طریقه ی انجام آزمون بدین صورت است که ابتدا به اندازه n_1 نمونه از جامعه اول و به اندازه n_2 نمونه از جامعه دوم برداشته و نمونه ها را مورد آزمون قرار می دهیم. آماره آزمون برای فرض $H_0: \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = K$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$w = \frac{(n_1 + n_2 - 2)(n_1(z_{10} - z_{00})^2 + n_2(kz_{20} - z_{00})^2)}{\sum_{j=1}^{n_1} (z_{1j} - z_{10})^2 + k \sum_{j=1}^{n_2} (z_{2j} - z_{00})^2}$$

$$z_{ij} = |x_{ij} - \tilde{x}_i| \quad \tilde{x}_i = \text{میانه برای جامعه } i \text{ ام} \quad i = 1, 2$$

$$z_{00} = \frac{1}{n_1 + n_2} \sum_{j=1}^{n_1} z_{1j} + k \sum_{j=1}^{n_2} z_{2j}$$

$$z_{i0} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij} \quad i = 1, 2$$

در آزمون Levene فرض صفر رد می شود هرگاه

$$w \geq F_{\alpha, (1, n_1 + n_2 - 2)}$$

روشی که Minitab برای برآورد فاصله ای نسبت انحراف معیارها دو مشخصه کیفی پیوسته با هر تابع توزیعی در فرض یک های مختلف استفاده می کند به قرار زیر است. توجه داشته باشید که آزمون Levene فقط فرض نسبت انحراف معیارها یا واریانس ها را برای دو مشخصه کیفی پیوسته با هر تابع توزیعی آزمون می کند اما در آزمون خود از برآورد فاصله ای استفاده نمی کند.

در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \neq K$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای نسبت انحراف معیارهای دو جامعه در سطح اطمینان $1-\alpha$ عبارت است از:

$$\text{حدبالا} \quad \frac{m_1 + m_2 + t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)} \sqrt{v_2 m_1^2 + v_1 m_2^2 - t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_1 v_2}}{m_2^2 - t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_2}$$

در صورتیکه $t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)} > \frac{m_2}{\sqrt{v_2}}$ شود حد بالا نداریم.

$$\text{حد پایین} \frac{m_1 + m_2 - t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)} \sqrt{v_2 m_1^2 + v_1 m_2^2 - t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_1 v_2}}{m_2^2 - t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_2}$$

در صورتیکه $t_{\frac{\alpha}{2}, (n_1 + n_2 - 2)} > \frac{m_1}{\sqrt{v_1}}$ شود حدپایین نداریم.

$$m_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}}{n_i} \quad i = 1, 2$$

$$v_i = \frac{n_i - 1}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) s_i^2$$

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - m_i)^2}{n_i - 1}$$

و در صورتیکه $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < K$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای انحراف معیار جامعه در سطح اطمینان $1-\alpha$ عبارت است از:

$$-\infty < \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < \frac{m_1 + m_2 + t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)} \sqrt{v_2 m_1^2 + v_1 m_2^2 - t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_1 v_2}}{m_2^2 - t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_2}$$

در صورتیکه $t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)} > \frac{m_2}{\sqrt{v_2}}$ شود حد بالا نداریم.

و اگر $H_1: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} > K$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای انحراف معیار جامعه در سطح اطمینان $1-\alpha$ عبارت است از:

$$\frac{m_1 + m_2 - t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)} \sqrt{v_2 m_1^2 + v_1 m_2^2 - t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_1 v_2}}{m_2^2 - t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)}^2 v_2} < \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} < \infty$$

در صورتیکه $t_{\alpha, (n_1 + n_2 - 2)} > \frac{m_1}{\sqrt{v_1}}$ شود حدپایین نداریم.

در هر یک از آزمون های فوق اگر K در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود. هم چنین برای برآورد فاصله ای نسبت واریانس ها می توانید از مربع کلیه روابط فوق استفاده کنید.

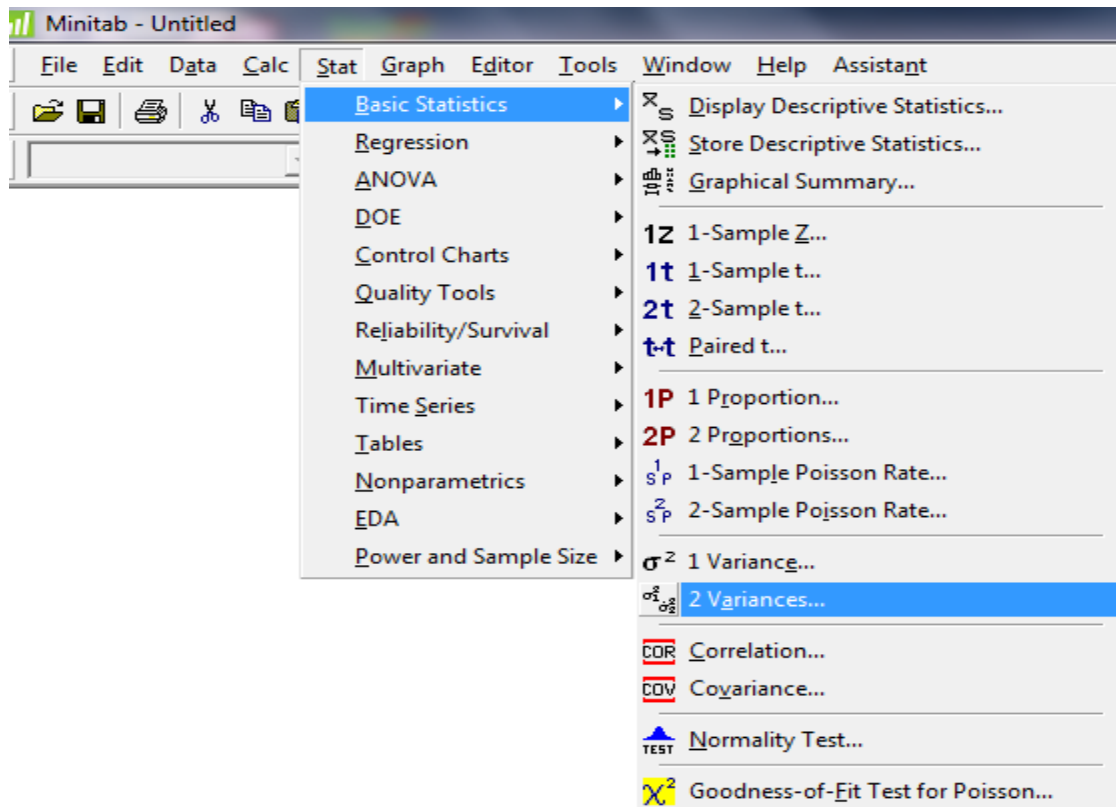
توجه داشته باشید برای آزمون فرض نسبت انحراف معیار دو جامعه همواره سعی کنید در صورت انحراف معیار جامعه ای را قرار دهید که بزرگ تر است.

طریقه انجام آزمون فرض نسبت انحراف معیار دو جامعه مستقل از هم با Minitab

مثال: مثال را این بار در سطح 0.99 برای فرض برابری انحراف معیار هر دو تحلیل گر در برابر فرض بیش تر بودن انحراف معیار تحلیل گر اول از تحلیل گر دوم انجام دهید.

قدم اول: کاربرگ TAHLIL.MTW را از منوی File باز کنید.

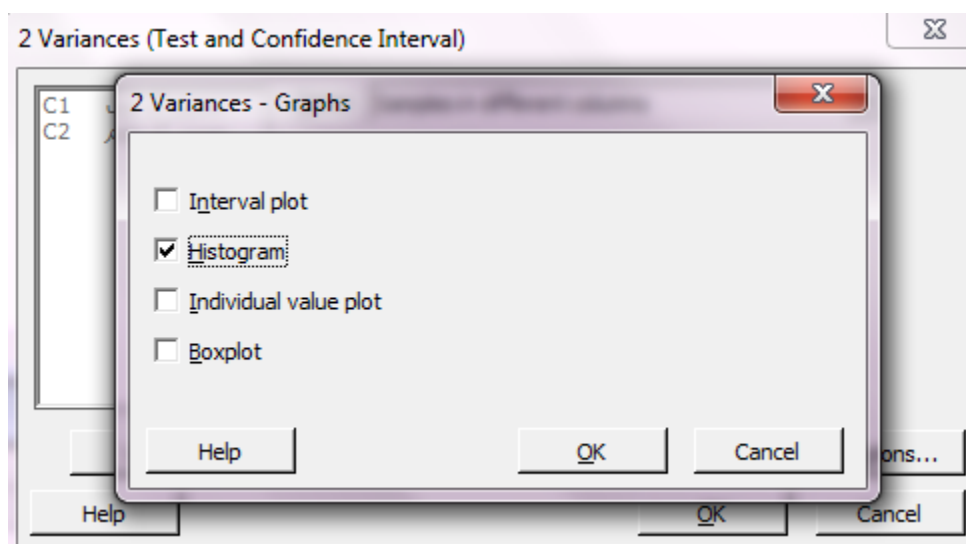
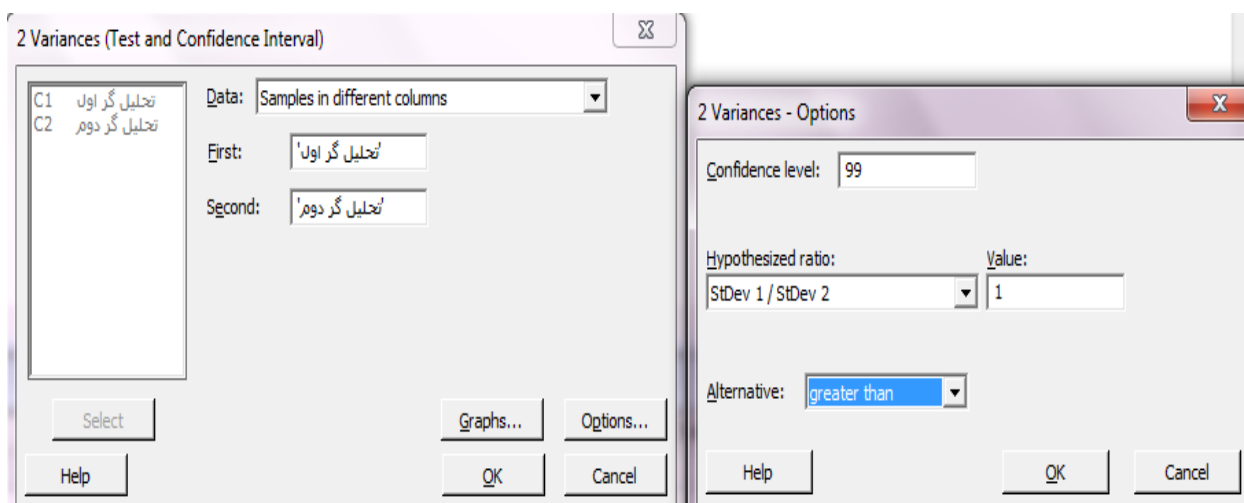
قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: در قسمت Data , چون مشاهدات هر جامعه در ستون های مختلف می باشد پس Samples in different columns را انتخاب کرده و در کادر مقابل First ستون "تحلیل گر اول" و در کادر مقابل Second ستون "تحلیل گر دوم" را وارد نمایید و Options را انتخاب کنید و در کادر مقابل Confidence level مقدار 99 را وارد نمایید. همچنین چون می خواهید نسبت انحراف معیار دو تحلیل گر را آزمون کنید پس در قسمت Hypothesized ratio , StDev1/StDev2 را انتخاب کرده و در قسمت Value مقدار K را وارد کنید که در این مثال برابر 1 می باشد چون فرض صفر $H_0: \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} = 1$ می

باشد و همچنین چون فرض یک مبنی بر بیشتر بودن انحراف معیار تحلیل گر اول از تحلیل گر دوم می باشد پس در کادر مقابل Alternative , greater than را برگزینید. حال به Graphs رفته و Histogram را انتخاب کنید و OK را بزنید.

توجه داشته باشید برای انجام آزمون لون حتما باید مشاهدات هر جامعه در ستون های مختلف باشد.



Results for: TAHLIL.MTW

Test and CI for Two Variances: دوم گر تحلیل , اول گر تحلیل

Method

Null hypothesis $\text{Sigma}(\text{اول گر تحلیل}) / \text{Sigma}(\text{دوم گر تحلیل}) = 1$
 Alternative hypothesis $\text{Sigma}(\text{اول گر تحلیل}) / \text{Sigma}(\text{دوم گر تحلیل}) > 1$
 Significance level $\text{Alpha} = 0.01$

Statistics

Variable	N	StDev	Variance
اول گر تحلیل	8	3.170	10.049
دوم گر تحلیل	8	1.080	1.166

Ratio of standard deviations = 2.936

Ratio of variances = 8.620

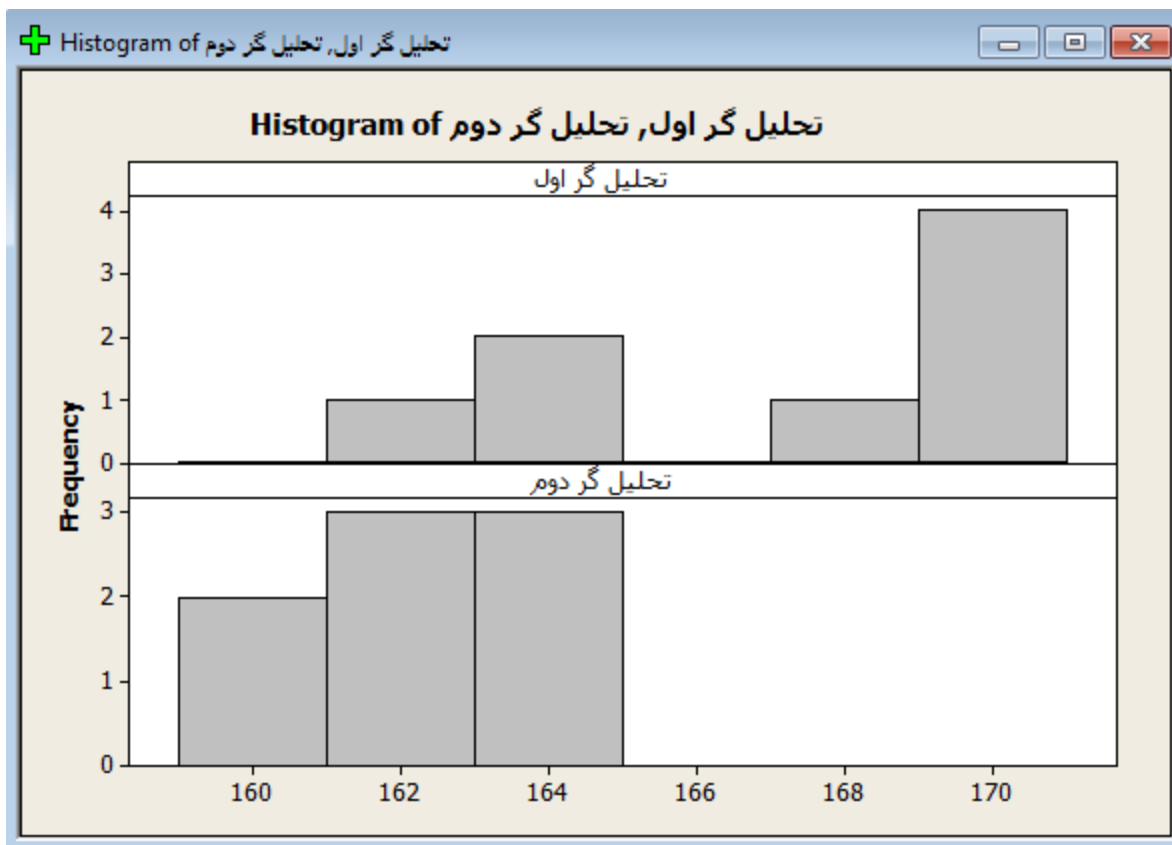
99% One-Sided Confidence Intervals

Distribution of Data	Lower Bound for StDev Ratio	Lower Bound for Variance Ratio
Normal	1.110	1.233
Continuous	*	*

Tests

Method	DF1	DF2	Test Statistic	P-Value
F Test (normal)	7	7	8.62	0.005
Levene's Test (any continuous)	1	14	2.17	0.081

Histogram of اول گر تحلیل, دوم گر تحلیل

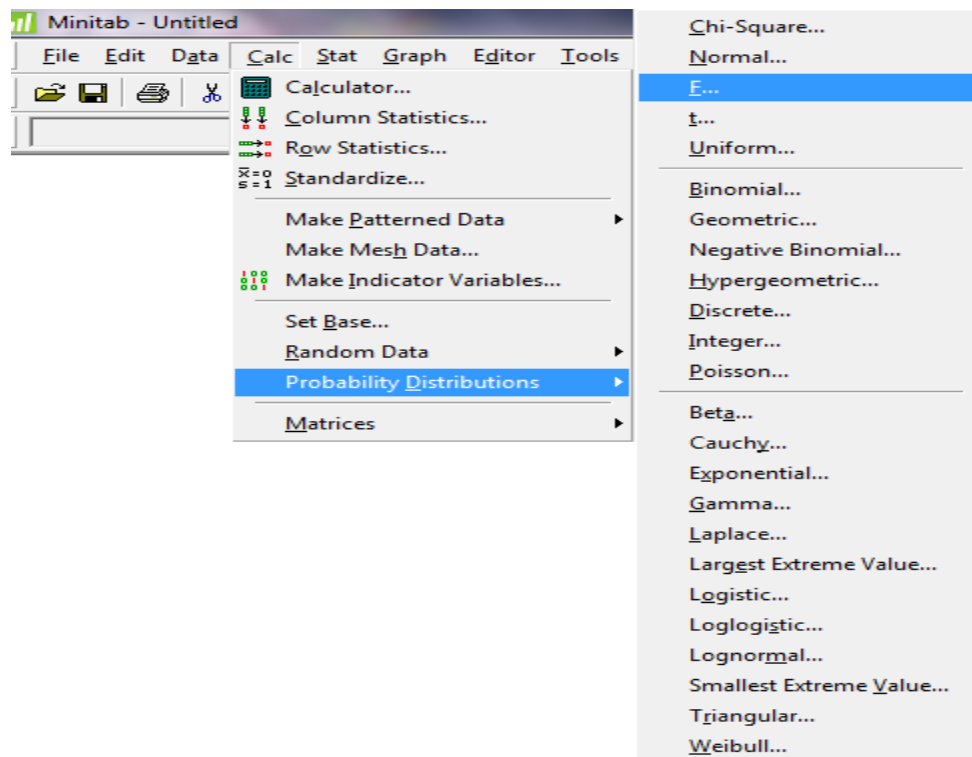


تحلیل: آن طور که از هیستوگرام داده ها برای هر دو مشخصه پیداست، گویی هیچ کدام توزیع نرمال ندارند پس نتایج حاصل از آزمون Levene مطمئن تر به نظر خواهد آمد. مقدار P-Value برای 0.081 شده که بیش از 0.01 می باشد پس فرض صفر مبنی بر تساوی انحراف معیارهای هر دو تحلیل گر را می پذیریم. هم چنین حد پایین نسبت انحراف معیار تحلیل گر اول به تحلیل گر دوم در سطح اطمینان 0.99 به روش فیشر که برای توزیع های نرمال به کار می رود 1.11 می باشد اما همانطور که گفته شد چون یک در برآورد فاصله ای نیست پس قاعدتا فرض یک باید رد شود اما چون مشاهدات هر دو تحلیل گر توزیع نرمال ندارند پس آزمون فیشر (F) فاقد اعتبار می باشد. از آن جاییکه $t_{0.01,(14)} > \frac{m_1}{\sqrt{v_1}}$ شده

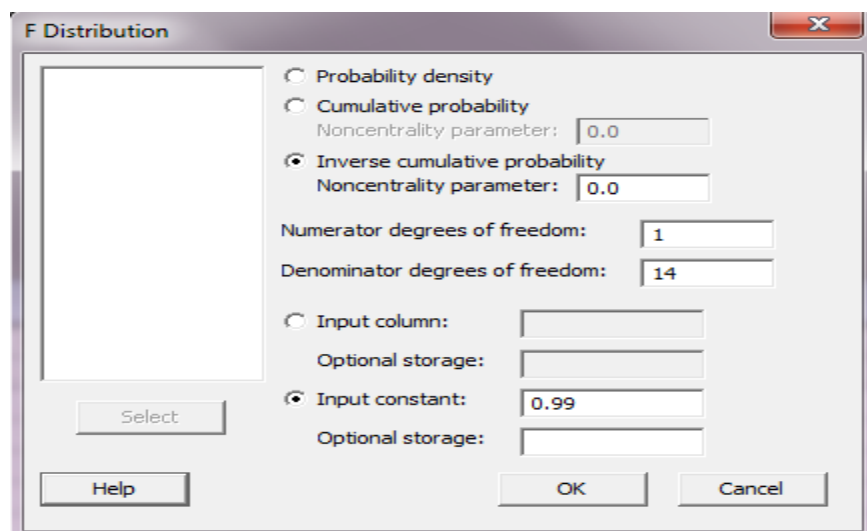
پس Minitab نتوانسته حد پایین برای نسبت انحراف معیارها پیدا کند. از آنجاییکه مقدار آماره آزمون برای آزمون Levene برابر 2.17 شده پس فرض صفر رد می شود هرگاه

$$2.17 \geq F_{0.01,(1,14)}$$

شود، پس برای محاسبه ی $F_{0.01,(1,14)}$ مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره F Distribution گزینه ی Inverse cumulative probability را انتخاب کنید و در کادر مقابل Numerator Degrees of freedom درجه ی آزادی اول که برابر یک میباشد را وارد کنید و در قسمت Denominator Degrees of freedom درجه ی آزادی دوم که برابر 14 می باشد را وارد کنید. هم چنین با انتخاب گزینه ی Input constant عدد 0.99 را در مقابل آن وارد کنید و OK را بزنید. توجه داشته باشید از آنجاییکه Minitab مقادیر تصادفی F را با محاسبه احتمال تجمعی به ما می دهد، پس ما به جای محاسبه ی F_{α} باید $F_{1-\alpha}$ را برای به دست آوردن مقدار بحرانی در این مثال محاسبه کنیم.



