

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی، مدل‌های احتمالی و تئوری صفت

رشته تحصیلی/ کد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع ۱۱۲۰۲۶ - مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۶

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام گزینه از معیارهای سنجش عملکرد یک سیستم صفت نمی‌باشد؟

۲. زمان انتظار هر مشتری در صفت

۴. طول صفت

۱. الگوی ورودی مشتری

۳. مدت زمان اشتغال به کار سیستم

۴- سیستم M/D/1/100 دارای کدام ویژگی زیر می‌باشد؟

۱. تابع توزیع مدت خدمت دهی نمایی و تابع توزیع زمان بین دو ورود، قطعی است.

۲. تابع توزیع مدت خدمت دهی نمایی و تابع توزیع زمان بین دو ورود، ارلانگ است.

۳. سیستم دارای ۱ خدمت دهنده با ظرفیت 100 است.

۴. سیستم دارای ۱ خدمت دهنده و نظم سیستم بر مبنای LIFO است.



۳- چنانچه E_1 و E_2 دو پیشامد فضای نمونه S باشند و $E_1 \subseteq E_2$ و E_2' به ترتیب مکمل های آنها باشد، کدام گزینه درست است؟

$$P(E_1') = 1 - P(E_1) \quad .\cdot ۲$$

$$E_1 \cup E_1' = S \quad .\cdot ۱$$

۴. اگر $E_1 \subseteq E_2$ باشد،

$$E_1 \cup E_2 = S \quad .\cdot ۳$$

۴- اگر $P(A)=0.86$ و $P(B)=0.29$ باشد، $P(A \cup B)$ کدام است؟

۰.۶۵ .۴

۰.۵۷ .۳

۰.۹۲ .۲

۰.۸۶ .۱

۵- از کشویی که محتوی ۵ جوراب قهوه‌ای و ۳ جوراب سبز است، به تصادف و به صورت متوالی، دو جوراب انتخاب می‌شود. متغیر تصادفی W ، تعداد جورابهای قهوه‌ای انتخاب شده را نشان می‌دهند. تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی W کدام است؟

$$\begin{cases} 0 & w < 0 \\ \frac{1}{7} & 0 \leq w < 1 \\ \frac{9}{14} & 1 \leq w < 2 \\ 1 & w \geq 2 \end{cases} \quad .\cdot ۴$$

$$\begin{cases} 0 & w < 0 \\ \frac{3}{28} & 0 \leq w < 1 \\ \frac{9}{14} & 1 \leq w < 2 \\ 1 & w \geq 2 \end{cases} \quad .\cdot ۳$$

$$\begin{cases} 0 & w < 0 \\ \frac{3}{28} & 0 \leq w < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq w < 2 \\ 1 & w \geq 2 \end{cases} \quad .\cdot ۲$$

$$\begin{cases} 0 & w < 0 \\ \frac{3}{14} & 0 \leq w < 1 \\ \frac{4}{7} & 1 \leq w < 2 \\ 1 & w \geq 2 \end{cases} \quad .\cdot ۱$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: تئوری صفت و مدل های احتمالی، مدل های احتمالی و تئوری صفت

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع ۱۱۲۰۲۶ - مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۶

۶- احتمال بھبود ۷ نفر از ۱۰ نفر از یک بیماری گرمسیری را در صورتی که فرض استقلال برقرار و احتمال بھبود هر یک از آنها باشد، تقریباً کدام است؟

$$0.37 \cdot 4$$

$$0.31 \cdot 3$$

$$0.26 \cdot 2$$

$$0.20 \cdot 1$$

۷- اگر احتمال قبولی یک متقاضی گواهینامه رانندگی، هر بار که در آزمون شهر شرکت می کند ۰.۷۵ باشد، احتمال اینکه یک متقاضی سرانجام در چهارمین آزمون قبول شود چقدر است؟

$$0.0117 \cdot 4$$

$$0.1406 \cdot 3$$

$$0.0469 \cdot 2$$

$$0.1055 \cdot 1$$

۸- اگر چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر باشد، $E(X')$ کدام گزینه است؟

$$f(x,y) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$\frac{2}{(r+1)(r+2)} \cdot 4$$

$$\frac{2}{(r-1)(r+2)} \cdot 3$$

$$\frac{2}{(r+1)(r-2)} \cdot 2$$

$$\frac{2}{(r+1)^2} \cdot 1$$

۹- اگر X عددی باشد که در ریختن یک تاس همگن ظاهر می شود، مقدار $E(2X^2 + 1)$ کدام است؟

$$1 \cdot 4$$

$$\frac{94}{3} \cdot 3$$

$$\frac{185}{3} \cdot 2$$

$$\frac{91}{6} \cdot 1$$

۱۰- فرض کنید X اعداد ۱، ۰ و -۱ را به ترتیب با احتمال های $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ بپذیرد، اگر $Y = X^2$ ، مقدار $E(Y)$ چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \cdot 4$$

$$+ \cdot 3$$

$$1 \cdot 2$$

$$\frac{1}{4} \cdot 1$$

۱۱- متغیرهای تصادفی X و Y به ترتیب دارای میانگین های ۱ و ۲ و واریانس های ۳ و ۴ و کواریانس -۱ می باشند. کوواریانس $V = X + 2Y$ و $U = 2X - Y$ کدام گزینه است؟

$$-5 \cdot 4$$

$$5 \cdot 3$$

$$-15 \cdot 2$$

$$15 \cdot 1$$

۱۲- گشتاور اول یک متغیر تصادفی Y با توزیع پواسون و پارامتر λ برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda^2} \cdot 4$$

$$\lambda^2 + \lambda \cdot 3$$

$$\lambda \cdot 2$$

$$\frac{1}{\lambda} \cdot 1$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ یک

