

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسی
رشته تحصیلی / کد درس: بخش صنایع (۱۱۲۲۰۰۲)



مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگاه داشته است.

۱. جدول فراوانی زیر داده شده است. میانه برابر است با:

طبقات	۱۸-۲۰	۲۱-۲۳	۲۴-۲۶	۲۷-۲۹	۳۰-۳۲	۳۳-۳۵	۳۶-۳۸	۳۹-۴۱	۴۲-۴۴	۴۵-۴۷	۴۸-۵۰
فراوانی	۱	۲	۳	۶	۷	۸	۸	۶	۴	۳	۲

الف. ۳۴

ب. ۳۴/۲۵

ج. ۳۴/۵

د. ۳۴/۷۵

۲. در یک نمونه ۱۰ تایی، مجموع برابر با ۵۰ و ضریب تغییرات آنها $\frac{1}{5}$ شده است. مجموع مربعات این داده ها کدام است؟

الف. ۲۵۹

ب. ۲۶۴

ج. ۲۸۵

د. ۳۰۰

۳. شخصی با ۵ نفر از دوستانش وارد اتاق می شود اگر خودش نشست بقیه به چند صورت می توانند در کنار او (در یک ردیف) بنشینند؟

الف. ۵!

ب. 6!

ج. 4!

د. 7!

۴. اگر بدانیم احتمال به دنیا آوردن فرزند پسر و یا دختر در خانواده ها یکسان است و همین طور بدانیم که خانواده ای دو فرزند دارد، احتمال اینکه هر دو آن دختر باشد، به شرطی که حداقل یکی از آنها دختر است، چیست؟

الف. $\frac{1}{4}$

ب. $\frac{1}{2}$

ج. $\frac{2}{3}$

د. $\frac{1}{3}$

۵. متغیر تصادفی X دارای چگالی احتمال زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - ax & 0 < x < 4 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

احتمال اینکه X در فاصله (۱، ۲) باشد، کدام است؟

الف. $\frac{1}{8}$

ب. $\frac{3}{16}$

ج. $\frac{1}{4}$

د. $\frac{5}{16}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسی
رشته تحصیلی / کد درس: بخش صنایع (۱۱۲۲۰۰۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. تابع چگالی توام متغیرهای تصادفی X, Y عبارت است از:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x + y < 1, x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$f(y|x)$ کدام است؟

- الف. $\frac{2}{1-x}$ ب. $\frac{1}{1-x}$ ج. $2(1-x)$ د. $1-x$

۷. فرض کنید X یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f(x) = \frac{c}{x^4}, \quad x > 1$$

مقدار $E(X)$ چقدر است؟

- الف. $\frac{c}{2}$ ب. $\frac{c}{3}$ ج. $\frac{3}{2}$ د. $\frac{2}{3}$

۸. در جعبه ای ۴ توپ قرمز و ۵ توپ سفید وجود دارد. از این جعبه ۳ توپ به تصادف بیرون می آوریم. اگر بدانیم حداقل یک توپ قرمز در میان این سه توپ وجود دارد و X را متغیر تصادفی تعداد توپهای سفید بیرون آمده فرض نماییم، $E(X)$ چقدر است؟

- الف. $\frac{5}{4}$ ب. $\frac{9}{8}$ ج. $\frac{4}{3}$ د. $\frac{5}{3}$

۹. اگر X دارای توزیع پواسن با $\lambda = 1$ باشد، $E\left(\frac{1}{1+X}\right)$ کدام است؟

- الف. ۱ ب. $1 - e^{-1}$ ج. $e - 1$ د. $e^2 + 1$

۱۰. اگر X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۴ باشد و $Z = \frac{X-1}{2}$ باشد، Z دارای کدام میانگین و واریانس است؟

- الف. $\mu_z = \frac{1}{2}, \sigma_z^2 = 1$ ب. $\mu_z = \frac{1}{2}, \sigma_z^2 = 12$

- ج. $\mu_z = 0, \sigma_z^2 = 1$ د. $\mu_z = 0, \sigma_z^2 = 2$



تعداد سوالات: تستى: ۲۰ تشریحى: ۷

زمان آزمون (دقيقه): تستى: ۶۰ تشریحى: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسى

رشته تحصیلى / كُد درس: بخش صنايع (۱۱۲۲۰۰۲)

مجاز است.