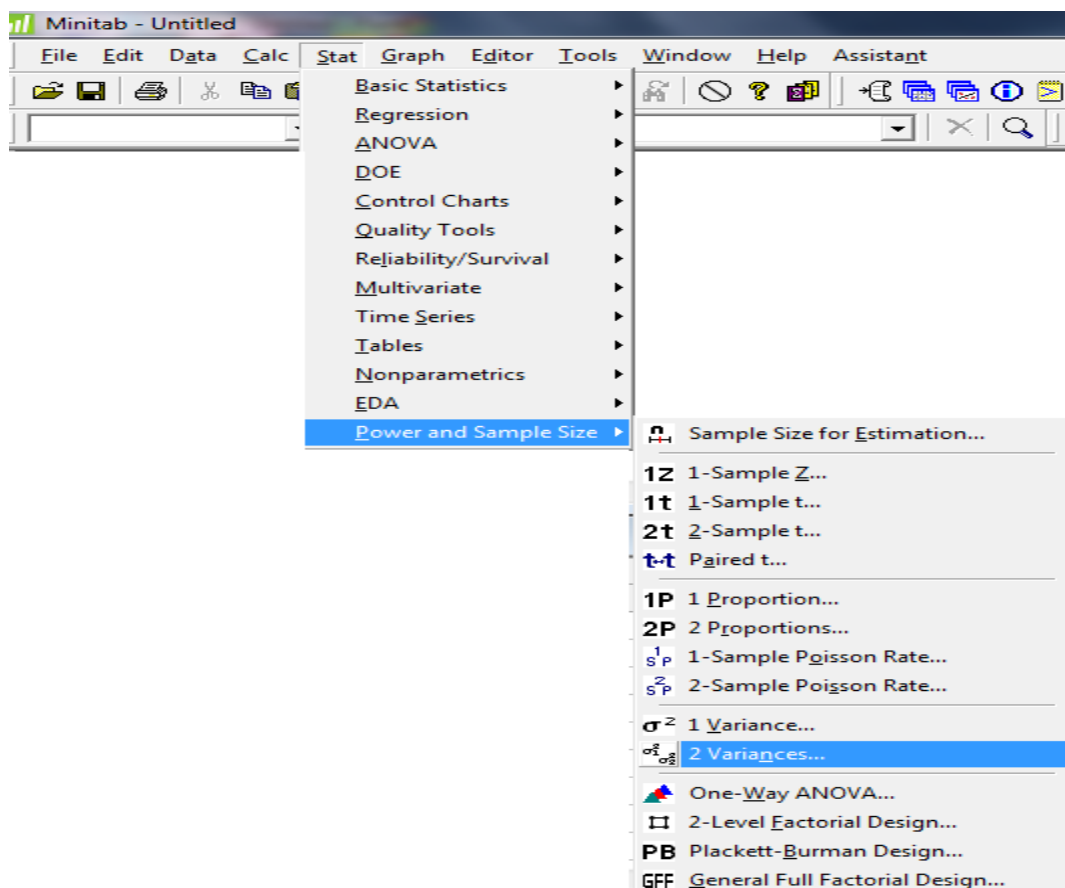
Inverse Cumulative Distribution Function

F distribution with 1 DF in numerator and 14 DF in denominator

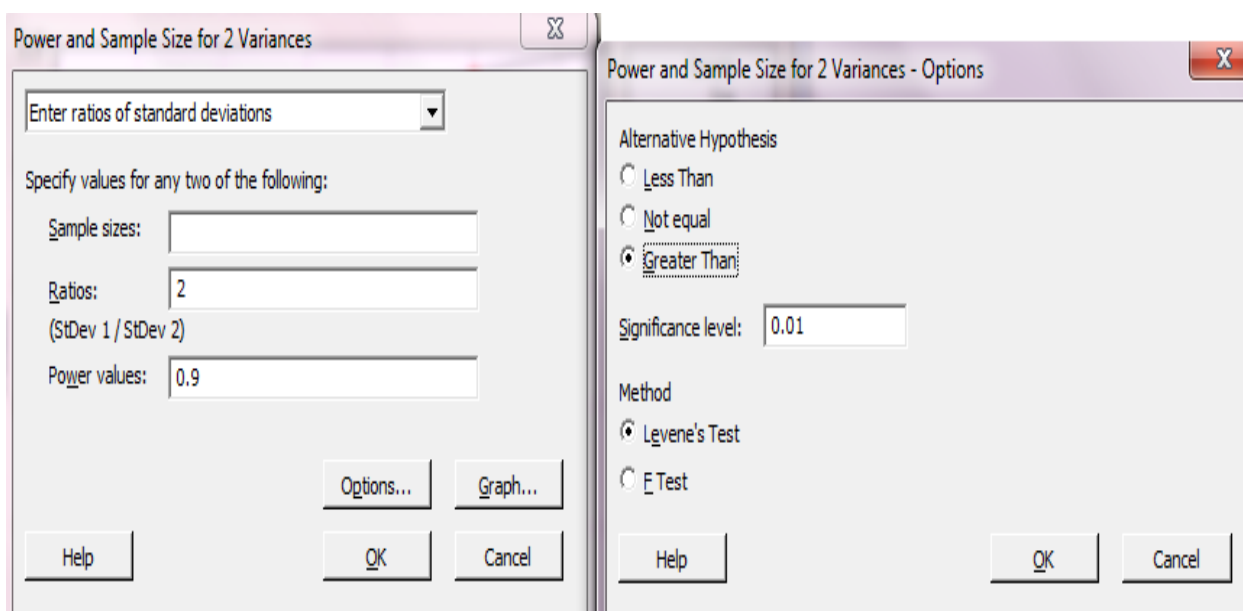
$$P(X \leq x) = 0.99 \quad x = 8.86159$$

همانطور که مشاهده می کنید مقدار بحرانی برابر 8.86 می باشد و بزرگ تر از آماره آزمون در این مثال شده، پس فرض صفر را می پذیریم.

فرض کنید در مثال فوق بخواهیم اندازه نمونه لازم برای کشف تغییر وقتی که نسبت انحراف معیار جامعه اول دو برابر جامعه دوم می شود با احتمال 90% را به دست آوریم. برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



در پنجره Power and Sample size for 2 variance ، چون می خواهیم نسبت تغییر یافته انحراف معیار تحلیل گر اول را به انحراف معیار تحلیل گر دوم بررسی کنیم پس Enter ratios of Standard deviations را انتخاب کرده و کادر مقابل Sample sizes را خالی بگذارید، توجه داشته باشید اندازه نمونه ای که Minitab محاسبه می کند یک اندازه نمونه ثابت برای هر دو جامعه می باشد. در کادر مقابل Ratios مقدار 2 را وارد کنید هم چنین در کادر مقابل Power values احتمال کشف تغییر را وارد کنید که در این مثال برابر 0.9 می باشد و Options را انتخاب کرده و در قسمت Significance level ، Alternative Hypothesis را Greater than انتخاب کنید و در کادر مقابل Levene 's روش را برای به دست آوردن اندازه نمونه انتخاب کنید. OK را بزنید.



Power and Sample Size

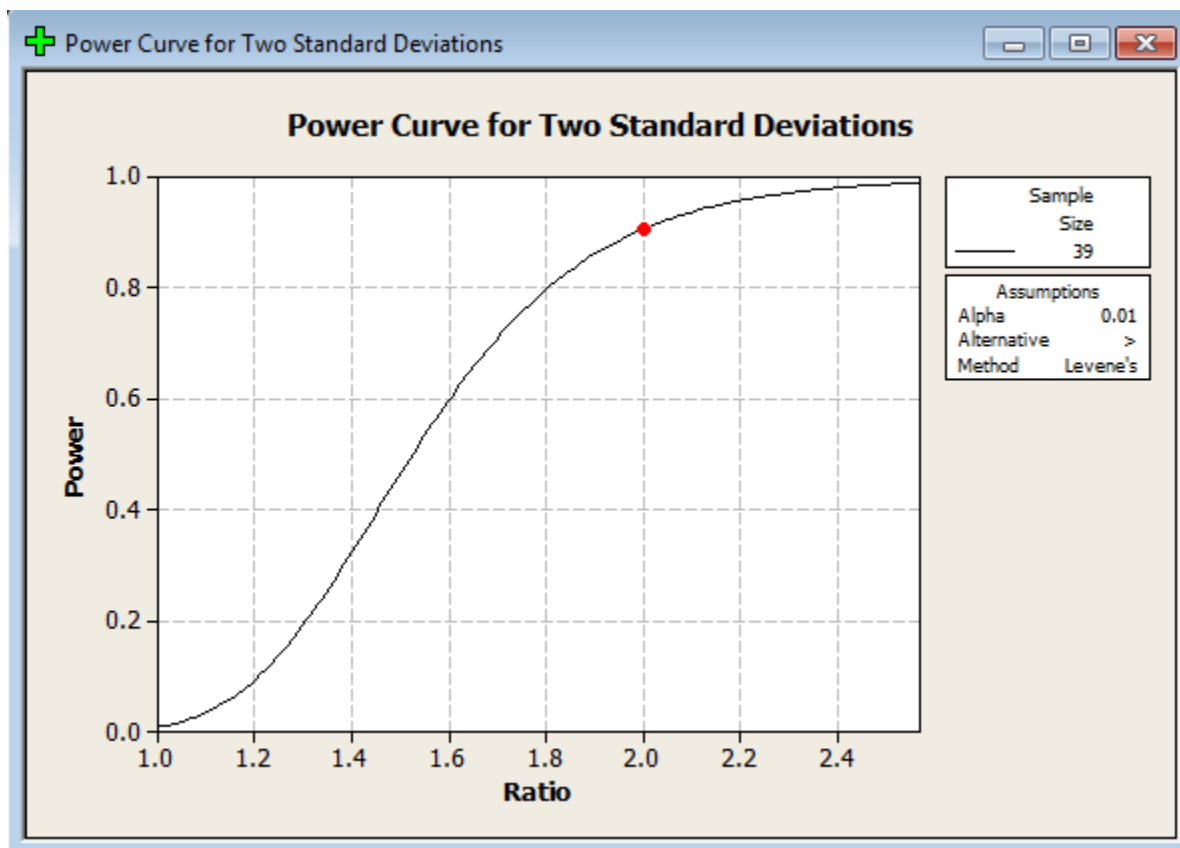
Test for Two Standard Deviations

Testing (StDev 1 / StDev 2) = 1 (versus >)
 Calculating power for (StDev 1 / StDev 2) = ratio
 Alpha = 0.01
 Method: Levene's Test

Ratio	Sample Size	Target Power	Actual Power
2	39	0.9	0.906619

The sample size is for each group.

Power Curve for Two Standard Deviations



تحلیل: همانطور که مشاهده میکنید باید از هر تحلیل گر 39 نمونه برداشته تا در صورتیکه انحراف معیار تحلیل گر اول دو برابر انحراف معیار تحلیل گر دوم بود این تغییر را با احتمال 0.9 کشف کنیم.

آزمون های فرض مربوط به برابری چندین واریانس

آزمون فرض Levene 's Test برای برابری چندین واریانس

از این آزمون فرض علاوه بر بررسی نسبت واریانس های دو جامعه , برای تساوی بودن واریانس های مشخصه کیفی پیوسته از چندین جامعه با هر تابع توزیعی نیز استفاده می شود. فرض صفر و یک در این آزمون به قرار زیر می باشد:

$$H_0: \sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \dots = \sigma^2_K$$

H_1 : حداقل یک از تساوی های فوق برقرار نباشد

K= تعداد جوامع

سپس از هر جامعه نمونه های n تایی تهیه کرده، در نظر داشته باشید ممکن است که اندازه نمونه ای که از هر جامعه تهیه می کنید، متفاوت باشد. سپس آماره آزمون برای این آزمون فرض به صورت زیر می باشد:

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k N_i (Z_{i.} - Z_{..})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - Z_{i.})^2}$$

$$z_{ij} = |x_{ij} - \tilde{x}_i| \quad \tilde{x}_i = \text{میانۀ برای جامعه } i \text{ ام} \quad i = 1, 2, \dots, K$$

$$z_{00} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}$$

$$z_{i0} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, k$$

N = مجموع کل مشاهدات

در آزمون Levene فرض صفر رد می شود هرگاه

$$W \geq F_{\alpha, (k-1, n-k)}$$

آزمون فرض Bartlett برای برابری واریانس چندین مشخصه کیفی نرمال

با استفاده از این آزمون می توان فرض برابری واریانس یک مشخصه کیفی پیوسته از چندین جامعه که توزیع نرمال دارند را بررسی نمود. توجه داشته باشید این آزمون به انحراف متغیرهای تصادفی از توزیع نرمال بسیار حساس می باشد و وقتی که متغیرها توزیع نرمال ندارند پیشنهاد می شود از آزمون Levene استفاده کنید. آزمون فوق با محاسبه میانگین حسابی و میانگین هندسی برای واریانس هر جامعه با توجه به درجه ی آزادی برای آن جامعه به بررسی اختلاف بین این متوسط ها در بین جوامع می پردازد و در صورتیکه این اختلاف ها بیش از حد مجازی باشد فرض برابری واریانس ها رد می شود. فرض صفر و یک در این آزمون به قرار زیر می باشد:

$$H_0: \sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \dots = \sigma^2_K$$

$$H_1: \text{حداقل یک از تساوی های فوق برقرار نباشد}$$

K = تعداد جوامع

سپس از هر جامعه نمونه های n تایی تهیه کرده، در نظر داشته باشید ممکن است که اندازه نمونه ای که از هر جامعه تهیه می کنید ممکن است متفاوت باشد سپس آماره آزمون برای آزمون Bartlett' s به صورت زیر محاسبه می شود:

$$X^2 = \frac{(N - k) \ln(S_p^2) - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln(S_i^2)}{1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{n_i - 1} \right) - \frac{1}{N - k} \right)}$$

$$N = \sum_{i=1}^k n_i$$

$$S_p^2 = \frac{1}{N - k} \sum_i (n_i - 1) S_i^2$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}$$

در آزمون Bartlett' s فرض صفر رد می شود اگر:

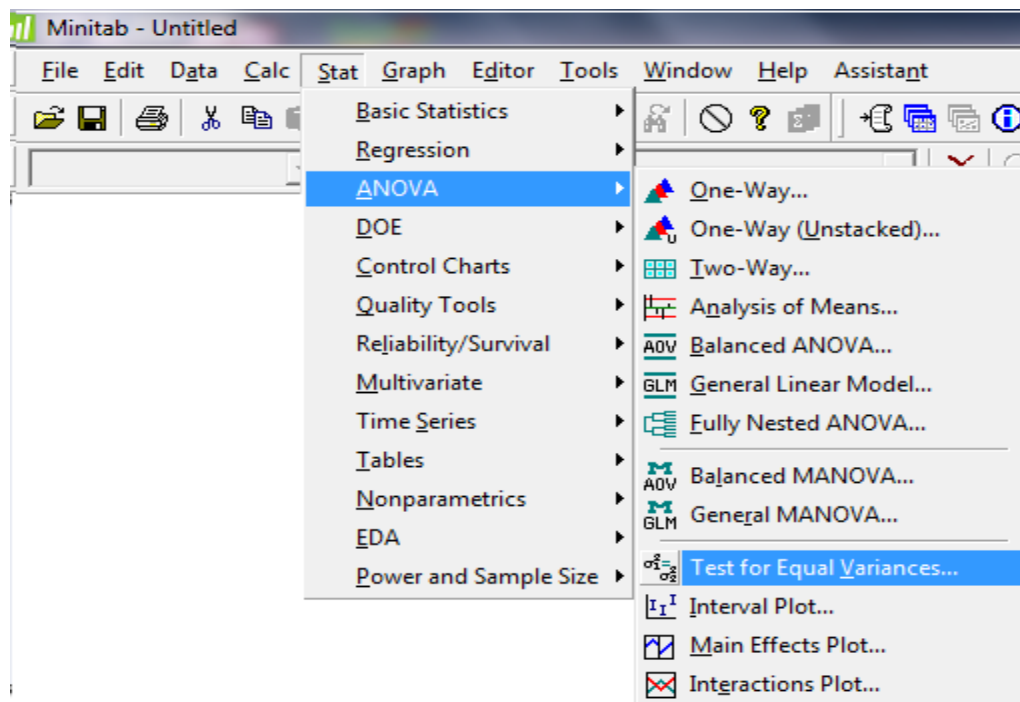
$$X^2 > \chi_{k-1, \alpha}^2$$

طریقه انجام آزمون های فرض مربوط به برابری چندین واریانس با Minitab

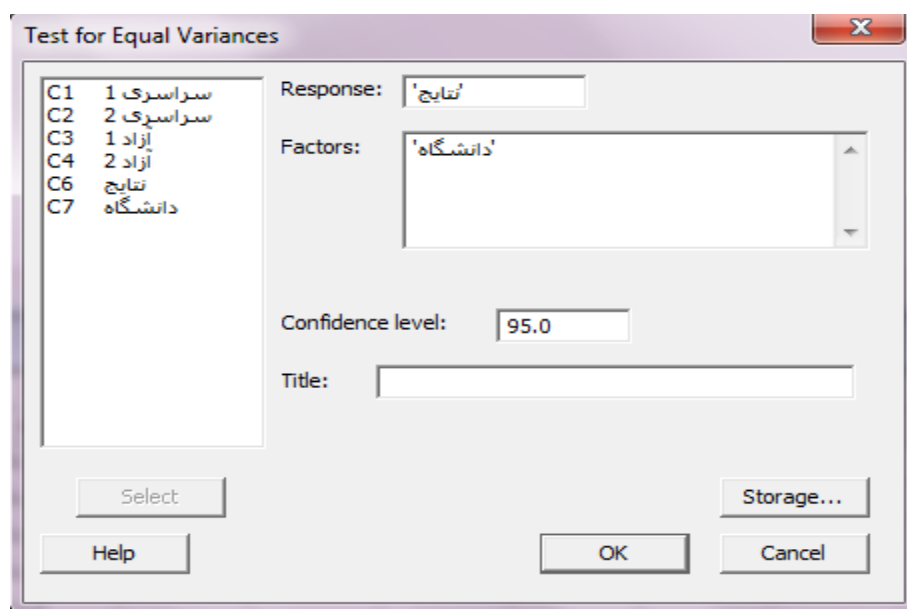
مثال: فرض کنید یک بازرس از وزارت علوم و تحقیقات قصد دارد پراکندگی معدل دانشجویان را در دو دانشگاه سراسری و دو دانشگاه آزاد بررسی نماید. بدین ترتیب 15 نمونه از هر دانشگاه تهیه می کند. در سطح اطمینان 0.95 بررسی کنید آیا واریانس نمرات در این دانشگاه ها با هم متفاوت است یا خیر؟ توجه داشته باشید که توزیع نمرات در هر دانشگاه نرمال می باشد.

قدم اول: کاربرگ Moadel.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید



قدم سوم: در قسمت Response کل نتایج حاصل از همه ی جوامع را وارد کنید. در این مثال ستون " نتایج " را وارد کنید. در قسمت Factors ستون ها یی را که نتایج، حاصل از آن فاکتور ها به دست آمده را وارد کنید. در این مثال چون فقط یک فاکتور نوع دانشگاه برنتایج تاثیر داشته پس ستون " دانشگاه " را وارد نمایید و سطح اطمینان در کادر مقابل Confidence level وارد کنید. در این مثال سطح اطمینان برابر 95% می باشد. سپس OK را بزنید.



