

مجاز است.

استفاده از:

$$1. \text{ اثر ماتریس } A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 6 \\ 9 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ کدامست؟}$$

د. ۴

ج. ۶

ب. ۹

الف. ۲۴

۲. کدامیک از ماتریس‌های زیر هرمیتی است؟

$$\begin{bmatrix} 2 - 3i & 4 \\ 5 & 2 + 3i \end{bmatrix} \text{ ب.}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 - i \\ 5 + i & 6 \end{bmatrix} \text{ الف.}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & i \\ 3 & -i \end{bmatrix} \text{ د.}$$

$$\begin{bmatrix} 2i & 3i \\ -3i & -2i \end{bmatrix} \text{ ج.}$$

۳. اگر A ماتریس مرتبی باشد، آنگاه

ب. $A - A^t$ پاد متقارن است.

الف. $A - A^t$ متقارن است.

د. $A - A^t$ معکوس پذیر است.

ج. $A - A^t$ هرمیتی است.

$$4. \text{ اگر } \begin{bmatrix} 2x & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ در آن صورت } x \text{ کدامست؟}$$

د. ۲

ج. -۲

ب. ۱

الف. -۱

۵. اگر A ماتریس مرتبی $n \times n$ پاد متقارن باشد، در آن صورت

الف. اگر n فرد باشد، A معکوس ناپذیر است.

ب. اگر n زوج باشد، A معکوس پذیر است.

ج. اگر n فرد باشد، A معکوس پذیر است.

د. اگر n زوج باشد، A معکوس ناپذیر است.



مجاز است.

استفاده از:

۶. کدامیک از نکاشتهای زیر یک تبدیل خطی است؟

الف. $T(x, y, z) = (x^2, y + 1, z)$ با ضابطه $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

ب. $T(x, y, z) = (\sin x, y, z)$ با ضابطه $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

ج. $T(x, y, z) = (x + y, y + z, x + z)$ با ضابطه $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

د. $T(x, y, z) = (xy, yz, z)$ با ضابطه $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

۷. دوران یافته نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ به اندازه $\frac{\pi}{2}$ کدامست؟

د. $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$

۸. کدامیک از مجموعه های زیر، زیر فضای \mathbb{R}^3 است؟

الف. $\{(x + 1, y, z) | x, y, z \in \mathbb{R}\}$

ب. $\{(x + y, x - y, z) | x, y, z \in \mathbb{R}\}$

ج. $\{(x, y^2, x^3) | x, y \in \mathbb{R}\}$

د. $\{(x, xy, yz) | x, y, z \in \mathbb{R}\}$

۹. چند باشد تا $\{(2, t), (2t + 6, 4t)\}$ وابسته خطی باشد؟

ب. ۰ و -۷

الف. ۰ و ۲

د. همواره مستقل خطی است.

ج. ۲ و -۷



مجاز است.

استفاده از:

۱۰. پایه ای برای فضای سطحی ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

ب. $\{(1, 0, -2), (1, 0, 7)\}$

الف. $\{(0, 1, -2), (0, 1, 7)\}$

د. $\{(-2, 0, 1), (0, 1, 7)\}$

ج. $\{(0, 1, -2), (1, 0, 7)\}$

۱۱. کدامیک از گزینه های زیر پایه P_3 نمی باشد؟

ب. $\{1, 2 + x, 3 + x^2\}$

الف. $\{2, 3x, 5x^2\}$

د. $\{1 + x, 2 + 2x, 2 - x^2\}$

ج. $\{1 - x, 1 + x, 1 + x + x^2\}$

۱۲. رتبه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$ کدامست؟

د. صفر

ج. ۳

ب. ۲

الف. ۱

۱۳. a چقدر باشد تا بردار $(0, a, \frac{-3}{5})$ یک بردار یکه باشد؟

ب. $\frac{\pm 3}{5}$

الف. $\frac{\pm 4}{5}$

د. $\frac{\pm 1}{5}$

ج. $\frac{\pm 2}{5}$

۱۴. تصویر $(6, 7) = u$ روی بردار $(1, 4)$ کدامست؟

ب. $(-2, 8)$

الف. $(2, -8)$

د. $(-2, -8)$

ج. $(2, 8)$



مجاز است.

استفاده از:

$$15. \text{ مجموع مقادیر ویژه ماتریس } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{bmatrix} \text{ کدامست؟}$$

د. ۴۰

ج. ۱۴

ب. ۸

الف. ۵

۱۶. اگر A و B ماتریس‌های مربعی $n \times n$ و صفر مقدار ویژه AB باشد، در آن صورت کدام

گزینه نادرست می باشد.

ب. A یا B منفرد است.

الف. AB منفرد است.

د. BA منفرد است.

ج. A, B منفرد است.

$$17. \text{ شبیه معکوس ماتریس } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ کدامست؟}$$

ب. $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2 \\ -1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

الف. $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & -10 & 6 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

د. $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} -10 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

ج. $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 10 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

۱۸. عملکر خطی (y) را در نظر بگیرید. ماتریس T با در نظر گرفتن پایه

$B = \{(-2, 3), (1, -1)\}$ کدامست؟

ب. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$

۱۹. با فرض (z) $T(x, y, z) = (x, 2x, y - z)$ کدامست؟

ب. ۱

ج. ۲

د. ۳

الف. صفر



مجاز است.

استفاده از:

۲۰. نرم تابع $f(x) = 5x^2 + 1$ با تعریف ضرب داخلی زیر کدامست؟

$$\langle f, g \rangle \geq \int_0^1 f \cdot g \, dx$$

الف. $\sqrt{\frac{13}{4}}$ ب. $\sqrt{\frac{18}{7}}$

ج. $\sqrt{\frac{21}{5}}$ د. $\sqrt{\frac{28}{3}}$

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره

۱. اگر u و v دو بردار در R^n باشند آنگاه

$$|u \cdot v| \leq \|u\| \|v\|$$

۲. نشان دهید یک مجموعه یکه متعامد (از بردارهای غیر صفر) در یک فضای برداری مستقل خطی است.

۳. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ را بیابید.

۴. معادله تفاضلی $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ را برای $n = 3, 4, 5, \dots$ با شروع اولیه $a_1 = 1$ و $a_2 = 0$ حل کنید.

مجاز است.

استفاده از:

۵. تبدیل خطی $T: R^3 \rightarrow R^3$ تعریف شده توسط $(x, y, z) = (x + y, 2z, z)$ را در

نظر بگیرید. قرار دهید:

$$u_1 = (1, 1, 0)$$

$$u'_1 = (1, 0)$$

$$u_2 = (0, 1, 1)$$

$$u'_2 = (2, 0)$$

$$u_3 = (1, 2, 1)$$

ماتریس T را نسبت به پایه‌های $\{u_1, u_2, u_3\}$ و $\{u'_1, u'_2, u'_3\}$ از R^3 به R^3 پیدا کنید. سپس تصویر بردار

$u = (2, 3, 5)$ را بیابید.