استفاده از: ماشين حساب

كُد سرى سؤال: يك (۱)

۱۱. اگر X يك متغير تصادفى نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۵ باشد، واریانس عبارت $X^2 - 4X$ برابر است با:

- الف. $4\sqrt{5}$ ب. $2\sqrt{5}$ ج. ۱۰ د. ۵۰

۱۲. فرض کنید متغیرهای تصادفی X, Y مستقل از هم بوده و داشته باشیم $E(X)=2, Var(X)=4, E(Y)=3, Var(Y)=6$ در

اینصورت واریانس متغیر $Z=XY$ برابر است با:

- الف. ۴۸ ب. ۸۴ ج. ۲۴ د. ۷۲

۱۳. برای متغیرهای تصادفی X, Y با تابع چگالی احتمال توام $0 < x < y < 1$ ، مقدار $f(x, y) = 15x^2y$ مقدار

$P(x + y \leq 1)$ چقدر است؟

- الف. $\frac{1}{4}$ ب. $\frac{1}{16}$ ج. $\frac{5}{64}$ د. $\frac{3}{32}$

۱۴. اگر تعداد ۱۰ عدد دارای میانگین ۴ و ۱۵ عدد دارای میانگین ۶ باشند، آنگاه میانگین مجموعه این اعداد برابر است با:

- الف. ۵ ب. $\frac{5}{2}$ ج. $\frac{5}{6}$ د. $\frac{6}{5}$

۱۵. می خواهیم یک کمیته ۵ نفری از بین ۵ مرد و ۳ زن تشکیل دهیم، احتمال اینکه در این کمیته ۲ زن و ۳ مرد باشد، برابر است با:

- الف. $\frac{1}{56}$ ب. $\frac{5}{28}$ ج. $\frac{15}{28}$ د. $\frac{12}{56}$

۱۶. سکه سالمی را آنقدر پرتاب می کنیم تا دومین شیر ظاهر شود. احتمال اینکه در پنجمین پرتاب این امر حاصل شود، چقدر است؟

- الف. $\frac{1}{32}$ ب. $\frac{1}{8}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{2}$

۱۷. تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$

می باشد. در اینصورت احتمال آنکه X بین میانگین و میانه توزیع باشد برابر است با:

- الف. $\frac{1}{14}$ ب. $\frac{1}{16}$ ج. $\frac{1}{18}$ د. $\frac{1}{20}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسی
رشته تحصیلی / کد درس: بخش صنایع (۱۱۲۲۰۰۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. اگر X دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۹ باشد، آنگاه میانگین متغیر $Y = X^2(X + 1)$ کدام است؟

- الف. ۱۶ ب. ۱۲ ج. ۹ د. ۳

۱۹. چند عدد چهار رقمی زوج از ارقام صفر تا ۷ بدون تکرار ارقام وجود دارد؟

- الف. ۷۵۰ ب. ۱۴۷۰ ج. ۸۴۰ د. ۵۴۰

۲۰. پیشامدهای A, B مفروضند. اگر $P(A) = 0.4$ و $P(A \cup B) = 0.6$ باشد، برای چه مقدار از $P(B)$ پیشامدهای A, B مستقل می باشند؟

- الف. $\frac{1}{5}$ ب. $\frac{1}{3}$ ج. $\frac{2}{3}$ د. $\frac{2}{5}$



سوالات تشریحی

۱. اندازه قد ۱۰۰ دانش آموز در جدول توزیع فراوانی زیر آمده است:

فراوانی	حدود طبقات
۲۰	۱۰۰-۱۱۰
۴۰	۱۱۰-۱۲۰
۳۰	۱۲۰-۱۳۰
۱۰	۱۳۰-۱۴۰

الف. میانگین قد این دانش آموزان را به دست آورید؟ (۰/۵ نمره)

ب. میانه قد این دانش آموزان را به دست آورید؟ (۰/۵ نمره)

ج. نمای قد این دانش آموزان را به دست آورید؟ (۰/۵ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

رشته تحصیلی / کد درس: بخش صنایع (۱۱۲۲۰۰۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲. اعضای یک شرکت از سه آژانس، اتومبیل کرایه می کنند. از آژانس ۱ به میزان ۶۰٪، از آژانس ۲ به میزان ۳۰٪ و از آژانس ۳ به میزان ۱۰٪. اگر ۹ درصد از اتومبیل های آژانس ۱، ۲۰ درصد اتومبیل های آژانس ۲ و ۶ درصد از اتومبیل های آژانس ۳ به تنظیم موتور نیاز داشته باشند، آنگاه: (۱ نمره)

الف. احتمال اینکه یک اتومبیل کرایه ای که به شرکت تحویل داده شده است، به تنظیم موتور نیاز داشته باشد را بیابید؟

ب. اگر اتومبیل کرایه ای به تنظیم موتور نیاز داشته باشد، احتمال آن را بیابید که متعلق به آژانس ۲ باشد؟

۳. از ظرفی شامل ۱۰ توپ سفید و ۱۶ توپ سیاه هم اندازه و هم شکل، ۲ توپ به صورت تصادفی و بدون جایگذاری خارج می شود و بدون دیدن رنگشان به دور ریخته می شوند. احتمال اینکه سومین توپ به صورت تصادفی خارج شده سیاه رنگ باشد، چقدر است؟ (۰.۷۵ نمره)

۴. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال به صورت زیر باشد، آنگاه $E[(X - 1)^2]$ را به دست آورید؟ (۰.۷۵ نمره)

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0.1	0.1	0.5	0.3

۵. اگر متغیرهای تصادفی X, Y دارای تابع چگالی احتمال توام زیر باشند، آنگاه $cov(X, Y), var(X | Y = y)$ را محاسبه کنید؟ (۱ نمره)

$$f_{X, Y}(x, y) = \begin{cases} \wedge x y & 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

۶. یک تاس را ۵ بار پرتاب می کنیم.

الف. احتمال اینکه عدد ۴ دقیقاً ۳ بار مشاهده شود را حساب کنید؟ (۰/۵ نمره)

ب. احتمال اینکه عدد ۴ حداکثر ۲ بار مشاهده شود را حساب کنید؟ (۰/۵ نمره)



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسی
رشته تحصیلی / کد درس: بخش صنایع (۱۱۲۲۰۰۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۷. نمرات دروس ۴ واحدی ریاضی، ۳ واحدی آمار و ۳ واحدی زبان به ترتیب دارای توزیع نرمال با میانگین های ۱۲ و ۱۴ و ۱۵ و انحراف معیارهای ۲ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ می باشد.

الف. اگر ۵۰ نفر این ۳ درس را انتخاب کرده باشند، معدل چند نفرشان در این ۳ درس از ۱۴.۵ بیشتر است؟ (۰/۵ نمره)

ب. اگر ۴۰ نفر از دانشجویانی که این ۳ درس را انتخاب کرده اند را به طور مستقیم انتخاب کنیم، احتمال اینکه حداقل ۱۵

نفر از آنها دارای معدلی کمتر از ۱۳.۵ در این ۳ درس باشند را بیابید؟ (۰/۵ نمره)

$$(\varphi(1) = 0,18413, \varphi(-1,74) = 0,0409)$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار و احتمال مهندسی
رشته تحصیلی / کد درس: بخش صنایع (۱۱۲۲۰۰۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