Results for: model.MTW

Test for Equal Variances: دانشگاه versus نتایج

95% Bonferroni confidence intervals for standard deviations

دانشگاه	N	Lower	StDev	Upper
آزاد 1	15	0.93121	1.37731	2.49921
آزاد 2	15	0.90511	1.33872	2.42918
سراسر 1	15	0.77232	1.14232	2.07280
سراسر 2	15	1.51151	2.23561	4.05666

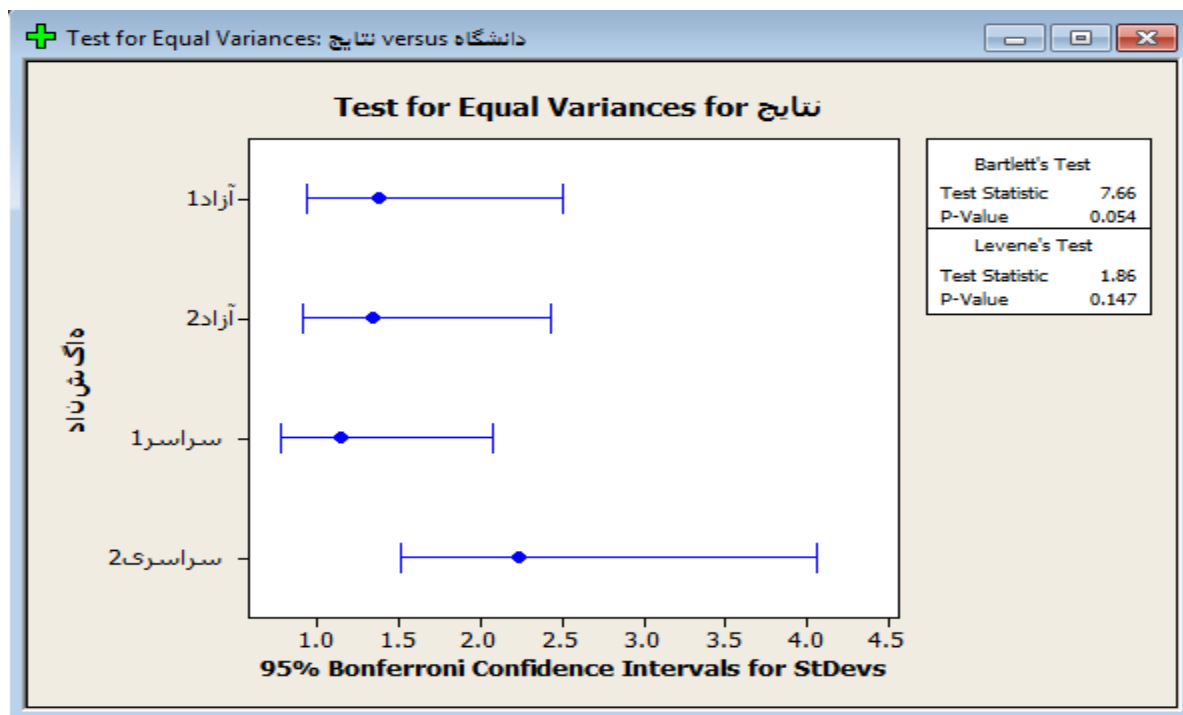
Bartlett's Test (Normal Distribution)

Test statistic = 7.66, p-value = 0.054

Levene's Test (Any Continuous Distribution)

Test statistic = 1.86, p-value = 0.147

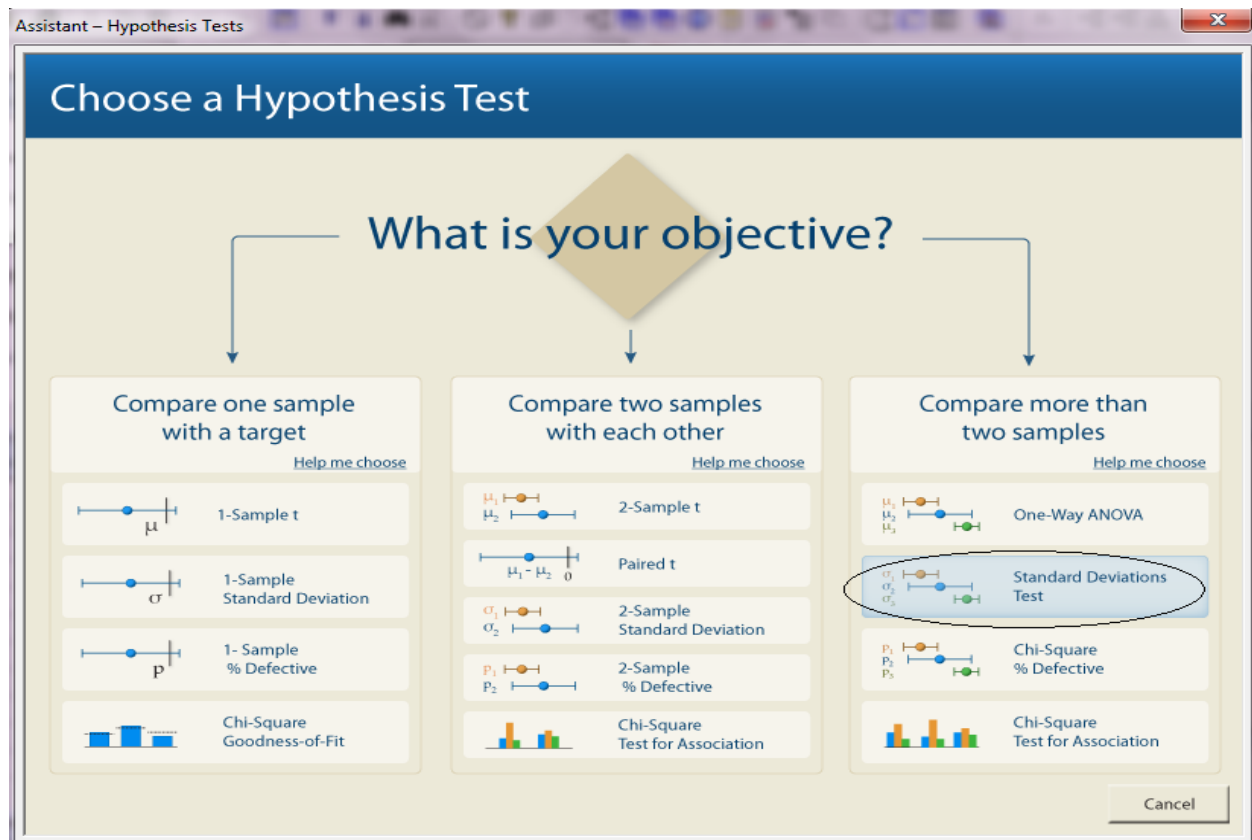
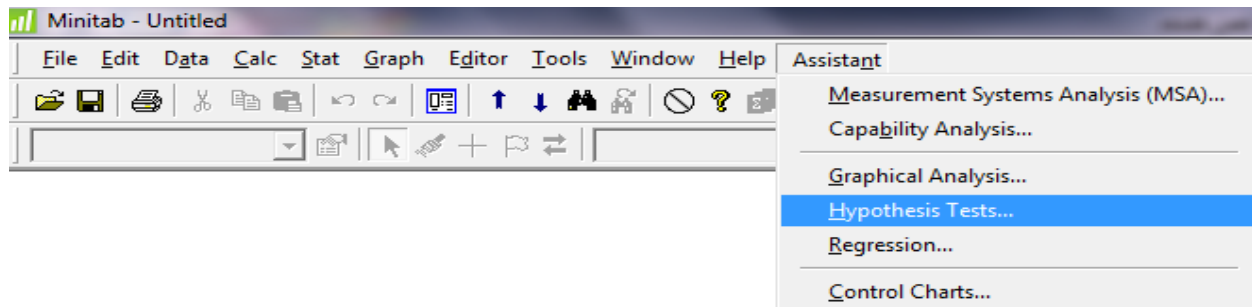
Test for Equal Variances: دانشگاه versus نتایج



تحلیل: از آن جاییکه توزیع نمرات دانشجویان در کلیه دانشگاه ها نرمال می باشد، پس می توان به نتایج حاصل از آزمون بارتلت تکیه کرد. مقدار P-Value برای این آزمون 0.054 شده که بیش از 0.05 می باشد پس می توان فرض برابری واریانس نمرات کلیه دانشگاه ها را پذیرفت.

فرض کنید همان بازرس مجدداً برای بازرسی به همان دانشگاه می رود. اما این بار نمونه ها ی مربوط به هر دانشگاه را در یک ستون متفاوت وارد می کند و قصد دارد در سطح اطمینان 0.95 فرض برابری واریانس نمرات دانشجویان را بررسی نماید.

برای انجام این آزمون مسیر زیر را دنبال کنید:



در قسمت How are your data arranged in the worksheet چون مشاهدات هر گروه در ستون های متفاوت می باشد پس Y data for each X value are in separate columns را انتخاب کرده و ستون های " سراسری 1 " , " سراسری 2 " , " آزاد 1 " و " آزاد 2 " را در قسمت Y data columns وارد کنید. در قسمت Alpha level نیز مقدار خطای نوع I را وارد کنید که در این مثال برابر 0.05 می باشد و OK را بزنید.

Standard Deviations Test

Sample data

How are your data arranged in the worksheet?

Y data for each X value are in separate columns

Y data columns:

سراسری 1-آزاد 2

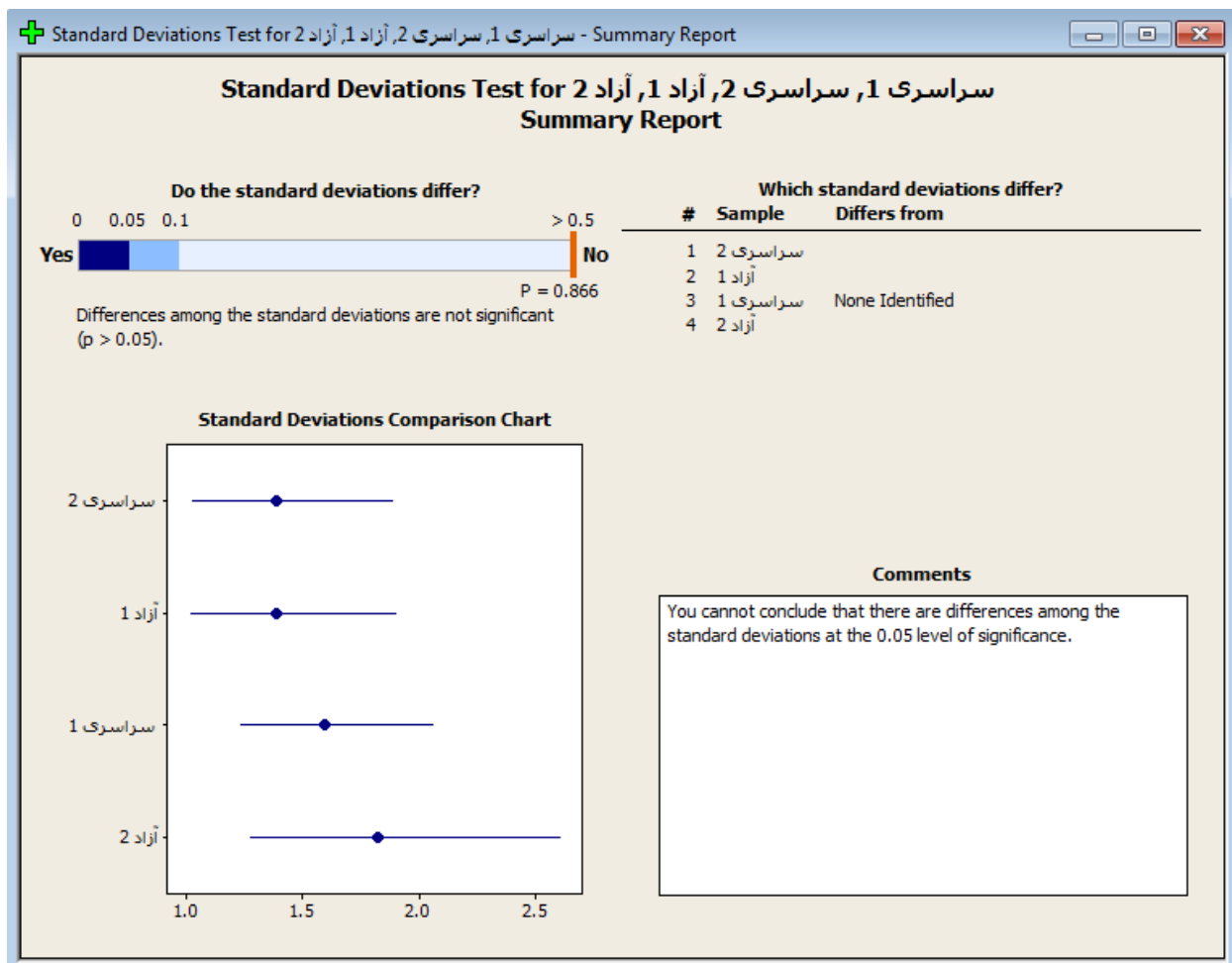
Test setup

What level of risk are you willing to accept of concluding differences among the standard deviations when there are none?

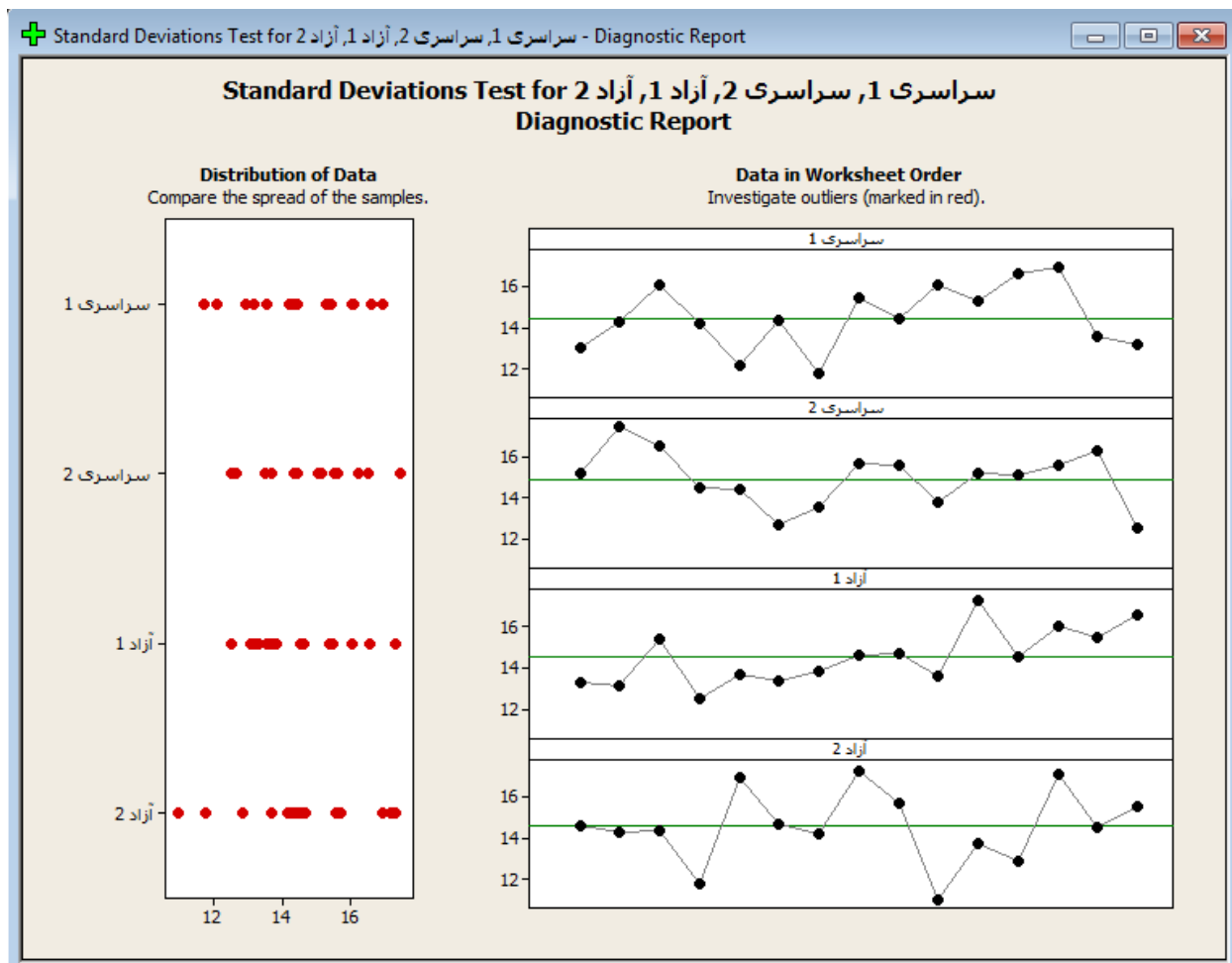
Alpha level: 0.05

Select

OK Cancel






تحلیل: مقدار P-Value برای آزمون لون برابر 0.866 شده که بیانگر پذیرفته شدن فرض صفر می باشد. هم چنین در نمودار Standard Deviation comparison chart هر نقطه بیانگر متوسط انحراف معیار نمرات هر دانشگاه می باشد که تقریباً می توان گفت متوسط آن ها با هم برابر است اما انحراف معیار نمرات دانشگاه آزاد 2 بیش از بقیه بوده ولی چون فرض برابری انحراف معیار نمرات هر دانشگاه پذیرفته شده پس این تفاوت تصادفی بوده است.



تحلیل: نمودار نمرات را برای هر دانشگاه رسم کرده که از روی این نمودار ها می توان حدس زد که متوسط انحراف معیار نمرات در هر دانشگاه برابر است.

Standard Deviations Test for 2 آزاد, 1, سراسری 2, سراسری 1 - Descriptive Statistics Report				
سراسری 1, سراسری 2, آزاد 1, آزاد 2 Descriptive Statistics Report				
Sample	Sample Size	Statistics		Individual 95% CI
		Mean	Standard Deviation	
سراسری 1	15	14.476	1.5903	(1.2188, 2.3868)
سراسری 2	15	14.894	1.3846	(1.0110, 2.1812)
آزاد 1	15	14.518	1.3854	(1.0005, 2.2068)
آزاد 2	15	14.577	1.8218	(1.3005, 2.9358)

تحلیل: در این قسمت می توانید میانگین نمونه, انحراف معیار نمونه و حد بالا و پایین در سطح اطمینانی که تعریف کردید را برای انحراف معیار هر دانشگاه مشاهده کنید.

Standard Deviations Test for 2 آزاد, 1 آزاد, 2 سراسری, 1 سراسری - Report Card		
Standard Deviations Test for 2 آزاد, 1 آزاد, 2 سراسری, 1 سراسری Report Card		
Check	Status	Description
Unusual Data		There are no unusual data points. Unusual data can have a strong influence on the results.
Normality		This analysis uses the Levene/Brown-Forsythe Test. With sufficiently large samples, the test performs well for both normal data and nonnormal data.
Validity of Test		Because some of the sample sizes are less than 20, the p-value may not be accurate. Consider increasing the sample sizes to at least 20.

تحلیل: در قسمت Unusual data بحث تصادفی بودن داده ها تایید شده است و در قسمت Normality به این نکته اشاره کرده که از آزمون Levene و Brown-Forsythe برای تساوی واریانس ها استفاده می کند چون آزمون های فوق هم برای مشخصه ها با توزیع نرمال و هم غیر نرمال به کار می رود. و در قسمت Validity of test به این نکته اشاره کرده که اگر می خواهید آزمون دقیق تری داشته باشید بهتر است اندازه نمونه برای هر جامعه حداقل 20 تا باشد.

آزمون فرض نسبت

با استفاده از این آزمون فرض می توان بررسی کرد که آیا نسبت در یک جامعه برابر مقدار خاصی است یا خیر؟ برای مثال آیا نسبت طرفداران یک تیم فوتبال در یک جامعه 0.8 می باشد یا خیر؟ توجه داشته باشید در این آزمون فرض اندازه نمونه بزرگ تر از 30 تا باشد در این صورت بنا به قضیه حد

مرکزی p دارای توزیع نرمال با میانگین p و واریانس $\frac{p(1-p)}{n}$ می باشد پس آماره آزمون

$H_0: p = p_0$ به صورت زیر به دست می آید:

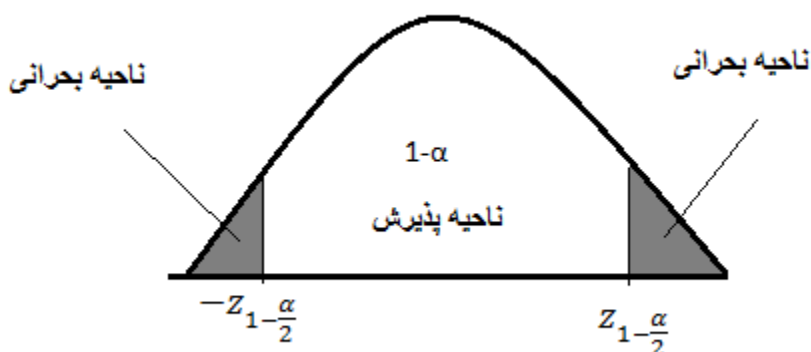
$$z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

که در رابطه فوق $\hat{p} = \frac{x(event)}{n(trial)}$ می باشد.