Www.iepnu.com

عنوان درس: تئوری صفت و مدل های احتمالی، مدل های احتمالی و تئوری صفت

رشته تحصیلی/ گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع ۱۱۲۰۲۶ - مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۶

-۱۳- محصولات کارخانه ای در دو کارگاه تولید می شود، در کارگاه اول ۹۰ درصد کالاها و در کارگاه دوم فقط ۴۰ درصد آنها با استاندارد تطبیق می کند. چنانچه یک واحد کالا با استاندارد تطبیق کند با چه احتمالی در کارگاه اول تولید شده است؟ فرض شده است میزان تولید کارگاه اول سه برابر کارگاه دوم می باشد.

$$\frac{4}{31} . ۴$$

$$\frac{27}{31} . ۳$$

$$\frac{24}{31} . ۲$$

$$1 . ۱$$

-۱۴- گشتاور دوم یک متغیر تصادفی Y با توزیع نمایی و پارامتر λ برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda^2} . ۴$$

$$\frac{2}{\lambda^2} . ۳$$

$$\frac{1}{\lambda} . ۲$$

$$\frac{2}{\lambda} . ۱$$

-۱۵- اگر جمله عمومی یک سری به شکل $a_n = \frac{x^n}{n!}$ باشد، آنگاه مجموع جملات سری کدام است؟

$$e^{-x} . ۴$$

$$e^x . ۳$$

$$\frac{1}{x} . ۲$$

$$\frac{1}{1-x} . ۱$$

-۱۶- اگر X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل و $P_1(z) = 0.3$ و $P_2(z) = 0.2$ به ترتیب معرف تبدیل Z آنها و باشد، در اینصورت تبدیل Z متغیر تصادفی $W = X_1 + X_2$ کدام است؟

$$1 . ۴$$

$$0.5 . ۳$$

$$0.06 . ۲$$

$$0.1 . ۱$$

-۱۷- فرض کنید که مدت مکالمات تلفنی، متغیری تصادفی با توزیع نمایی و میانگین ۵ دقیقه است. شخصی به یک تلفن عمومی مراجعه و مشاهده می کند شخص دیگری در حال مکالمه است، اما معلوم نیست مکالمه اش از چه زمانی شروع شده است. احتمال اینکه شخص مجبور شود بیش از یک ساعت منتظر آزاد شدن تلفن بماند چقدر است؟

$$e^1 . ۴$$

$$e^{-1} . ۳$$

$$e^{-12} . ۲$$

$$e^{-\frac{1}{12}} . ۱$$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری صفت و مدل های احتمالی، مدل های احتمالی و تئوری صفت

رشته تحصیلی/ گذ درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع ۱۱۲۰۲۶ - مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۶

۱۸- کدام گزینه در مورد تابع مولد گشتاور مجموع دو متغیر تصادفی مستقل درست است؟

$$M_{x+Y}^{(t)} = M_x^{(t)} + M_Y^{(t)} + M_x^{(t)} M_Y^{(t)} \quad .1$$

$$M_{x+Y}^{(t)} = M_x^{(t)} + M_Y^{(t)} - M_x^{(t)} M_Y^{(t)} \quad .2$$

$$M_{x+Y}^{(t)} = M_x^{(t)} M_Y^{(t)} \quad .3$$

$$M_{x+Y}^{(t)} = M_x^{(t)} + M_Y^{(t)} \quad .4$$

۱۹- کدام گزینه از خواص توزیع نمایی می باشد؟

۱. گذشته متغیر نمایی در آینده آن نقش دارد.

۲. متغیر نمایی تنها متغیر تصادفی پیوسته بدون حافظه است.

۳. در توزیع نمایی، احتمال وقوع پیشامد در زمان کوتاه Δt تقریباً برابر با $\lambda + \Delta t$ است

۴. حداقل چند متغیر تصادفی مستقل با توزیع نمایی، یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون است.

۲۰- مشتری های یک بانک بر اساس فرایند پواسون مراجعه می کند، در هر ساعت، به طور متوسط ۱۰ نفر مشتری وارد می شوند. پس از باز شدن بانک در صبح، احتمال اینکه در ۳۰ دقیقه اول کسی مراجعه نکند، چقدر است؟

$$e^{-\frac{1}{25}} \quad .1 \quad e^{-5} \quad .2 \quad e^{-2.5} \quad .3$$

۲۱- در چه صورت فرایند شمارشی $\{N(t), t \geq 0\}$ ، یک فرایند پواسون با پارامتر λ محسوب نمی گردد؟

$$N(0) = 0 \quad .1$$

۲۲- احتمال وقوع یک پیشامد در فاصله کوتاه S متناسب با این فاصله است، یعنی $P(N(s)=1) = \lambda S + Q(s)$

۳. تعداد پیشامدها در فواصل زمانی مجزا، وابسته به هم باشند.