سلامتی و تعجیل در فرج آقا امام زمان (عج) صلوات



1	ج	عادي
2	الف	عادي
3	ب	عادي
4	د	عادي
5	د	عادي
6	ب	عادي
7	ج	عادي
8	الف	عادي
9	ب	عادي
10	الف	عادي
11	د	عادي
12	ب	عادي
13	ج	عادي
14	ب	عادي
15	ج	عادي
16	ب	عادي
17	ج	عادي
18	ج	عادي
19	الف	عادي
20	ب	عادي



نام درس: آمار و احتمال ریاضی
 کد درس: (۱۱.۲۲.۰۰۲)
 رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی ضمیمه (دستی و تفسیح) - مهندسی سازه (معماری، عمران، عمران) (مهندسی عمران در رشته)
 مقطع: کارشناسی سال تحصیلی: ۹۹-۹۸ نیمسال: اول دوم ترم تابستان تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۱/۱۶ بارم: ۷ شماره

کلید تشریحی

۱. حل الف

۰/۵ نمره

حدود طبقات	x_i	f_i	F_i
100-	105	20	20
110	115	40	60
110-	125	30	90
120	135	10	100
120-			
130			
130-			
140			

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{20(105) + 40(115) + 30(125) + 10(135)}{100} = \frac{11800}{100} = 118$$

حل ب) با توجه به جدول توزیع فراوانی اولین طبقه ای که فراوانی تجمعی آن از $\frac{n}{2} = 50$ بزرگتر است، طبقه دوم است. بنابراین:

۰/۵ نمره

$$\frac{n}{2} = 50, L = 110, F_c = 20, x = 10, f = 40$$

$$m_c = L - \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f} c = 110 - \frac{50 - 20}{40} 10 = 117.5$$

حل ج) طبقه دوم دارای بیشترین فراوانی است، بنابراین طبقه مد دار است.

$$L = 110, d_1 = 40 - 20 = 20, d_2 = 40 - 30 = 10, c = 10$$

۰/۵ نمره

$$m_o = L - \frac{d_1}{d_1 - d_2} c = 110 - \frac{20}{20 - 10} 10 = 116.6$$

۲. حل الف) اگر A پیشامد نیاز به تنظیم موتور باشد، B_1, B_2, B_3 به ترتیب به معنی تعلق اتومبیل به آژانس های ۱ و ۲ و ۳ باشد، آنگاه:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) = (0.6)(0.09) + (0.3)(0.2) + (0.1)(0.06) = 0.12$$

۰ نمره

حل ب) با استفاده از قضیه بیز داریم:

$$P(B_2) = \frac{P(B_2)P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{(0.3)(0.02)}{0.12} = 0.5$$

۳. اگر B پیشامد انتخاب توپ سیاه و W پیشامد انتخاب توپ سفید باشد، داریم:

$$P(B) = P(B|WWW)P(WWW) + P(B|WBB)P(WBB) + P(B|BBB)P(BBB)$$

۰/۷۵ نمره

$$= \frac{16 \binom{10}{2}}{24 \binom{26}{2}} + \frac{15 \binom{10}{1} \binom{16}{1}}{24 \binom{26}{2}} + \frac{14 \binom{16}{2}}{24 \binom{26}{2}} = \frac{8}{13}$$



نام درس: آبر و آجل مهندسی
کد درس: ۱۱۲۲۰۰۲
رشته تحصیلی-گرایش: مهندسی صنایع (نظم و کنترل) / مهندسی مدیریت / مهندسی بازرگانی (تجزیه و تحلیل)
مقطع: کارشناسی / سال تحصیلی: ۹۰-۸۹ نیمسال: اول / دوم / ترم تابستان / تاریخ آزمون: ۱۳۸۳ / ۱۴-۱۳
بارم: ۷ / شماره