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک های مختلف عبارت است از:

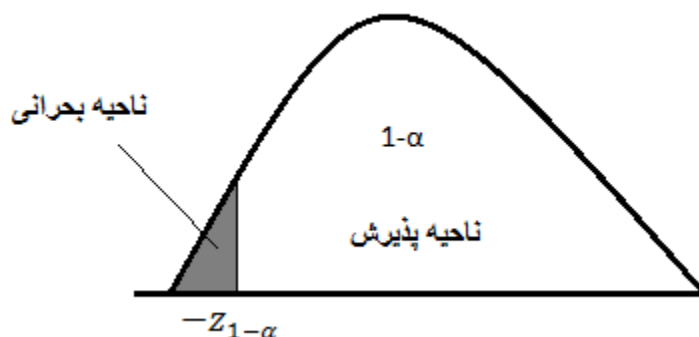
در صورتیکه $H_1: p \neq p_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$z_0 \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{یا} \quad z_0 \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$



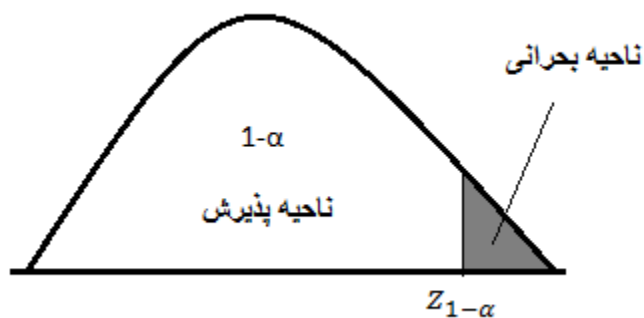
در صورتیکه $H_1: p < p_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$z_0 \leq -z_{1-\alpha}$$



در صورتیکه $H_1: p > p_0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$Z_0 \geq z_{1-\alpha}$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: p \neq p_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای نسبت جامعه عبارت است از:

$$\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

و در صورتیکه $H_1: p < p_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه بالا برای نسبت جامعه عبارت است از:

$$-\infty < p < \hat{p} + z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

و اگر $H_1: p > p_0$ باشد برآورد فاصله ای روبه پایین برای نسبت جامعه عبارت است از:

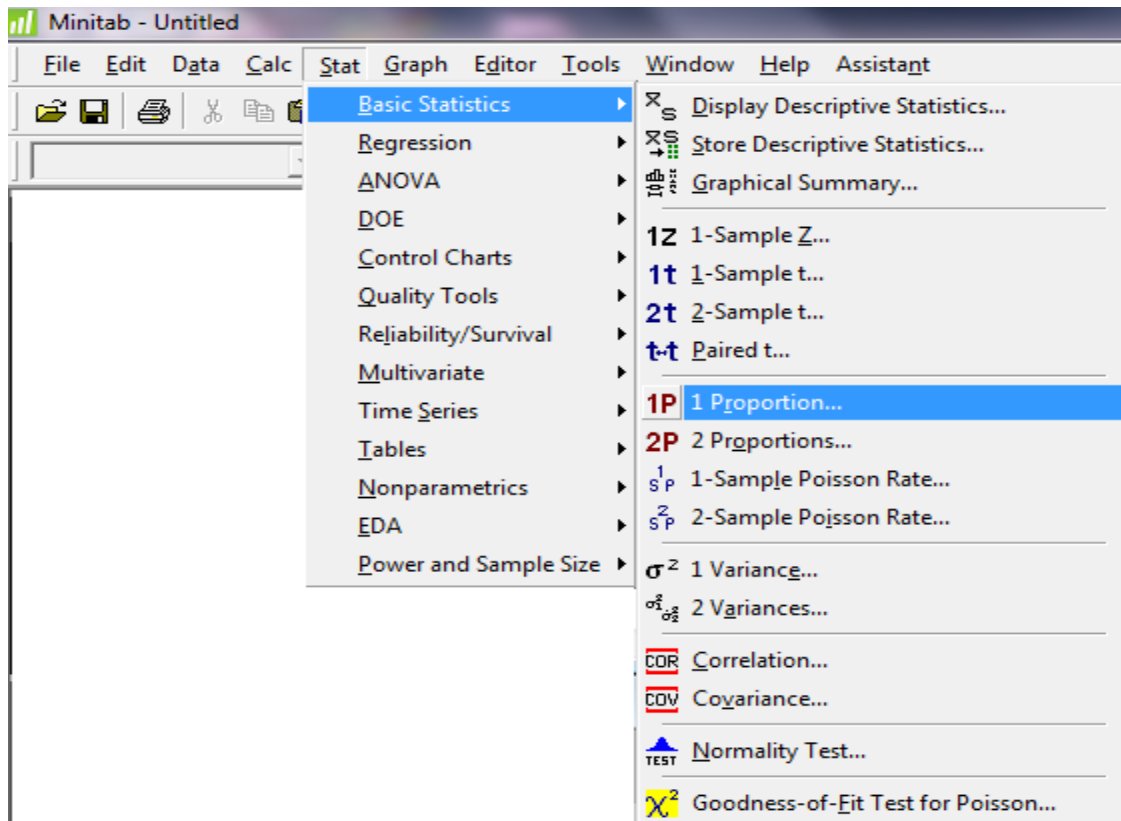
$$\hat{p} - z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر p_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

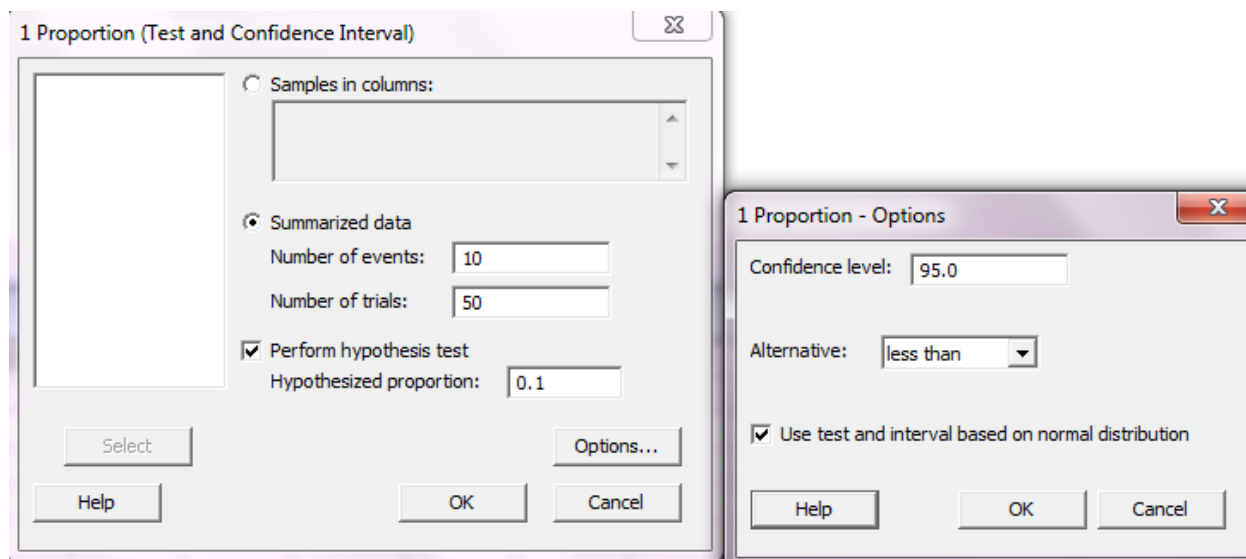
طریقه انجام آزمون فرض نسبت با Minitab

مثال: فرض کنید می خواهیم ببینیم آیا نسبت اقلام معیوب در یک فرآیند تولید برابر با 0.1 می باشد یا کمتر از آن است ؟ لذا یک نمونه ی 50 تایی از فرآیند تولید گرفته که 10 تا از آن ها معیوب می باشد. در سطح اطمینان 95% آیا فرض برابر بودن نسبت اقلام معیوب با 0.1 صحیح می باشد:

قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم دوم: چون خلاصه اطلاعات مسئله را داریم پس گزینه Summarized data را انتخاب کرده و در قسمت Number of event عدد 10 و در قسمت Number of trial عدد 50 را وارد کنید و گزینه ی Perform hypothesis test را فعال کرده و در قسمت hypothesized proportion مقدار 0.1 را وارد کنید و به Options رفته و در قسمت Confidence level مقدار سطح اطمینان را که برابر 0.95 می باشد را وارد کنید و چون می خواهیم فرض $H_0: p = 0.1$ در برابر $H_1: p < 0.1$ آزمون کنیم پس در کادر مقابل Alternative , Less than را انتخاب کنید. هم چنین چون اندازه نمونه بیش از 30 تا می باشد حتما گزینه ی Use test and interval based on normal distribution را انتخاب کنید و OK را بزنید.



Test and CI for One Proportion

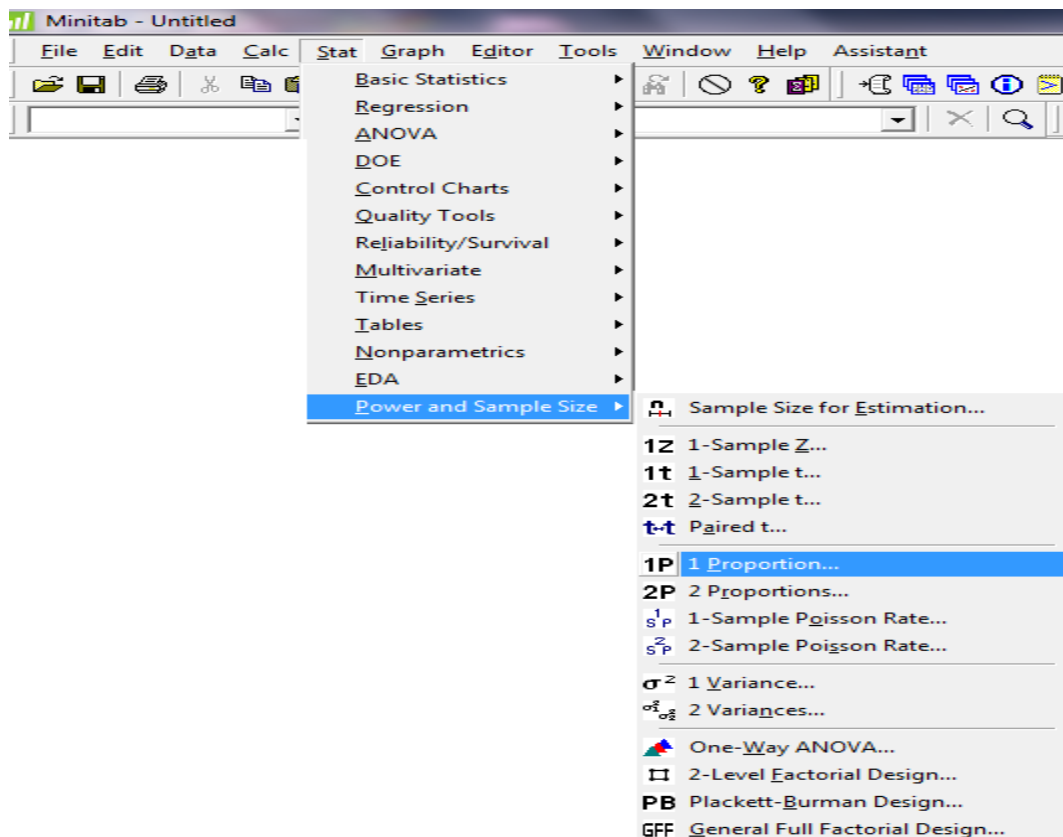
Test of $p = 0.1$ vs $p < 0.1$

			95% Upper			
Sample	X	N	Sample p	Bound	Z-Value	P-Value
1	10	50	0.200000	0.293047	2.36	0.991

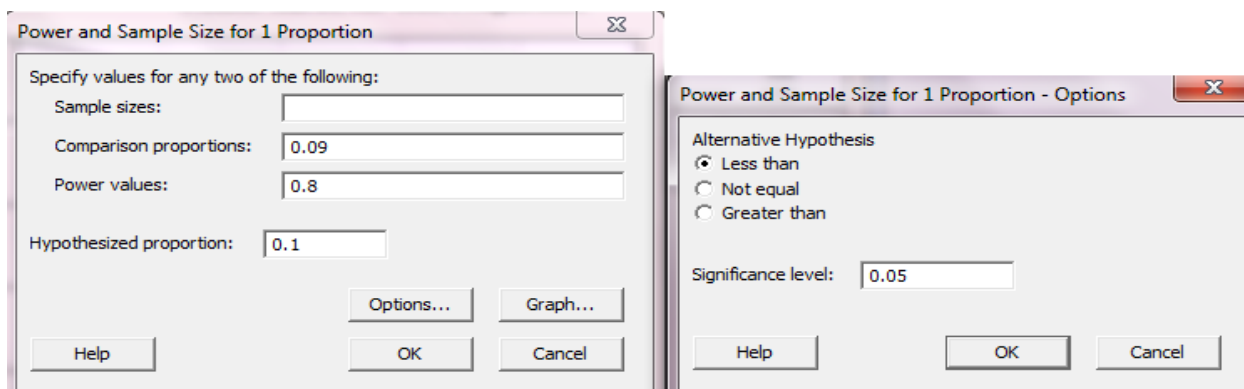
Using the normal approximation.

تحلیل: مقدار P-Value برابر 0.9 شده پس فرض اینکه نسبت اقلام معیوب برابر 0.1 یا بیش تر از آن است قبول می شود. هم چنین حد بالا برای نسبت اقلام معیوب فرآیند برابر 0.29 می باشد.

فرض کنید در مثال فوق بخواهیم اندازه نمونه لازم برای وقتی که نسبت اقلام معیوب به 0.09 رسید را با احتمال 0.8 کشف کنیم، به دست بیاوریم برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



کادر مقابل Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Comparison proportions نسبتی را که فرآیند به آن تغییر می کند را وارد کنید که در این مثال برابر 0.09 می باشد و در کادر مقابل Power values احتمال کشف تغییر 0.8 را وارد کنید و در قسمت hypothesized proportions عدد 0.1 را وارد کنید و به Options رفته و در قسمت Alternative hypothesis گزینه ی Less than را انتخاب کرده و OK را بزنید.



Power and Sample Size

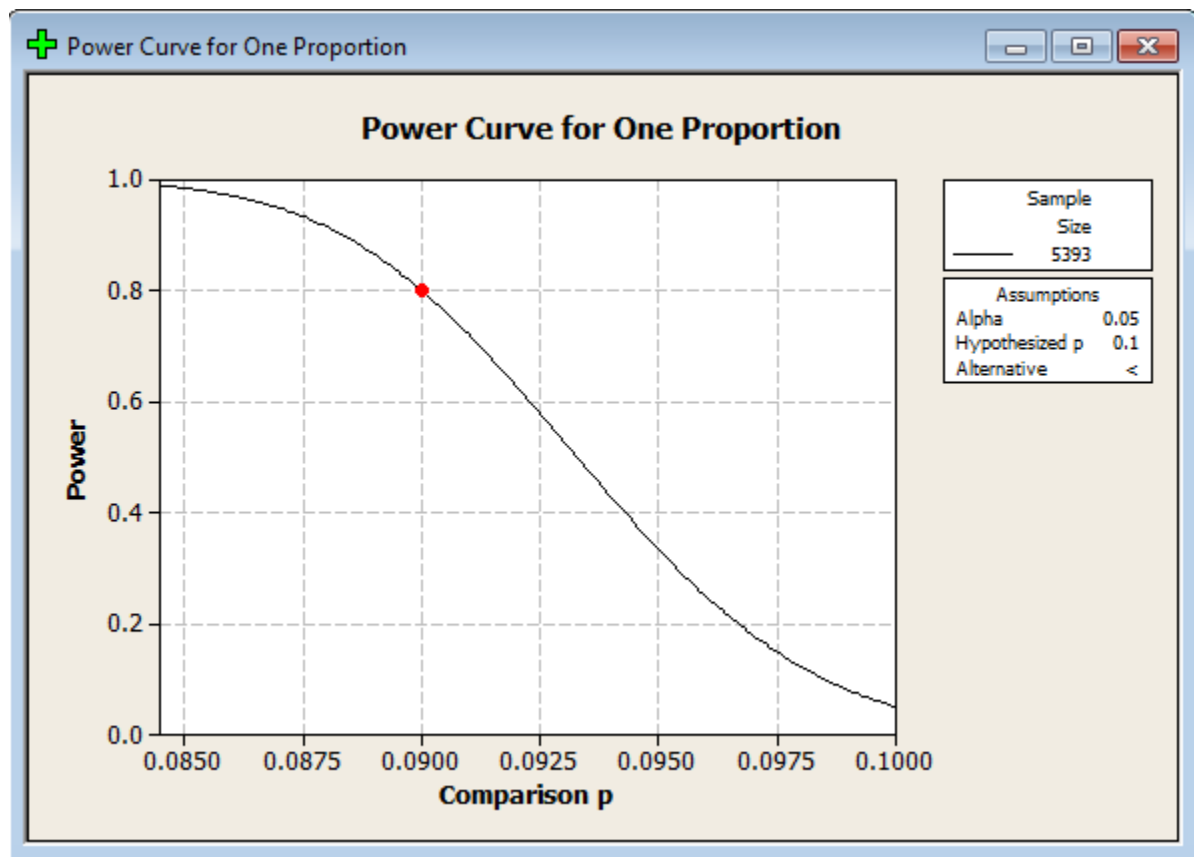
Test for One Proportion

Testing $p = 0.1$ (versus < 0.1)

Alpha = 0.05

Comparison p	Sample Size	Target Power	Actual Power
0.09	5393	0.8	0.800056

Power Curve for One Proportion



تحلیل: اندازه نمونه لازم برای کشف چنین تغییری با احتمال 0.8 برابر 5393 می باشد.

آزمون فرض تفاضل دو نسبت در دو جامعه

با استفاده از این آزمون فرض می‌توانید بررسی کنید که آیا بین نسبت‌های دو جامعه‌ی مستقل از هم تفاوتی وجود دارد یا خیر؟ برای مثال آیا نسبت اقبال معیوبی که از دو تامین‌کننده مختلف برای مصرف‌کننده باقی می‌ماند برابر است؟ همانطور که گفته شد اگر اندازه نمونه‌ای که از هر جامعه تهیه می‌کنیم بزرگ‌تر مساوی 30 تا باشد پس نسبت در این جامعه توزیع نرمال دارد پس اگر از هر جامعه اندازه نمونه‌ای بیش از 30 تا تهیه کنیم، نسبت در هر جامعه توزیع نرمال دارد پس تفاضل دو نسبت در دو جامعه نیز توزیع نرمال با میانگین $P_1 - P_2$ و واریانس $\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}$ دارد. در نتیجه آماره آزمون برای فرض $H_0: p_1 - p_2 = p_0$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$z_0 = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}}$$

همچنین اگر $H_0: p_1 - p_2 = 0$ باشد آماره آزمون به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$z_0 = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

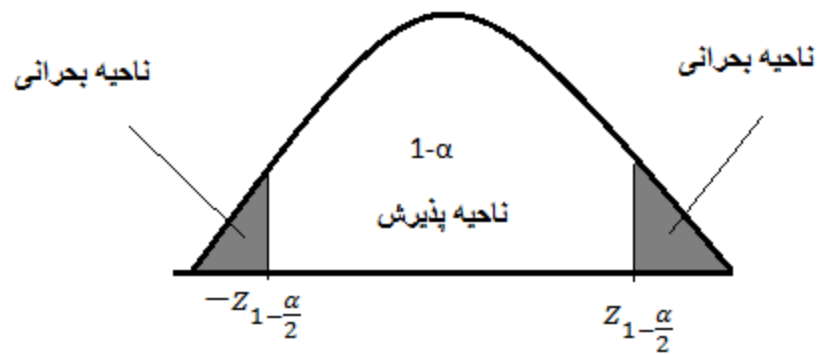
که در رابطه فوق

$$\hat{p} = \frac{p_1 + p_2}{n_1 + n_2}$$

اگر آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد آنگاه فرض صفر رد می‌شود، ناحیه بحرانی برای فرض یک‌های مختلف عبارت است از:

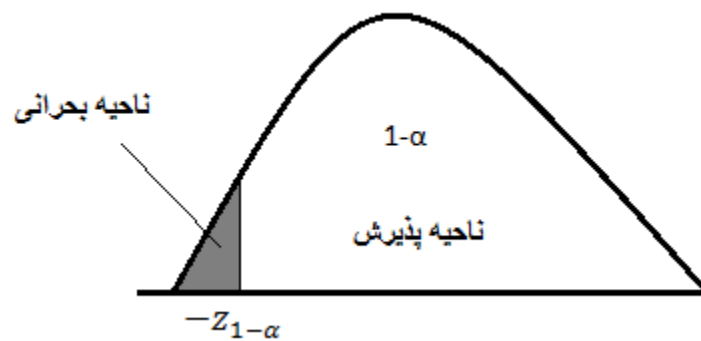
در صورتیکه $H_1: p_1 - p_2 \neq p_0$ یا $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$ باشد آنگاه H_0 رد می‌شود اگر:

$$z_0 \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{یا} \quad z_0 \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$