۴. دارای خاصیت رشد مستقل باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی، مدل‌های احتمالی و تئوری صفت

رشته تحصیلی/ گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع ۱۱۲۰۲۶ - مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۶

سری سوال: ۱ یک
Www.iepnu.com

۲۲- مدت زمان خدمت در یک سیستم صفت با یک خدمت دهنده، نمایی با میانگین ۲۰ دقیقه است. یک مشتری در صفت منتظر و خدمت دهنده مشغول ارایه خدمت به مشتری دیگری است. احتمال اینکه مشتری داخل صفت، بیش از یک ساعت دیگر در سیستم بماند، چقدر است؟

$$2e^{-2} \cdot 4$$

$$3e^{-2} \cdot 3$$

$$3e^{-3} \cdot 2$$

$$4e^{-3} \cdot 1$$

۲۳- کدام گزینه درباره ماتریس گذار درست است؟

۱. عناصر این ماتریس مقادیر صحیح مثبت و منفی می‌پذیرد.
۲. ابعاد ماتریس می‌تواند نامتناهی باشد.
۳. مجموع عناصر هر سطر لزوماً یک نمی‌باشد.
۴. همواره مجموع عناصر یک ستون برابر با یک است.



۲۴- کدام گزینه درباره ماتریس زیر نادرست است؟

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۱. حالت ۱ به ۳ دسترس پذیر نیست.

$$P_{11}^0 = 1 \cdot 4$$

$$P_{13}^{(2)} = 0.5 \cdot 3$$

۲۵- کدام گزینه در مورد حالت بسته در زنجیره مارکوف درست است؟

۱. اگر امکان دسترسی از هیچ کدام از حالت‌های این مجموعه به هیچ کدام از حالت‌های خارج از آن وجود نداشته باشد.
۲. اگر امکان دسترسی از یکی از حالت‌های این مجموعه به یکی از حالت‌های خارج از آن وجود نداشته باشد.
۳. اگر امکان دسترسی از یکی از حالت‌های این مجموعه به یکی از حالت‌های خارج از آن وجود داشته باشد.
۴. اگر امکان دسترسی از هریک از حالت‌های این مجموعه به همه حالت‌های خارج از آن وجود داشته باشد.

سوالات تشریحی

۱۴۰ نمره

- زنجیره مارکوف زیر را در نظر گرفته و احتمالات حدی آن را محاسبه نمایید.

$$P = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی، مدل‌های احتمالی و تئوری صفت

رشته تحصیلی/ گذ درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع ۱۱۲۰۲۶ - مهندسی صنایع ۱۳۱۴۰۶

۱،۴۰

$$f(x) = \begin{cases} Ke^{-3x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

-۲- اگر X دارای چگالی احتمال

۱،۴۰

۳- در مدل $M/M/1$ در یک کتابخانه عمومی با یک کتابدار، اعضای کتابخانه طبق فرایند پواسون با میانگین ۱۰ نفر در ساعت وارد می‌شوند و مدت زمان لازم برای رسیدگی به تقاضای یک عضو توسط کتابدار، متغیر تصادفی نمایی با میانگین ۵ دقیقه است.

الف) چند درصد اوقات این کتابدار بیکار است؟

ب) احتمال آنکه سه نفر منتظر کتابدار باشند تا به تقاضای آنها رسیدگی کند چقدر است؟

۱،۴۰

۴- در سیستم صفحی با دو خدمت دهنده، مدت زمان خدمت متغیری تصادفی با توزیع نمایی است. میانگین خدمت توسط خدمت دهنده اولی و دومی بترتیب برابر ۱۰ و ۱۵ دقیقه می‌باشد. یک مشتری جدید وارد سیستم می‌شود. در زمان ورود او هر دو خدمت دهنده مشغول بوده اند و در صفت مشتری دیگری وجود ندارد. چنانچه در لحظه ورود این مشتری جدید ۱۲ دقیقه از زمان ارایه خدمت توسط خدمت دهنده شماره ۱ و ۸ دقیقه از خدمت شماره ۲ گذشته اند به سوالات زیر جواب دهید.

الف. احتمال اینکه مشتری جدید حداقل ۳ دقیقه در صفت منتظر بماند، چقدر است؟

ب. میانگین مدت زمان انتظار مشتری در صفت را حساب کنید.

۱،۴۰

۵- ماتریس گذار یک زنجیره مارکوف به شرح زیر می‌باشد. مقادیر زیر را بدست آورید. (حالات سیستم را ۱, ۲, ۳ فرض کنید).

$$\begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 & 0 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.75 & 0.25 \end{bmatrix}$$

الف) $p_{13}^{(2)}$

ب) $p_{31}^{(2)}$