۴

$$E[(X-1)^2] = E[X^2 - 2X + 1] = E(X^2) - 2E(X) + 1$$

$$E(X) = -1(0.1) - (0)(0.1) - (1)(0.5) - (2)(0.3) = -1$$

$$E(X^2) = (-1)^2(0.1) - (0)^2(0.1) - (1)^2(0.5) - (2)^2(0.3) = 1.8$$

$$E[(X-1)^2] = 1.8 - 2(-1) + 1 = 0.8$$

۷۵ / شماره

۵. ابتدا توابع چگالی احتمال $f_X(x)$, $f_Y(y)$ را به دست می آوریم:

$$f_X(x) = \int_0^1 8xy dy = 4x(1-x^2) \quad 0 < x < 1$$

$$f_Y(y) = \int_0^y 8xy dx = 4y^3 \quad 0 < y < 1$$

$$E(X) = \int_0^1 4x^2(1-x^2) dx = \frac{8}{15}$$

$$E(Y) = \int_0^1 4y^3 dy = \frac{4}{5}$$

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^y 8x^2y^2 dx dy = \frac{4}{9}$$

$$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{4}{225}$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_Y(y)} = \frac{2x}{y^2} \quad 0 < x < y < 1$$

$$E(X|Y=y) = \int_0^y \frac{2x^2}{y^2} dx = \frac{2}{3}y$$

$$E(X^2|Y=y) = \int_0^y \frac{2x^3}{y^2} dx = \frac{1}{2}y^2$$

$$Var(X|Y=y) = \frac{1}{2}y^2 - \left(\frac{2}{3}y\right)^2 = \frac{1}{18}y^2$$

۶. حل الف) اگر X نشان دهنده تعداد شیر در ۵ بار پرتاب سکه باشد، آنگاه داریم:

$$f(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{5-x} \quad ; x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$p(X=3) = f(3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-3} = 0.032$$

حل ب)

$$p(X \leq 2) = \sum_{x=0}^2 f(x) = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^5 - \binom{5}{1} \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^4 - \binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0.9645$$

شماره





نام درس: ... کد درس: ۱۱۲۲۰۲
 رشته تحصیلی-گرایش: ...
 مقطع: ... سال تحصیلی: ۸۹-۹۰ ... نیمسال: اول ...
 تاریخ آزمون: ۱۴۰۲ ... بارم: ۷ ...
 صفحه: ۳ از: ۳

۷. الف) اگر X_1, X_2, X_3 به ترتیب نمرات دروس ریاضی، آمار و زبان و Y معدل یک نفر در این ۳ درس باشد آنگاه
 $X_1 \sim N(12, 4), X_2 \sim N(14, 2), X_3 \sim N(15, 2)$ و داریم:

$$Y = \frac{4X_1 - 3X_2 - 3X_3}{10} \sim N(13.5, 1) \quad \text{نمره ۱/۵}$$

$$P(Y > 14.5) = P\left(\frac{Y - \mu}{\sigma} > \frac{14.5 - 13.5}{1}\right) = P(Z > 1) = 1 - \varphi(1) = 0.1587$$

بنابراین تعداد ۸ $\approx 7.935 = 50(0.1587)$ نفر از ۵۰ نفر معدلی بیش از ۱۴.۵ دارند.

ب) اگر N تعداد دانشجویان در بین ۴۰ نفر باشد که دارای معدل کمتر از ۱۳.۵ هستند آنگاه N دارای توزیع دو جمله ای با $n=40$ و پارامتر p است که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$p = P(Y < 13.5) = P\left(Z < \frac{13.5 - 13.5}{1}\right) = \varphi(0) = 0.5$$

با توجه به $np = nq = 20$ از تقریب نرمال استفاده می کنیم.

$$P(N \geq 15) = P(N > 14.5) = P\left(\frac{N - np}{\sqrt{npq}} > \frac{14.5 - 20}{\sqrt{10}}\right) \approx P(Z > -1.74) = 1 - \varphi(-1.74) \\ = 1 - 0.0409 = 0.9591$$

نمره ۱/۵

سلامتی و تحمیل در فرج آقا امام زمان (عج) صلوات