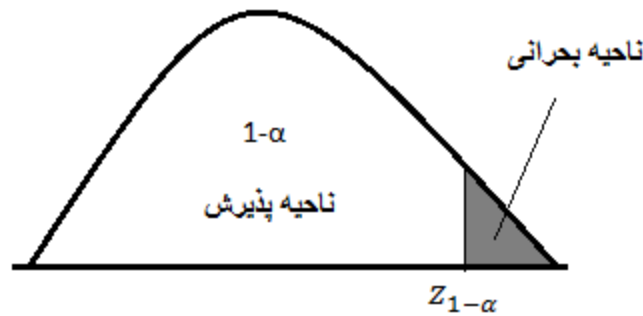
در صورتیکه $H_1: p_1 - p_2 < p_0$ یا $H_1: p_1 - p_2 < 0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$Z_0 \leq -Z_{1-\alpha}$$



در صورتیکه $H_1: p_1 - p_2 > p_0$ یا $H_1: p_1 - p_2 > 0$ باشد آنگاه H_0 رد می شود اگر:

$$Z_0 \geq Z_{1-\alpha}$$



هم چنین در صورتیکه $H_1: p_1 - p_2 \neq p_0$ یا $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای تفاضل نسبت در دو جامعه عبارت است از:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

هم چنین در صورتیکه $H_1: p_1 - p_2 < p_0$ یا $H_1: p_1 - p_2 < 0$ باشد برآورد فاصله ای یک طرفه رو به بالا برای تفاضل نسبت در دو جامعه عبارت است از:

$$-\infty < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

و در صورتیکه $H_1: p_1 - p_2 > p_0$ یا $H_1: p_1 - p_2 > 0$ باشد برآورد فاصله ای یک طرفه رو به پایین برای تفاضل نسبت در دو جامعه عبارت است از:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} < p_1 - p_2 < \infty$$

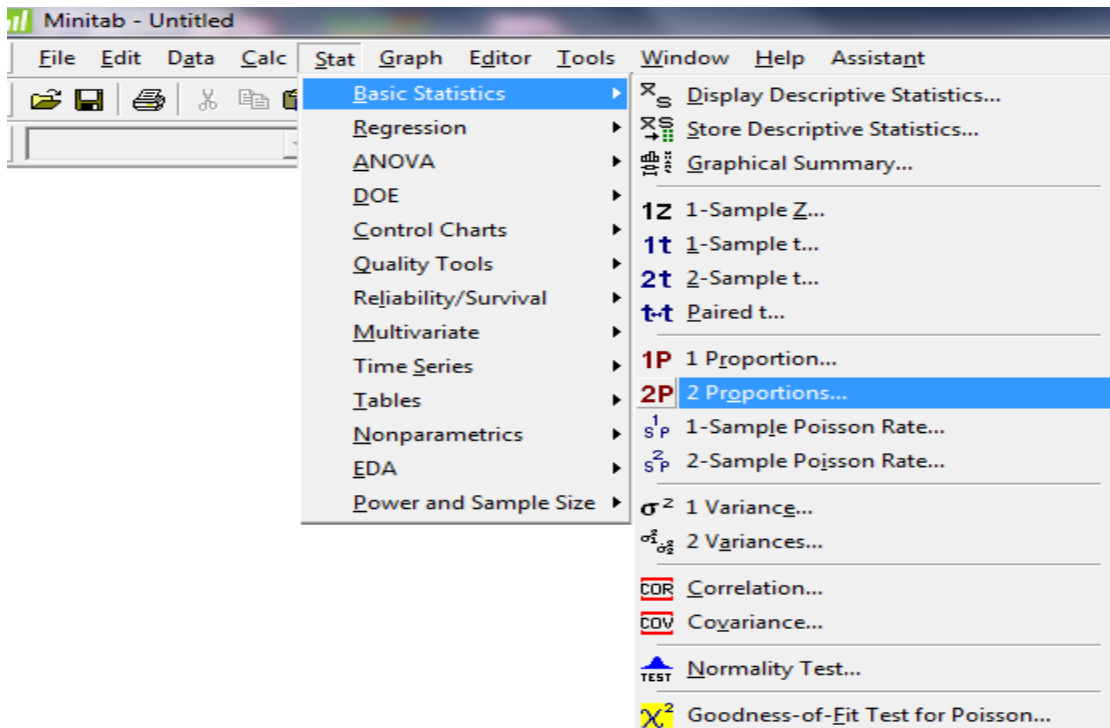
در هر یک از آزمون های فوق بنا بر آزمون اگر p_0 یا صفر در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

طریقه انجام آزمون فرض تفاضل دو نسبت در دو جامعه با Minitab

مثال: فرض کنید شما برای تهیه مواد اولیه با دو تامین کننده در ارتباط هستید. حال می خواهید از این دو، یکی را انتخاب کنید. در صورتیکه نسبت ارقام معیوب برای هر دو تامین کننده برابر باشد هر دوی آن ها را حفظ می کنید و در صورتیکه نسبت ارقام معیوب تامین کننده اول بیش از تامین کننده دوم باشد از تامین کننده دوم خرید خواهید کرد. یک نمونه تصادفی 50 تایی از هر یک از تامین کننده ها تهیه

کرده و مشاهده کردید 12 نمونه از تامین کننده اول و 10 نمونه از تامین کننده دوم معیوب می باشد. حال در سطح اطمینان 0.95 فرض برابری نسبت اقلام معیوب هر تامین کننده را بررسی کنید.

قدم اول: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم دوم: گزینه Summarized data را انتخاب کرده و در قسمت First اطلاعات مربوط به تامین کننده اول را وارد کنید چون 12 معیوب در 50 نمونه مشاهده کردید پس زیر Event عدد 12 و زیر Trials عدد 50 را وارد کنید همین کار را برای وارد کردن اطلاعات تامین کننده دوم در قسمت Second انجام دهید فقط این بار در قسمت Event عدد 10 و در قسمت Trial عدد 50 را وارد کرده و به Options رفته و در قسمت Confidence level سطح اطمینان را که برابر 0.95 می باشد وارد کنید و در قسمت Difference مقدار p_0 را وارد کنید که در این مثال برابر صفر میباشد پس برای اینکه آماره آزمون از رابطه دوم محاسبه شود گزینه Use pooled estimate of p for test را فعال کنید و در قسمت Alternative چون می خواهیم فرض $H_0: p_1 - p_2 = 0$ را در برابر $H_1: p_1 - p_2 > 0$ آزمون کنیم، پس Greater than را انتخاب کنید و OK را بزنید.

The image shows two overlapping Minitab dialog boxes. The main dialog is titled '2 Proportions (Test and Confidence Interval)'. It has three radio button options: 'Samples in one column', 'Samples in different columns', and 'Summarized data'. The 'Summarized data' option is selected. Under 'Summarized data', there are fields for 'Events' and 'Trials'. For the first sample, 'Events' is 12 and 'Trials' is 50. For the second sample, 'Events' is 10 and 'Trials' is 50. There are 'Select', 'Options...', 'Help', 'OK', and 'Cancel' buttons. The 'Options...' sub-dialog box is open to the right. It is titled '2 Proportions - Options'. It has a 'Confidence level' field set to 95.0, a 'Test difference' field set to 0.0, and an 'Alternative' dropdown menu set to 'greater than'. There is a checked box for 'Use pooled estimate of p for test'. It also has 'Help', 'OK', and 'Cancel' buttons.

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	12	50	0.240000
2	10	50	0.200000

Difference = $p(1) - p(2)$

Estimate for difference: 0.04

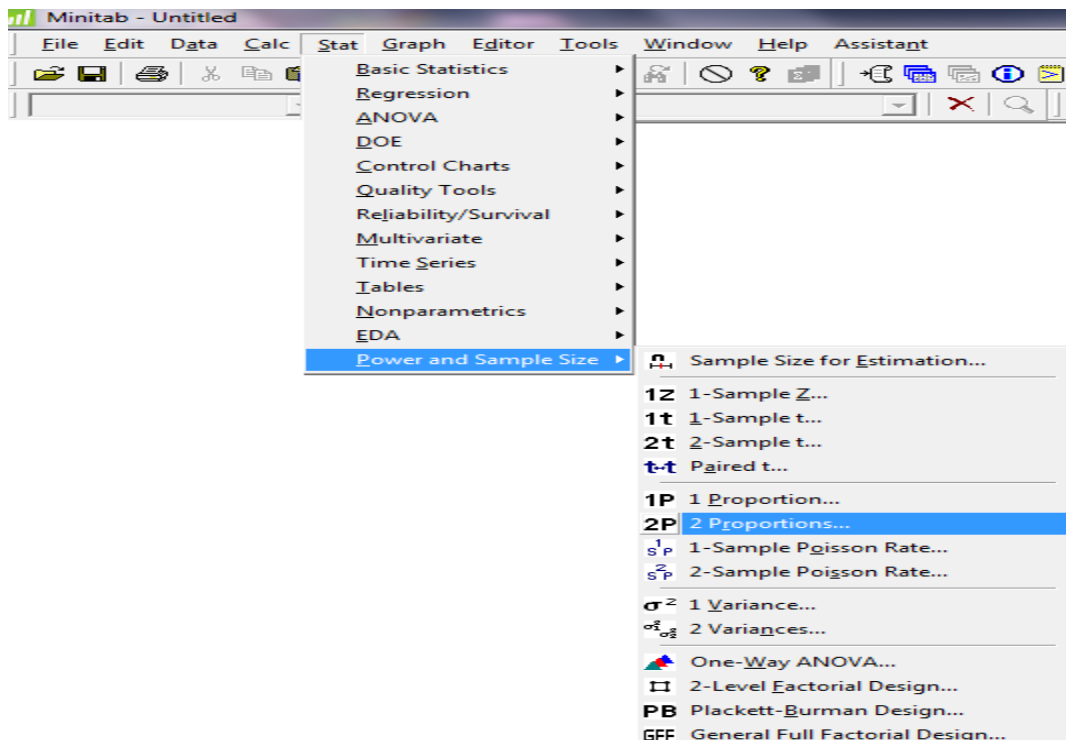
95% lower bound for difference: -0.0961160

Test for difference = 0 (vs > 0): $Z = 0.48$ P-Value = 0.315

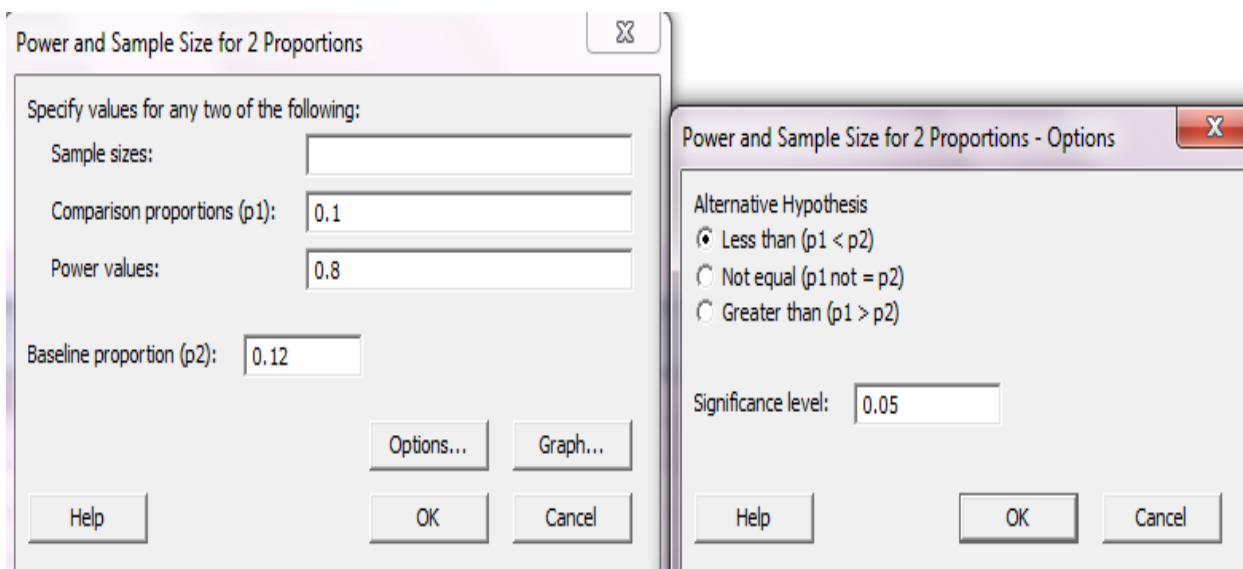
Fisher's exact test: P-Value = 0.405

تحلیل: مقدار P-Value برای این آزمون برابر 0.3 شده که بیش از 0.05 می باشد پس فرض صفر را مبنی بر تساوی نسبت اقسام معیوب هر دو تامین کننده می پذیریم هم چنین برآورد فاصله ای روبه پایین برای تفاضل نسبت اقسام معیوب هر دو تامین کننده از ∞ الی -0.09 می باشد و چون صفر را شامل می شود پس فرض صفر را می پذیریم.

حال فرض کنید بخواهیم اندازه نمونه لازم برای وقتی که نسبت اقسام معیوب تامین کننده اول برابر 0.12 و تامین کننده دوم 0.1 باشد را با احتمال 0.8 کشف کنیم، به دست بیاوریم. برای این کار مسیر زیر را دنبال کنید:



کادر مقابل Sample sizes را خالی گذاشته و در قسمت Comparison proportions مقدار 0.1 یا نسبت اقلام معیوب تامین کننده دوم را وارد کنید و در قسمت Base line proportions نسبت اقلام معیوب تامین کننده اول را که برابر 0.12 می باشد وارد کنید و در کادر مقابل Power values احتمال کشف تغییر را که برابر 0.8 می باشد وارد کنید و به Options رفته و در قسمت Alternative hypothesis گزینه Less than را انتخاب کنید و OK را بزنید.



Power and Sample Size

Test for Two Proportions

Testing comparison $p = \text{baseline } p$ (versus $<$)

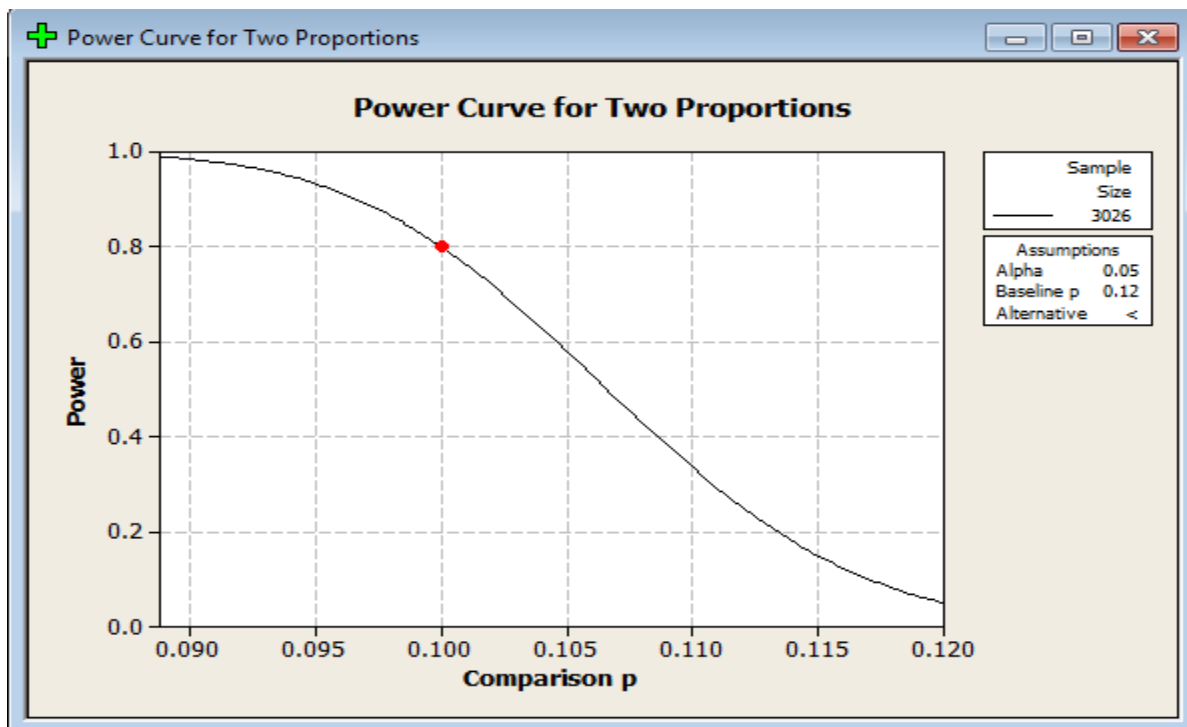
Calculating power for baseline $p = 0.12$

Alpha = 0.05

Comparison p	Sample Size	Target Power	Actual Power
0.1	3026	0.8	0.800079

The sample size is for each group.

Power Curve for Two Proportions



تحلیل: اندازه نمونه لازم برای کشف اختلاف نسبت اقلام معیوب تامین کننده اول به تامین کننده دوم برابر 3026 به دست آمده است.

آزمون فرض متوسط تعداد رویدادها برای توزیع پواسون

با استفاده از این آزمون فرض می توان بررسی نمود که آیا متوسط تعداد رویدادها در یک بازه زمانی یا مکانی برای یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون، برابر مقدار خاصی است یا خیر؟ برای مثال آیا متوسط تعداد غلط های تایپی در یک صفحه کتاب برابر 5 تا می باشد یا خیر؟ توجه داشته باشید در صورتیکه مجموع تعداد رویدادها در نمونه گیری بیش از 10 تا باشد برای محاسبه P-Value از توزیع نرمال استفاده کنید. محاسبه P-value برای توزیع نرمال با توجه به فرض یک های مختلف به قرار زیر است:

در صورتیکه $H_1: \lambda \neq \lambda_0$ باشد P-Value عبارت است از:

$$P - Value = 2p(Z > \left| \sqrt{\frac{n}{\lambda_0 t}} (\hat{\lambda}t - \lambda t) \right| : \lambda \sim N(\lambda_0, \sqrt{\lambda_0}))$$

که در رابطه فوق n اندازه نمونه، t طول بازه زمانی یا مکانی که از آن n نمونه گرفته شده است و $\hat{\lambda}$ تخمین متوسط تعداد رویدادها می باشد که معمولاً بهترین تخمین همان میانگین نمونه می باشد.

در صورتیکه $H_1: \lambda > \lambda_0$ باشد P-Value عبارت است از:

$$P - Value = p(Z > \sqrt{\frac{n}{\lambda_0 t}} (\hat{\lambda}t - \lambda t) : \lambda \sim N(\lambda_0, \sqrt{\lambda_0}))$$

و اگر $H_1: \lambda < \lambda_0$ باشد P-Value عبارت است از:

$$P - Value = p(Z < \sqrt{\frac{n}{\lambda_0 t}} (\hat{\lambda}t - \lambda t) : \lambda \sim N(\lambda_0, \sqrt{\lambda_0}))$$

برآورد فاصله ای برای آزمون $H_0: \lambda = \lambda_0$ بر اساس فرض یک های مختلف به صورت زیر می باشد:

در صورتیکه $H_1: \lambda \neq \lambda_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای متوسط تعداد رویدادها در یک جامعه عبارت است از:

$$\frac{\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}}{t} < \lambda < \frac{\bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}}{t}$$

که در رابطه فوق \bar{x} متوسط تعداد رویدادها در اندازه نمونه های (n) گرفته شده می باشد و t طول بازه زمانی یا مکانی می باشد.

و در صورتیکه $H_1: \lambda < \lambda_0$ باشد برآورد فاصله ای یک طرفه رو به بالا برای متوسط تعداد رویدادها در یک جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \lambda < \frac{\bar{x} + z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}}{t}$$

و اگر $H_1: \lambda > \lambda_0$ باشد برآورد فاصله ای یک طرفه رو به پایین برای متوسط تعداد رویدادها در یک جامعه عبارت است از:

$$\frac{\bar{x} - z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}}{t} < \lambda < \infty$$

در هر یک از آزمون های فوق اگر λ_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

حال اگر مجموع تعداد رویدادها کمتر از ده تا بود برآورد فاصله ای برای λ به ازای فرض یک های مختلف به صورت زیر است:

در صورتیکه $H_1: \lambda \neq \lambda_0$ باشد برآورد فاصله ای دوطرفه برای متوسط تعداد رویدادها در یک جامعه عبارت است از:

$$\frac{1}{2nt} \chi^2_{(2s, 1-\frac{\alpha}{2})} < \lambda < \frac{1}{2nt} \chi^2_{(2(s+1), \frac{\alpha}{2})}$$

که در رابطه فوق s مجموع تعداد رویدادها می باشد.

و در صورتیکه $H_1: \lambda < \lambda_0$ باشد برآورد فاصله ای یک طرفه رو به بالا برای متوسط تعداد رویدادها در یک جامعه عبارت است از:

$$-\infty < \lambda < \frac{1}{2nt} \chi_{(2(s+1), \alpha)}^2$$

و اگر $H_1: \lambda > \lambda_0$ باشد برآورد فاصله ای یک طرفه رو به پایین برای متوسط تعداد رویداد ها در یک جامعه عبارت است از:

$$\frac{1}{2nt} \chi_{(2s, 1-\alpha)}^2 < \lambda < \infty$$

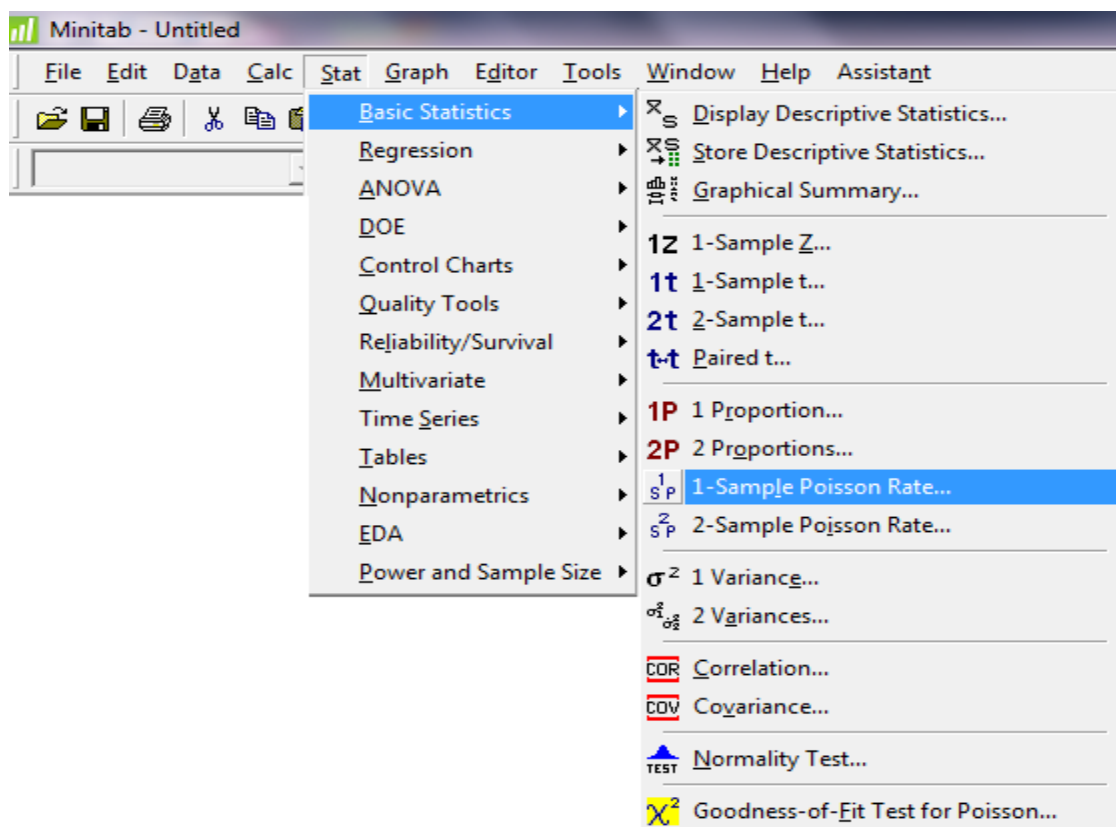
در هر یک از آزمون های فوق اگر λ_0 در برآورد فاصله ای آن باشد، فرض یک رد می شود.

طریقه انجام آزمون فرض متوسط تعداد رویدادها برای توزیع پواسون با Minitab

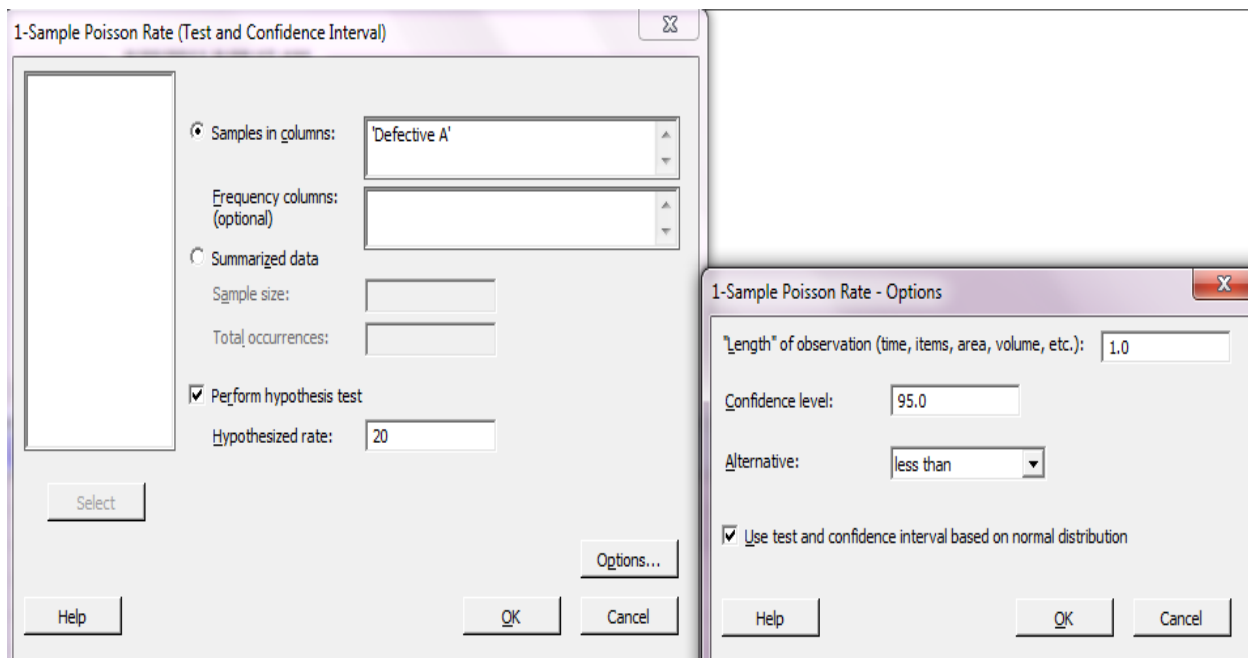
مثال: کارخانه A سازنده تلویزیون می باشد. آن ها در هر فصل در ده سال گذشته تعداد نقص ها را در تلویزیون ها ثبت می کردند. آیا متوسط تعداد نقص در سطح اطمینان 0.95 کمتر از 20 تا می باشد؟

قدم اول: کاربرگ TVDEFECT.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: گزینه Sample in columns را انتخاب کرده و ستون "Defective A" را در کادر مقابلش وارد کنید. هم چنین گزینه Perform hypothesis test را انتخاب کرده و در کادر مقابل Hypothesized rate مقدار λ_0 را که برابر 20 تا نقص در یک فصل می باشد وارد کنید. حال Options را انتخاب کرده و در قسمت Length of observation عدد یک را وارد کنید چون ما تعداد نقص ها را در یک فصل ثبت کردیم و λ_0 نیز همان متوسط تعداد نقص در یک فصل می باشد، اگر λ_0 متوسط تعداد نقص در یک سال بود و ما تعداد نقص ها را در هر فصل ثبت می کردیم آن گاه در کادر مقابل Length of observation عدد چهار را وارد می کردیم. حال در کادر مقابل Confidence level مقدار سطح اطمینان را که 95% می باشد وارد کنید و در قسمت Alternative فرض $H_0: \lambda = 20$ را در برابر $H_1: \lambda < 20$ آزمون کنیم، پس Less than را انتخاب کنید. هم چنین چون تعداد نقص ها در هر فصل بیش از ده تا بوده می توانید گزینه Use test and confidence interval based on normal distribution را انتخاب کنید و OK را بزنید.



Results for: TVDefect.MTW

Test and CI for One-Sample Poisson Rate: Defective A

Test of rate = 20 vs rate < 20

Variable	Total Occurrences	N	Rate of Occurrence	95% Upper Bound	Z-Value	P-Value
Defective A	713	40	17.8250	18.9230	-3.08	0.001

"Length" of observation = 1.

تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-value برابر 0.01 شده و کمتر از 0.05 می باشد پس فرض صفر رد می شود و نتیجه می گیریم متوسط تعداد نقص در هر فصل کمتر از 20 تا می باشد. هم چنین حد بالا برای این تعداد نقص در هر فصل 18.92 تا می باشد.

آزمون های مربع کای Chi-Square Tests

آزمون نیکویی برازش مربع کای Chi-Square goodness of fit-Test

از این آزمون هنگامی استفاده می کنیم که ببینیم آیا متغیر تصادفی ما از رفتار خاصی پیروی میکند یا خیر؟ معمولاً یکی از ضعف هایی که آزمون های نیکویی برازش مربع کای دارد این است که اندازه نمونه باید بسیار بزرگ باشد تا به جواب نسبتاً مطمئنی برسیم، معمولاً اندازه نمونه های بیش از 100 تا می تواند مفید واقع شود. شاید این ضعف آزمون های نیکویی برازش مربع کای را آزمون کولموگروف – اسمیرنوف پوشش داده است که در اندازه نمونه های پایین نیز به جواب های مطمئنی میرسیم. هرچند متأسفانه یکی از ضعف های Minitab این است که آزمون کولموگروف اسمیرنوف را فقط برای آزمودن متغیرهایی با توزیع نرمال و آزمون نیکویی برازش را فقط برای توزیع پواسون انجام می دهد. فرض صفر و يك، آماره آزمون و شرط پذیرش و رد فرض صفر آزمون نیکویی برازش مربع کای به صورت زیر است:

$$\begin{cases} H_0: X \sim \text{تابع توزیع خاص دارد} \\ H_1: X \not\sim \text{تابع توزیع خاص ندارد} \end{cases}$$

آماره آزمون :

$$X_0^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}, \quad e_i = nxp_i$$

سطح	O_i	e_i
1	O_1	e_1
2	O_2	e_2
...
k	O_3	e_3

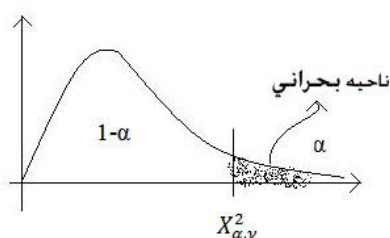
O_i : فراوانی مشاهده شده سطح i ام

e_i : فراوانی مورد انتظار سطح i ام

K : تعداد سطوحی که مشاهدات را تقسیم می کنیم.

N تعداد کل نمونه ها

P_i : احتمال رده i ام $0 \leq p_i \leq 1$



فرض صفر رد می شود اگر:

$$X_0^2 > x_{\alpha}^2(k - 1 - \rho)$$

ρ : تعداد پارامتر هایی که از تخمین آن استفاده می شود .

آزمون نیکویی برازش مربع کای برای توزیع پواسون

با استفاده از این آزمون فرض می توانیم بررسی کنیم که آیا نمونه هایی که از متغیر تصادفی گسسته جمع آوری کردیم توزیع پواسون دارد یا خیر؟ پس فرض صفر و یک در این آزمون به صورت زیر می باشد:

$$H_0: x \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

$$H_1: x \not\sim \text{Poisson}(\lambda)$$

در این آزمون هر سطح بیانگر پیشامد اندازه مشخصی از یک رویداد می باشد و O_i فراوانی مشاهده شده آن پیشامد می باشد. همچنین N برابر با مجموع فراوانی های مشاهده شده یا همان مجموع O_i ها می باشد. از آنجاییکه هر سطح برابر یک x یا یک متغیر تصادفی می باشد پس احتمال هر رده (p_i) برابر است با

$$p(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

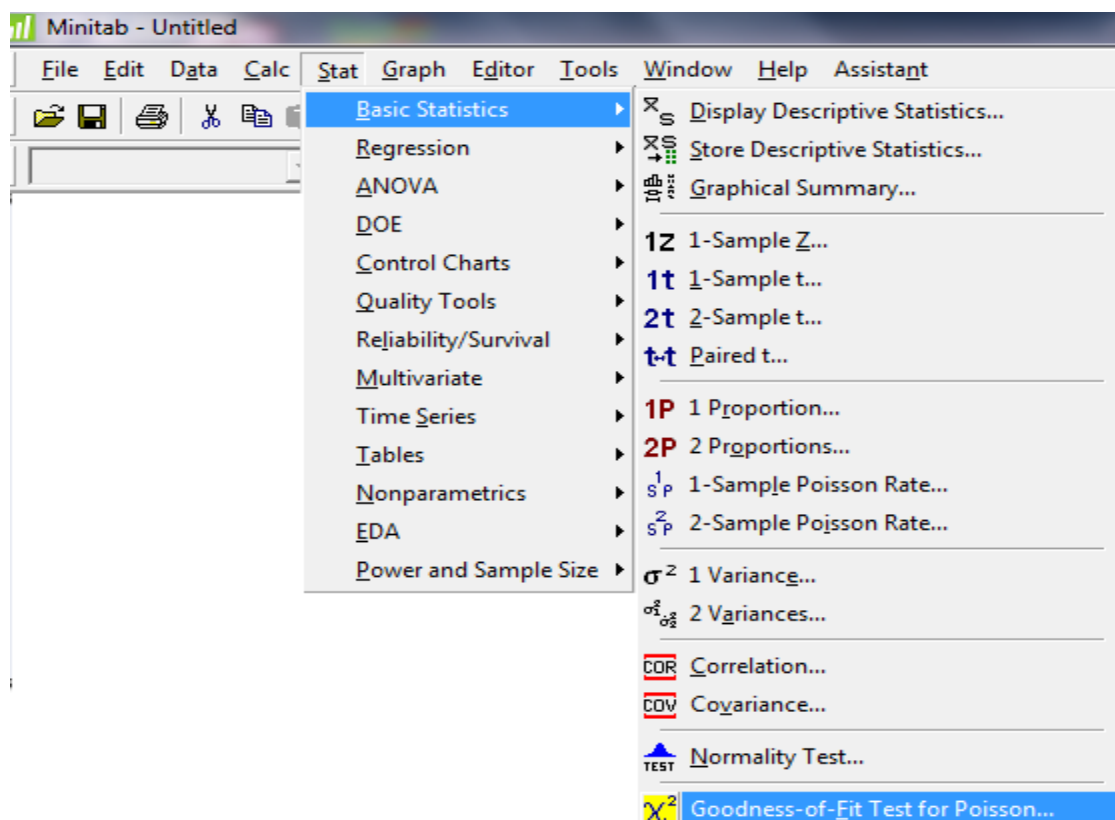
همچنین در صورتیکه λ را نداشته باشیم از تخمین Maximum Likelihood Estimation) MLE (استفاده می کنیم که همان میانگین نمونه (\bar{x}) می باشد. در نظر داشته باشید که اگر e کمتر از 5 باشد آن سطح را ادغام میکنیم.

طریقه انجام آزمون نیکویی برازش مربع کای برای توزیع پواسون با Minitab

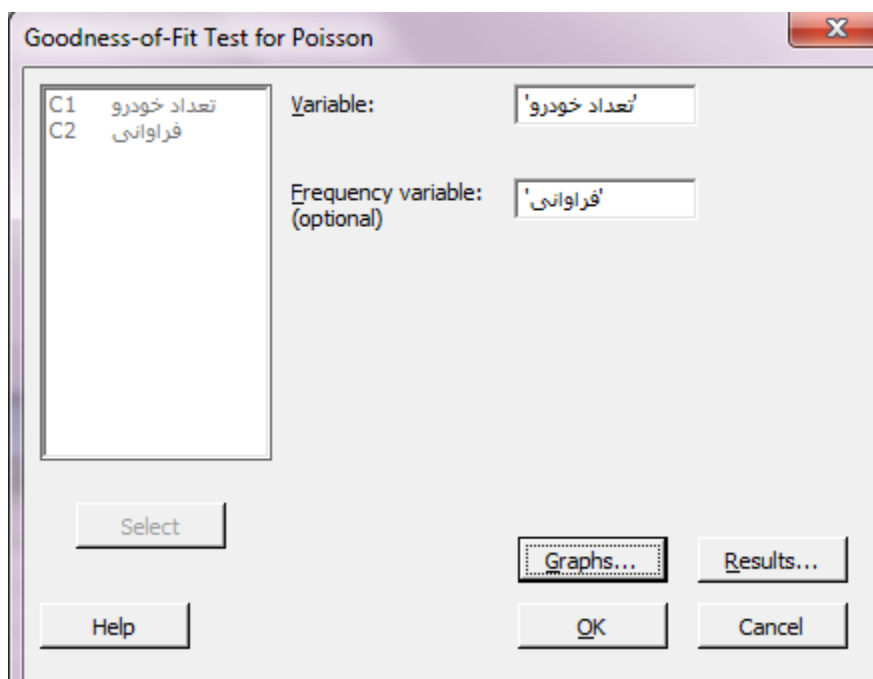
مثال: فرض کنید شما به عنوان بازرس ترافیک تعداد خودروهایی که در یک دوره ی زمانی پنج دقیقه ای به تقاطع می رسند را ثبت می کنید. آیا پیشامد تعداد رسیدن خودرو در یک بازه پنج دقیقه ای در سطح اطمینان 0.95 توزیع پواسون دارد یا خیر؟

قدم اول: کاربرگ Khodro.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در کادر مقابل Variable ستون "تعداد خودرو" و در کادر مقابل Frequency variable ستون "فراوانی" را وارد کرده و OK را بزنید.



Results for: khodro.MTW

Goodness-of-Fit Test for Poisson Distribution

Data column: تعداد خودرو

Frequency column: فراوانی

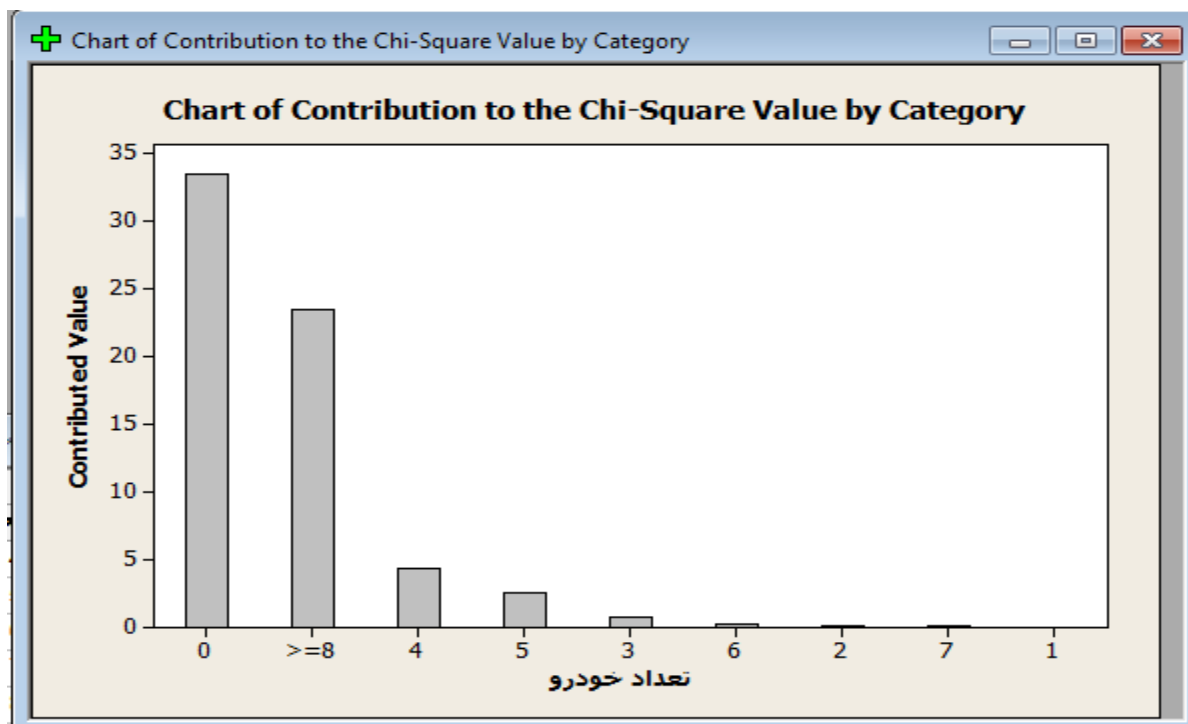
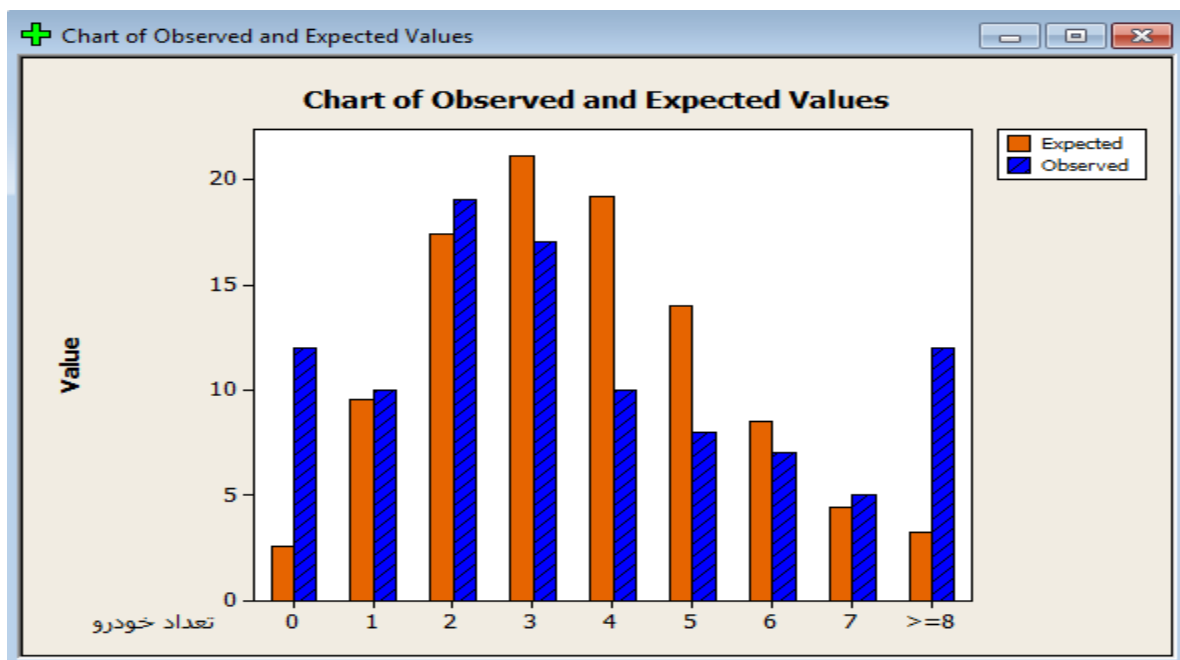
Poisson mean for تعداد خودرو = 3.64

تعداد خودرو	Observed	Poisson Probability	Expected	Contribution to Chi-Sq
0	12	0.026252	2.6252	33.4775
1	10	0.095559	9.5559	0.0206
2	19	0.173917	17.3917	0.1487
3	17	0.211019	21.1019	0.7973
4	10	0.192027	19.2027	4.4103
5	8	0.139796	13.9796	2.5577
6	7	0.084809	8.4809	0.2586
7	5	0.044101	4.4101	0.0789
>=8	12	0.032521	3.2521	23.5313

N	N*	DF	Chi-Sq	P-Value
100	0	7	65.2810	0.000

3 cell(s) (33.33%) with expected value(s) less than 5.

Chart of Observed and Expected Values



تحلیل: همانطور که مشاهده می کنید مقدار P-value برابر صفر شده پس فرض صفر مبنی بر اینکه داده ها توزیع پواسون دارند رد می شود.

توجه داشته باشید مقدار P-Value در آزمون های مربع کای را می توانید با هر مقدار دلخواهی از α مقایسه کنید. مقدار P-value برای کلیه آزمون های مربع کای به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P - Value = p(\chi_v^2 > \chi_0^2)$$

که در رابطه فوق v درجه ی آزادی می باشد که بنا بر نوع آزمون به دست می آید.

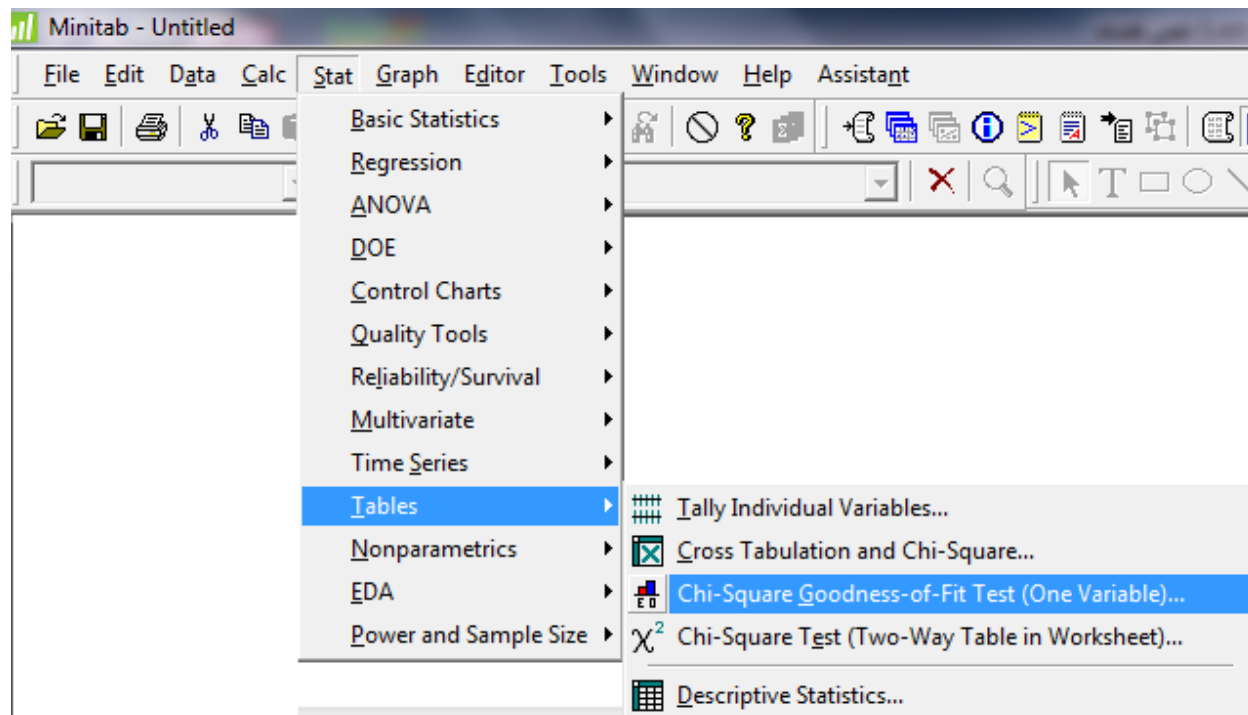
برخی کاربرد های دیگر آزمون مربع کای

مثال : جمع کل واحد هاي ناقص در توليد يك روز ، بر حسب نوبت هاي کار ثبت شد. اگر هیچ تفاوتی در کیفیت نوبت هاي کار نباشد، احتمال پیدا شدن هر واحد ناقص در هر نوبت کار $\frac{1}{3}$ است. تعداد مشاهدات 80 تا می باشد . به طوري که فراواني مورد انتظار از رابطه ي $e_i = np_i$ به دست مي آید.

$$e = 80 \times \frac{1}{3}$$

قدم اول: کاربرگ bazmani.MTW را از منوی File باز کنید.

قدم دوم : مسیر زیر را دنبال کنید:



قدم سوم: در قسمت Observed counts ستون " فراوانی" را وارد کنید و در کادر مقابل Category name ستون " نوبت کار " را وارد کنید. همچنین در قسمت Test ، Equal proportions را انتخاب کنید چون احتمال هر سطح یا رده با هم برابر می باشد در غیر این صورت گزینه Specific proportion را انتخاب کرده و ستونی را که احتمال هر سطح یا رده را مشخص می کند در کادر مقابلش وارد کنید فقط توجه داشته باشید که در این حالت مجموع احتمالات هر رده باید برابر یک شود. اگر میخواهید نسبت (P_i) را خود نرم افزار از روی اطلاعات گذشته محاسبه کند ، Proportions specified by historical counts را انتخاب کرده یا ستون مورد نظر (برای نسبت های گذشته) و یا يك عدد ثابت در ستون مقابل وارد کنید و Ok را بزنید.

Results for: bazmani.MTW

Chi-Square Goodness-of-Fit Test for Observed Counts in Variable: فراوانی

Using category names in کار نوبت

Category	Observed	Test Proportion	Expected	Contribution to Chi-Sq
1	20	0.333333	26.6667	1.66667
2	36	0.333333	26.6667	3.26667
3	24	0.333333	26.6667	0.26667

N	DF	Chi-Sq	P-Value
80	2	5.2	0.074

Chart of Contribution to the Chi-Square Value by Category

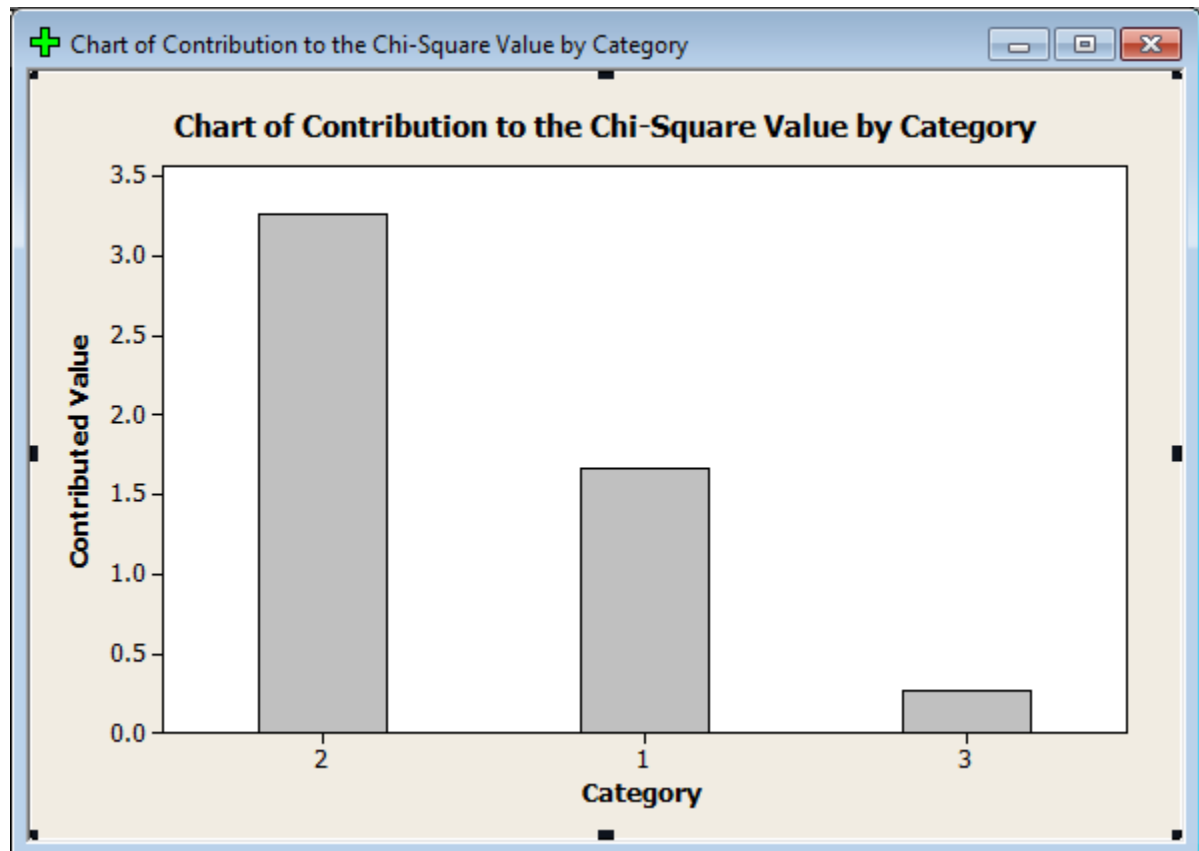
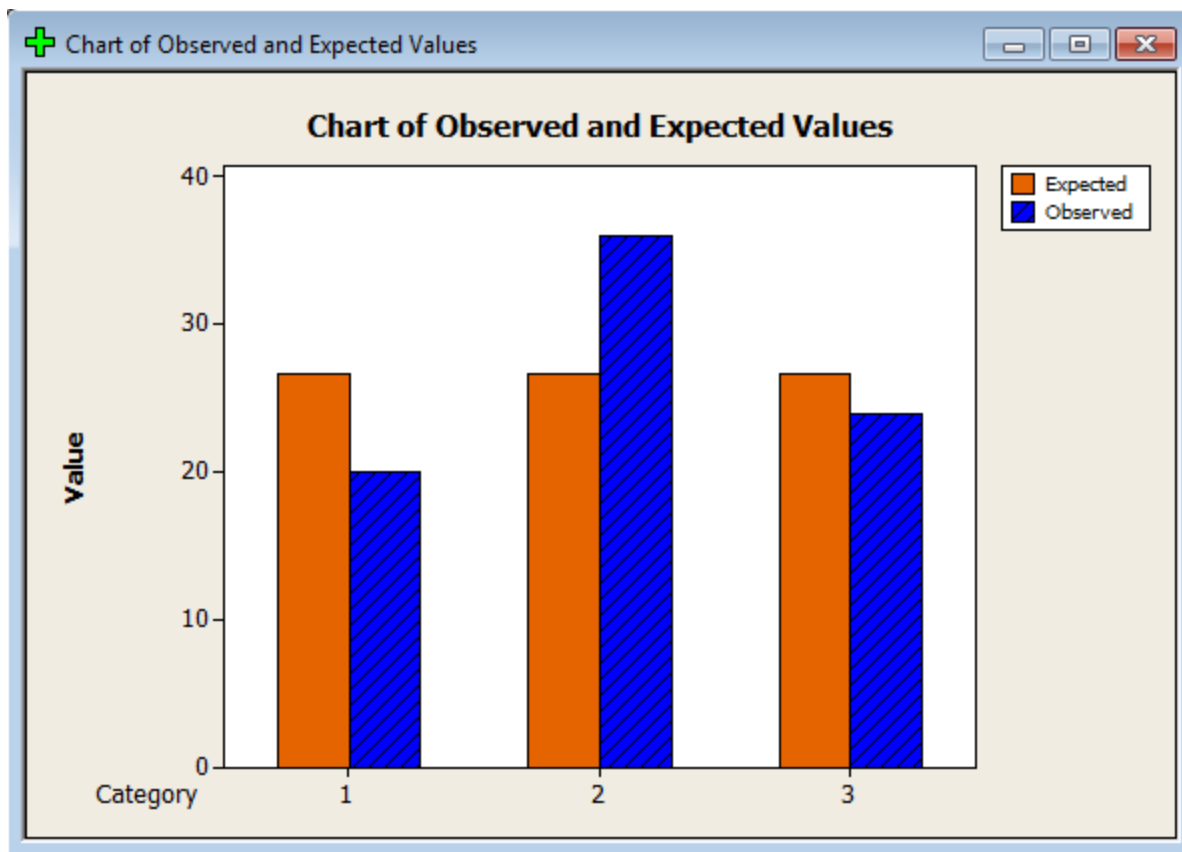


Chart of Observed and Expected Values



تحليل : با توجه به خروجي Session مقدار $P\text{-value}$ 0.074 شده و بیشتر از $\alpha=0.05$ مي باشد پس فرض صفر قبول مي شود. يعني نسبت واحد هاي ناقص در هر نوبت کار يکي مي باشد و تفاوت هايي که در فراواني مشاهده شده و فراواني مورد انتظار ديده مي شود معنی دار نیست.

آزمون فرض استقلال

این آزمون فرض بررسی مي کند که آیا اثر متغير x در سطوح مختلف بروي متغير y در سطوح مختلف یا برعکس ، اثري معنا دار است یا خير؟

فرض صفر و يك ، آماره آزمون و شرط پذيرش و رد فرض صفر این آزمون به صورت زیر است:

H_0 : x از y مستقل است

فراواني مشاهده شده در سطح i ام x از سطح j ام y با فراواني مورد انتظار در سطح i ام x از سطح j ام y تفاوت معنا داري ندارد

H_1 : x از y مستقل نیست

فراواني مشاهده شده در سطح i ام x از سطح j ام y با فراواني مورد انتظار در سطح i ام x از سطح j ام y تفاوت معنا داري دارد.

O_{ij} : فراوانی مشاهده شده در سطح x و سطح y .

e_{ij} : فراوانی مورد انتظار در سطح x و سطح y .

K : تعداد سطوح x

r : تعداد سطوح y

آماره آزمون

$$X_0^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

H_0 رد می شود اگر:

$$X_0^2 > x_{\alpha}^2((k-1)(r-1))$$

y \ x	1	2	...	R
1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1r}
2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2r}
...
k	O_{k1}	O_{k2}	...	O_{kr}

انجام آزمون فرض استقلال با Minitab

مثال: واکسنی که تصور میشد غیبت ناشی از آنفولانزا را کاهش دهد به 167 نفر در کارخانه ای تزریق شد و به 214 نفر تزریق نشد. نتایج به این شرح بود:

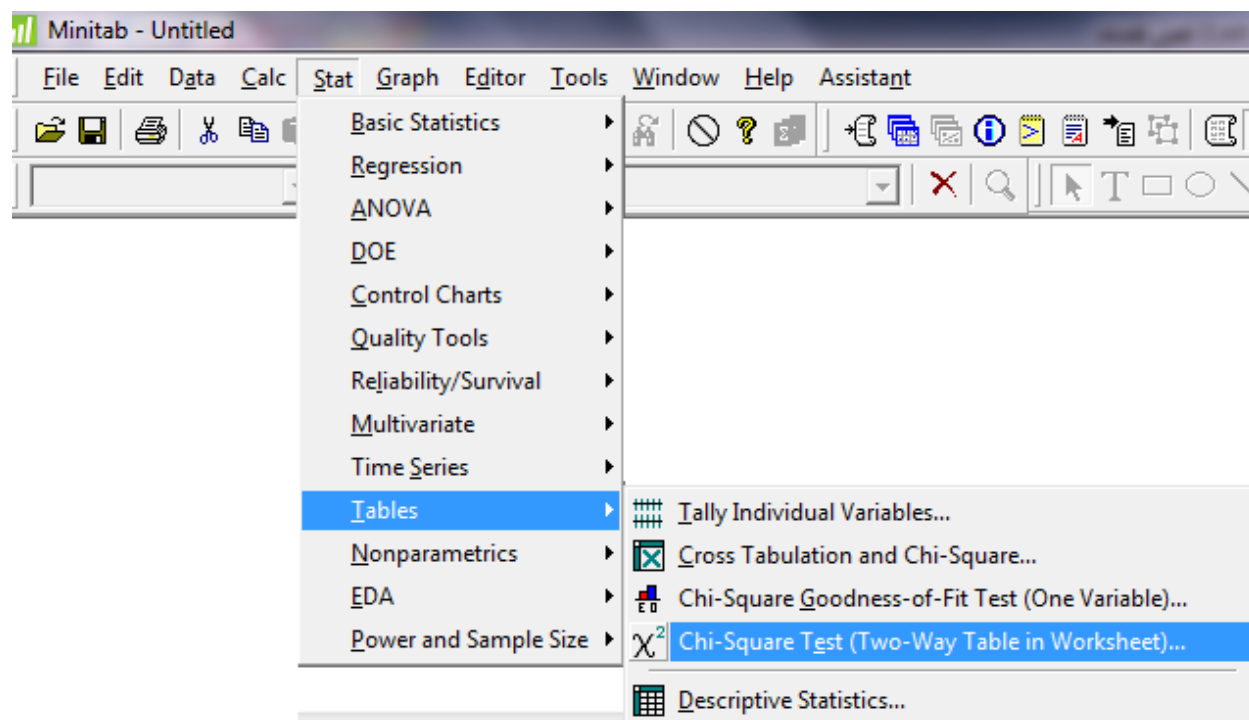
	افراد مبتلا به آنفولانزا	سالم
واکس زده	17	150
واکسن نزده	38	176

آیا واکسن تاثیری داشته است؟ ($\alpha=0.05$)

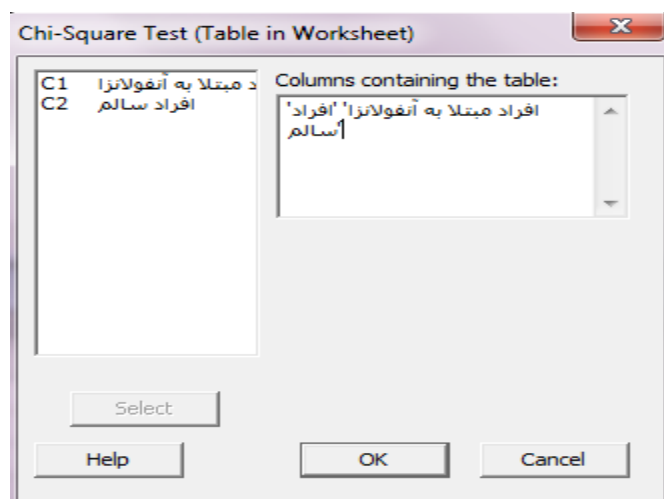
قدم اول: ستون C1 را افراد مبتلا به آنفولانزا در نظر گرفته و در این ستون 17 و 38 را وارد کنید. ستون C2 را افراد سالم در نظر گرفته و اعداد 150 و 176 را وارد کنید. در واقع این اعداد فراوانی مشاهده شده می باشند.

Worksheet 1 ***			
↓	C1	C2	C3-T
	افراد مبتلا به آنفولانزا	افراد سالم	
1	17	150	واکسن زده
2	38	176	واکسن نزده

قدم دوم: مسیر زیر را دنبال کنید.



قدم سوم: در قسمت Columns containing the table ستون های C1 و C2 را وارد کنید و Ok را بزنید.



Chi-Square Test: سالم افراد , آنفولانزا به مبتلا افراد

Expected counts are printed below observed counts

Chi-Square contributions are printed below expected counts

	مبتلا افراد	سالم افراد	Total
1	17	150	167
	24.11	142.89	
	2.096	0.354	
2	38	176	214
	30.89	183.11	
	1.635	0.276	
Total	55	326	381

Chi-Sq = 4.360, DF = 1, P-Value = 0.037

تحليل : مقدار P-value برابر 0.03 شده است. پس اگر فرض كنيم $\alpha=0.05$ مي باشد ، فرض صفر رد ميشود. يعني تزريق واكسن بر روي افراد تاثير داشته است و تفاوت هاي بين فراواني مشاهده شده و فراواني مورد انتظار معنا دار بوده است. مثلاً اگر فراواني مشاهده براي افراد واكسن نزده مبتلا به آنفولانزا برابر 38 به دست آمده و فراواني مورد انتظار آن در صفحه ي Session برابر 30.89 شده ، اين 7.4 اختلاف معنادار مي باشد يعني اينكه اگر اين افراد واكسن زده بودند تقريباً 7 نفرشان كمتر آنفولانزا مي گرفتند.

تمرینات فصل دهم

1- یک نوع موشک به مدت دو سال در انبار نگه داری شده است. دو سال قبل به هنگام پذیرش این موشک ها، میانگین برد معادل 2500 یارد و انحراف معیار آن 150 یارد بوده است. در حال حاضر باید در مورد حفظ یا عدم حفظ دسته ی موشک ها تصمیم گیری شود. اگر میانگین برد به میزان 150 یارد کاهش یافته باشد، چنین کاهشی باید با احتمال 0.9 کشف شود. به منظور اجرای آزمونی در سطح اطمینان 0.95 به چند مشاهده نیاز است؟ اگر میانگین نمونه 2401 یارد باشد، آیا نباید موشک ها حفظ شوند؟ (برد موشک ها دارای توزیع نرمال می باشد)

2- تصور کنید قصد بررسی این فرض در میان باشد که نقطه ذوب یک آلیاژ 1200 درجه ی سانتی گراد است. اگر نقطه ذوب بیش از 20 درجه تفاوت داشته باشد. تمایل به تغییر ترکیب آلیاژ وجود خواهد داشت. فرض کنید که α برابر 0.01 و β برابر 0.1 و انحراف معیار نمونه برابر 15 درجه می باشد. به چند مشاهده نیاز داریم؟ آیا ترکیب آلیاژ را تغییر دهیم؟ (نقطه ذوب آلیاژ دارای توزیع نرمال می باشد)

3- یک سازنده وسایل اندازه گیری مدعی است که انحراف معیار سنجش با وسایل ساخته ی او از 0.0003 بیشتر نیست. از تحلیل گری که از این ادعا بی اطلاع است و این وسیله را به کار می برد خواسته شده است که ضمن انجام وظایف عادی خود، 9 دفعه یک رشته اندازه گیری را تکرار کند. در پایان معلوم شده است که انحراف معیار 9 دفعه اندازه گیری، 0.0006 است. الف) بر اساس این نتیجه آیا رد کردن ادعای سازنده قابل توجیه است؟ ($\alpha = 0.01$) ب) اگر انحراف معیار واقعی معادل 0.0005 باشد، احتمال رد کردن فرض صفر چه قدر است؟

4- دو ماشین X و Y برای پر کردن بطری به کار می روند و باید بطری ها را با حجم خالص 5.65 لیتر پر کنند. فرآیند پر کردن بطری ها برای ماشین X دارای توزیع نرمال و با انحراف معیار 0.015 لیتر می باشد و فرآیند پر کردن بطری ها برای ماشین Y نیز دارای توزیع نرمال با انحراف معیار 0.016 لیتر است. پرسشی مبنی بر اینکه آیا هر دو ماشین عملکرد یکسانی دارند مطرح است. مهندس کنترل معتقد است که به علت توافق نسبی انحراف معیارها و بر اساس بعضی اقدامات دیگر، دو فرآیند به طور متوسط به میزان یکسانی بطری ها را پر می کنند. خواه این مقدار 5.65 لیتر باشد خواه نباشد. از هر ماشین یک نمونه تصادفی گرفته می شود آیا فرض مهندس کنترل صحیح است؟ ($\alpha = 0.05$) ب) در صورتیکه β برابر 0.05 باشد و اندازه نمونه برای هر فرآیند برابر باشد وقتی تفاوت واقعی 0.03 لیتر باشد به چند مشاهده از هر یک نیاز داریم؟

X:	5.63	5.61	5.68	5.65	5.65
	5.61	5.63	5.65	5.62	5.6
	5.68	5.64	5.66	5.61	5.68
	5.61	5.62	5.61	5.65	5.63

Y:

5.67	5.6	5.59	5.63	5.62
5.61	5.65	5.64	5.64	5.6
5.64	5.62	5.6	5.68	5.61
5.67	5.65	5.6	5.64	5.69

5- دو خط تولید مشابه X و Y ترانزیستور تولید می کنند. به ازای سطح اطمینان 0.99 تمایل به این آزمون وجود دارد که خط X در هر روز واحدهای بیشتری از Y تولید میکند. اگر متوسط تولید خط X برابر 1500 کالا باشد و 250 واحد از خط تولید Y بیشتر باشد و انحراف معیار هر یک مجهول ولی برابر باشد و تخمین آن 110 به دست آمده باشد، به چند مشاهده نیاز داریم تا با احتمال 0.9 پی به این تغییر ببریم؟ فرض کنید در یک مقطع زمانی دیگر بر اساس اندازه نمونه ای که به دست آمده نمونه گیری را از هر خط تولید انجام دادیم و متوسط تولید خط X برابر 2800 و متوسط خط تولید Y برابر 2680 می باشد با فرض ثابت ماندن انحراف معیارها آیا خط تولید X بیشتر از خط تولید Y تولید می کند؟

6- نوع جدیدی قالب برای تهیه ی بتن ساخته شده است. تصور کنید که قالب جدید مزایایی از قبیل سریع تر سخت شدن بتن و غیره نسبت به قالب استاندارد دارد. اما در مورد استحکام نهایی محصول کامل شده ابراز تردید شده است. از نظر اقتصادی انجام دادن تنها سه مشاهده از هر قالب امکان پذیر است و داده ها به شرح زیرند:

قالب جدید	قالب استاندارد	انباشته
4020	4680	1
3940	4650	2
3980	4530	3

الف) تعیین کنید به ازای سطح اطمینان 0.95 با استفاده از قالب جدید، مقاومت فشاری بتن کاهش می یابد یا خیر؟

ب) به منظور کشف کاهشی معادل psi200 در مقاومت فشاری با احتمال 0.9 به چند مشاهده نیاز داریم؟

7- فرض می کنیم چهار ماشین پر کن در یک کارخانه، محصولات با وزن غیر یکنواخت ارائه می کند. تجربه ای انجام می دهیم که داده های حاصل از آن بر حسب اونس عبارتند از:

ماشین	وزن خالص			
الف	12.25	12.27	12.24	12.2
ب	12.18	12.25	12.26	12.19
ج	12.24	12.23	12.23	12.16
د	12.2	12.17	12.19	12.16

الف) آیا در سطح اطمینان 0.95 واریانس های هر چهار ماشین با هم برابر است؟

ب) آیا در سطح اطمینان 0.95 کار همه ی ماشین ها یکسان است؟

ج) بر اساس آزمون توکی تفاوتی اگر وجود دارد بیان کنید؟

8- بر اساس آزمون نیکویی برازش مربع کای آیا داده های جمع آوری شده زیر در سطح اطمینان 0.95 توزیع پواسون دارند؟

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
8	14	12	12	14	9	10	10	12	13	8	9	9	11	12

9- در یک فرآیند تولید انبوه نمونه ای 200 تایی از تولید یک روزه گرفته و تعداد اقلام ناقص شمارش شد:

روز	تعداد ناقص ها
شنبه	12
یکشنبه	16
دوشنبه	8
سه شنبه	16
چهارشنبه	10

این فرض که نسبت ناقص ها از روزی به روز دیگر ثابت است را در سطح اطمینان 0.95 بیازمایید.



10- نتیجه ی آزمایش 164 فیوز در دو سطح دما عبارت است از:

نتیجه آزمایش	دمای 1	دمای 2
موفقیت ها	111	92
شکست ها	16	9

در سطح اطمینان 0.95 , آیا تفاوت مهمی در نسبت بازمانی ها ی دو سطح وجود دارد؟



1. کنترل کیفیت آماری - تالیف: داگلاس سی. مونتگومری - ترجمه: دکتر رسول نورالسنة، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران
2. کنترل کیفیت آماری - تالیف: دکتر کاظم نقدریان ، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران
3. آمار مهندسی - تالیف: آلبرت ه. باوکر- جرال د. لیبرمن - ترجمه: دکتر هاشم محلوجی، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی
4. طرح ریزی ، کنترل و بهبود کیفیت - تالیف: دکتر محمد بامنی مقدم و دکتر مهدی موحدی
5. طراحی و تجزیه و تحلیل آزمایش ها با Minitab - تالیف: احمد رضا جمشیدیان و مهدی نوری زاد ، انتشارات ارکان
6. Automotive Industry Action Group (1991). *Fundamental Statistical Process Control*, AIAG, Southfield, MI.
7. K M. Bodden and S E. Rigdon (1999). "A Program for Approximating the In-Control ARL for the MEWMA Chart," *Journal of Quality Technology*, 31, January, 120-123.
8. I.W. Burr (1976). *Statistical Quality Control Methods*, Marcel Dekker, Inc.
9. C.W. Champ and W. H. Woodall. (1988). "Exact Results for Shewhart Control Charts with Supplementary Runs Rule," *Technometrics*, 29, 393-399.
10. W. Cheney and D. Kincaid. (1999). *Numerical Mathematics and Computing*, 4th Edition, Brook/Cole Publishing Company.
11. R.B. Davis, A. Homer, W.H. Woodall (1990). "Performance of the Zone Control Chart," *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 19, pp. 1581-1587.
12. R. B. Davis and W.H. Woodall (1988). "Performance of the Control Chart Trend Rule Under Linear Shift, " *Journal of Quality Technology*, 20, pp. 260-262.
13. N.R. Farnum (1994). *Modern Statistical Quality Control and Improvement*, Wadsworth Publishing.
14. E.L. Grant and R.S. Leavenworth (1996). *Statistical Quality Control*, 7th Edition, McGraw-Hill.
15. G.K. Griffith (1989). *Statistical Process Control Methods for Long and Short Runs*, ASQC Quality Press, Milwaukee.
16. D.M. Hawkins (1981). "A Cusum for a Scale Parameter," *Journal of Quality Technology*, 13, pp.228–231.
17. K. Ishikawa (1967). *Guide to Quality Control*, Asian Productivity Organization.

- 18.V.E. Kane (1989). *Defect Prevention: Use of Simple Statistical Tools*, Marcel Dekker, Inc.
- 19.M. Kutner, C.J. Nachtschiem, W. Wasserman, and J. Neter (1996). *Applied Linear Statistical Models: Regression, Analysis of Variance, and Experimental Designs*, 4th edition, McGraw-Hill/Irwin, Inc..
- 20.C.A. Lowry, W.H. Woodall, C.W. Champ, and S.E. Rigdon (1992). "A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart," *Technometrics*, 46-53.
- 21.J.M. Lucas (1976). "The Design and Use of V-Mask Control Schemes," *Journal of Quality Technology*, 8, 1–12.
- 22.J.M. Lucas and R.B. Crosier (1982). "Fast Initial Response for CUSUM Quality-Control Schemes: Give Your CUSUM a Head Start," *Technometrics*, 24, 199–205.
- 23.J.M. Lucas and M.S. Saccucci (1990). "Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements," *Technometrics*, 32, 1–12.
- 24.R. L. Mason, N. D. Tracy, and J. C. Young. (1992). "Multivariate Control Charts for Individual Observations," *Journal of Quality Technology*, 24, April, 88-95.
- 25.R. L. Mason, N. D. Tracy, and J. C. Young. (1995). "Decomposition of T^2 for Multivariate Control Chart Interpretation," *Journal of Quality Technology*, 27, April, 99-108.
- 26.D.C. Montgomery (2001). *Introduction to Statistical Quality Control*, 4th edition, John Wiley & Sons.
- 27.R. H. Myers. (2000). *Classical and Modern Regression with Applications*, 3rd edition, Brooks/Cole Publishing Company.
- 28.L.S. Nelson (1984). "The Shewhart Control Chart – Tests for Special Causes," *Journal of Quality Technology*, 16, 237–239.
- 29.C.H. Ng and K.E. Case (1989). "Development and Evaluation of Control Charts Using Exponentially Weighted Moving Averages," *Journal of Quality Technology*, 21, 242–250.
- 30.E.S. Page (1961). "Cumulative Sum Charts," *Technometrics*, 3, 1–9.
- 31.J. Prins and D. Mader (1997-98). "Multivariate Control Charts for Grouped and Individual Observations," *Quality Engineering*, 10, 49-57.
- 32.T.P. Ryan (2000). *Statistical Methods for Quality Improvement*, 2nd edition, John Wiley & Sons.
- 33.Z. Stoumbos, M.R. Reynolds, T.P. Ryan, and W.H. Woodall (2000). "The State of Statistical Process Control as We Proceed into the 21st Century," *Journal of the American Statistical Association*, 95, 992-998.

34. Vargas N., J. A. (2003). "Robust Estimation in Multivariate Control Charts for Individual Observations," *Journal of Quality Technology*, 35, 367-376.
35. H.M. Wadsworth, K.S. Stephens, and A.B. Godfrey (2001). *Modern Methods for Quality Control and Improvement*, 2nd edition, John Wiley & Sons.
36. Western Electric (1956). *Statistical Quality Control Handbook*, Western Electric Corporation, Indianapolis, Indiana.
37. D. J. Wheeler and D. S. Chambers. (1992). *Understanding Statistical Process Control*, Second Edition, SPC Press, Inc.
38. D. J. Wheeler (1995). *Advanced Topics in Statistical Process Control: The Power of Shewhart Charts*, SPC Press, Inc.
39. W.H. Woodall (2000). "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control," *Journal of Quality Technology*, 32, 341-378.
40. J.D. Gibbons (1986). "Randomness, Tests of," *Encyclopedia of Statistical Sciences*, 7, 555–562.
41. T.P. Ryan (1989). *Statistical Methods for Quality Improvement*. John Wiley & Sons.
42. W.A. Taylor (1991). *Optimization & Variation Reduction in Quality*. McGraw-Hill, Inc.
43. Bowman, K.O. and Shenton, L.R. (1983). "Johnson's System of Distributions". *Encyclopedia of Statistical Sciences* Vol.4, pp. 303 – 314.
44. D.R. Bothe (1997). *"Measuring Process Capability"*, McGraw Hill.
45. L.K. Chan, S.W. Cheng, and F.A. Spiring (1988). "A New Measure of Process Capability: Cpm," *Journal of Quality Technology*, 20, July, pp.162–175.
46. Y. Chou, D. Owen, S. Borrego (1990). "Lower Confidence Limits on Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, 22, July, pp.223–229.
47. Y. Chou, A.M. Polansky, and R.L. Mason (1998). "Transforming nonnormal Data to Normality in Statistical Process Control," *Journal of Quality Technology*, 30, April, pp 133–141.
48. R.B. D'Agostino and M.A. Stephens (1986). *Goodness-of-Fit Techniques*, Marcel Dekker.
49. Ford Motor Company (1983). *Continuing Process Control and Process Capability Improvement*, Ford Motor Company, Dearborn, Michigan.
50. L.A. Franklin and G.S. Wasserman (1992). "Bootstrap Lower Confidence Limits for Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, 24, October, pp.196–210.

- 51.B. Gunter (1989). "The Use and Abuse of Cpk, Part 2," *Quality Progress*, 22, March, pp.108, 109.
- 52.B. Gunter (1989). "The Use and Abuse of Cpk, Part 3," *Quality Progress*, 22, May, pp.79, 80.
- 53.A.H. Jaehn (1989). "How to Estimate Percentage of Product Failing Specifications," *Tappi*, 72, pp.227–228.
- 54.N.L. Johnson and S. Kotz (1969). *Discrete Distributions*, John Wiley & Sons.
- 55.V.E. Kane (1986). "Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, 18, pp. 41–52.
- 56.R.H. Kushler and P. Hurley (1992). "Confidence Bounds for Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, 24, October, pp.188–195.
- 57.J.F. Lawless (1982). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, Inc.
- 58.R.A. Lockhart and M.A. Stephens (1994). "Estimation and Tests of Fit for the Three-parameter Weibull Distribution," *Journal of the Royal Statistical Society, B Vol 56*, pp. 491-500.
- 59.W.Q. Meeker and L.A. Escobar (1998). *Statistical Methods for Reliability Data*, John Wiley & Sons, Inc.
- 60.W. Murray, Ed. (1972). *Numerical Methods for Unconstrained Optimization*, Academic Press.
- 61.R. H. Myers. (2000). *Classical and Modern Regression with Applications*, 3rd edition, Brooks/Cole Publishing Company.
- 62.C.H. Ng and K.E. Case (1989). "Development and Evaluation of Control Charts Using Exponentially Weighted Moving Averages," *Journal of Quality Technology*, 21, 242–250.
- 63.F.J. O'Reilly and R. Rueda (1992). "Goodness of fit for the inverse Gaussian distribution," *The Canadian Journal of Statistics*, Vol 20, pp 387-397.
- 64.W.L. Pearn, S. Kotz, and N.L. Johnson (1992). "Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, 24, October, pp. 216–231.
- 65.R.N. Rodriguez (1992). "Recent Developments in Process Capability Analysis," *Journal of Quality Technology*, 24, October, pp.176–187.
- 66.T.P. Ryan (1989). *Statistical Methods for Quality Improvement*, John Wiley & Sons.
- 67.K. Sharpe (1970). Robustness of normal tolerance intervals, *Biometrika*, 57, 1, 71–78.

- 68.L.P. Sullivan (1984). "Reducing Variability: A New Approach to Quality," *Quality Progress*, July, 1984, pp.15– 21.
- 69.H.M. Wadsworth, K.S. Stephens, and A.B. Godfrey (1986). *Modern Methods for Quality Control and Improvement*, John Wiley & Sons.
- 70.Western Electric (1956). *Statistical Quality Control Handbook*, Western Electric Corporation, Indianapolis, Indiana.
- 71.D. J. Wheeler and D. S. Chambers. (1992). *Understanding Statistical Process Control*, Second Edition, SPC Press, Inc.
- 72.V.C. Yen and A.H. Moore (1998). "Modified goodness-of-fit test for the Laplace distribution," *Communication Statistics*, A Vol 17, Pp 275–281.
- 73.A. Duncan (1986). *Quality Control and Industrial Statistics*, 5th edition, Irwin.
- 74.D.C. Montgomery (1997). *Introduction to Statistical Quality Control*, 3rd edition, John Wiley & Sons.
- 75.E.G. Schilling (1982). *Acceptance Sampling in Quality Control*, Marcel Dekker.
- 76.K.S. Stephens (2001). *The Handbook of Applied Acceptance Sampling*, ASQ Quality Press.
- 77.
78. S.F. Arnold (1990). *Mathematical Statistics*. Prentice-Hall.
- 79.M.B. Brown and A.B. Forsythe (1974). "Robust Tests for the Equality of Variances," *Journal of the American Statistical Association*, 69, 364-367.
- 80.George Casella and Roger Berger (1990). *Statistical Inference*, Duxbury Press, p. 421.
- 81.R.B. D'Agostino and M.A. Stephens, Eds. (1986). *Goodness-of-Fit Techniques*, Marcel Dekker.
- 82.J.J. Filliben (1975). "The Probability Plot Correlation Coefficient Test for Normality," *Technometrics*, 17, 111.
- 83.T.P. Hettmansperger and S.J. Sheather (1986). "Confidence Intervals Based on Interpolated Order Statistics," *Statistics and Probability Letters*, 4, 75-79.
- 84.N.L. Johnson and S. Kotz (1969). *Discrete Distributions*, John Wiley & Sons.
- 85.Kotz, Samuel and Norman L. Johnson (1988). *Encyclopedia of Statistical Sciences* Volume 8. John Wiley and Sons. pp 271-278.
- 86.H. Levene (1960). *Contributions to Probability and Statistics*, Stanford University Press.
- 87.H.W. Lilliefors (1967). "On the Kolmogorov–Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown," *Journal of the American Statistical Association*, 62, 399-402.

- 88.T.A. Ryan, Jr. and B.L. Joiner (1976). "Normal Probability Plots and Tests for Normality," Technical Report, Statistics Department, The Pennsylvania State University. (Available from Minitab Inc.)
- 89.S.S. Shapiro and R.S. Francia (1972). "An Approximate Analysis of Variance Test for Normality," *Journal of the American Statistical Association*, 67, 215-216.
- 90.S.S. Shapiro and M.B. Wilk. (1965). "An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples)," *Biometrika*, 52, 591.

